МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

**«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В. Г. ШУХОВА»
(БГТУ им. В.Г. Шухова)**

Кафедра программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем

# Лабораторная работа №2

по дисциплине: Исследование операций тема:
«***Симплекс-метод в чистом виде***»

Выполнил: ст. группы ПВ-233
Мороз Роман Алексеевич

Проверил:
Вирченко Юрий Петрович

Белгород 2025 г.

**Цель работы: изучение симплекс-метода для решения задачи линейного программирования с использованием симплекс-таблиц, получение навыков кодирования изученного алгоритма, отладки и тестирования соответствующих программ.**

## Задания для подготовки к работе

1. Выяснить: какой вид должна иметь задача ЛП, чтобы можно было применять симплекс-метод в чистом виде, а также как составляется первая симплекс-таблица?
2. Изучить алгоритм перехода от одной симплекс-таблицы к другой при решении задачи симплекс-методом.
3. Запрограммировать и отладить изученный алгоритм. В рамках подготовки тестовых данных решить вручную одну из следующих ниже задач.

## Вариант – 9

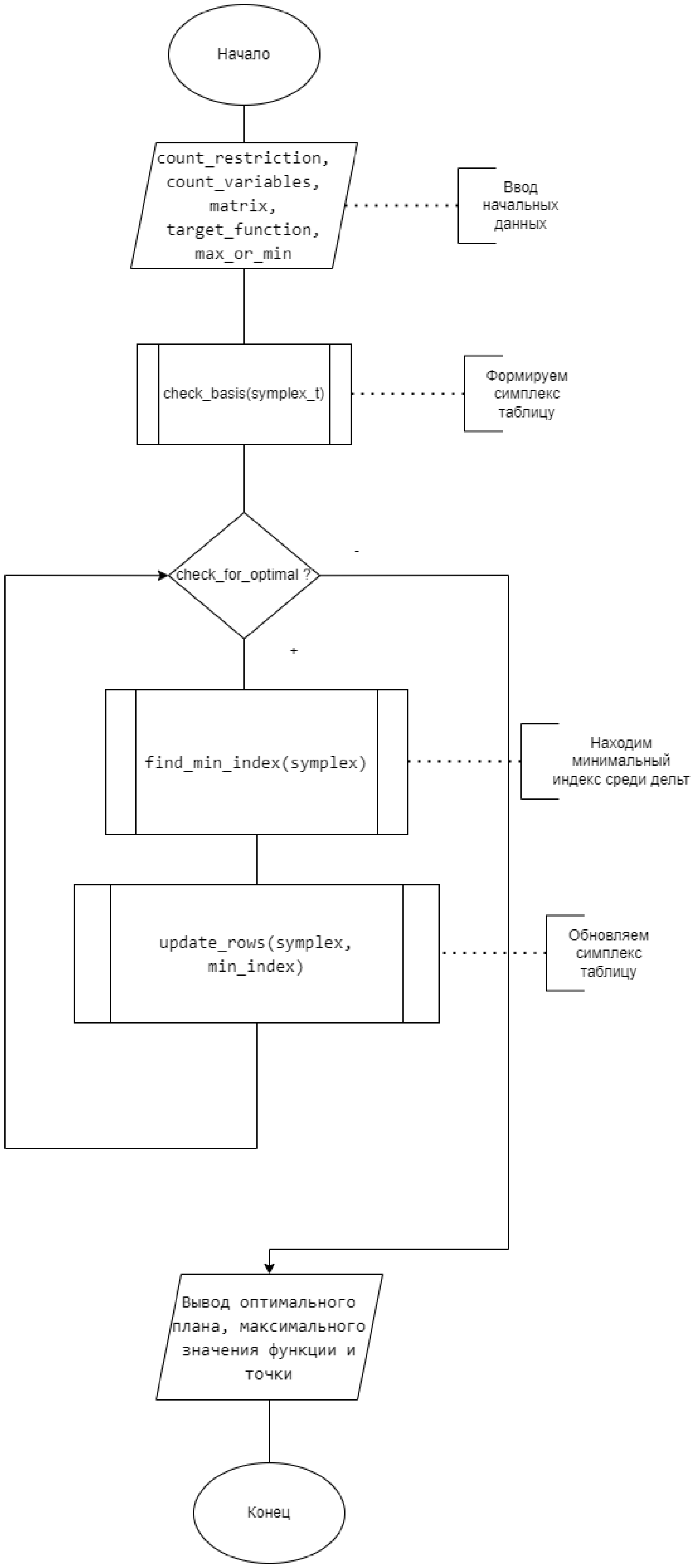
**9.**

$$z = 7x_2 + 10x_4 + 3x_6 \to \max;$$

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 - 4x_4 - 2x_6 = 8, \\ 6x_2 + 5x_4 + x_5 + 2x_6 = 28, \\ 3x_2 + x_3 - 5x_4 - 4x_6 = 10, \end{cases}$$

$$x_i \ge 0 \left(i = \overline{1,6}\right).$$

*Блок-схема программы*




*Код программы:*

```
from fractions import Fraction
```

```python
from prettytable import PrettyTable

# Инициализация таблицы для симплекс-метода
symplex = PrettyTable()

# Количество ограничений и переменных
count_restriction = 3  # Количество ограничений
count_variables = 6     # Количество переменных

# Матрица коэффициентов ограничений
matrix = [
   [1, -3, 0, -4, 0, -2, 8],
   [0, 6, 0, 5, 1, 2, 28],
   [0, 3, 1, -5, 0, -4, 10]
]

# Целевая функция
target_function = [0, 7, 0, 10, 0, 3]  # Целевая функция

# Заголовки таблицы симплекс-метода
symplex.field_names = ['Базисные переменные', 'x1', 'x2', 'x3', 'x4', 'x5', 'x6',
'Свободные члены']

# Функция для нахождения дельт
def find_delts(symplex_t, basis):
   finds_delts = []  # Массив для дельт
   # Находим дельты
   for i in range(count_variables + 1):
       number = 0
       for j in range(len(basis)):
           number += target_function[basis[j]] * matrix[j][i]
       finds_delts.append(number)
   finds_delts.insert(0, 'z')  # Вставляем "z" в начало
   # Создаем новую таблицу и заполняем ее обновленными данными
   new_symplex = PrettyTable()
   new_symplex.field_names = symplex_t.field_names  # копируем все строки, кроме
последней
   for row in symplex_t._rows[:-1]:
       new_symplex.add_row(row)
   new_symplex.add_row(finds_delts)  # Добавляем дельты (всего 8 элементов)
   return new_symplex

# Функция для проверки базиса
def check_basis(symplex_t):
   basis = []
   for i in range(count_restriction + 1):
       row = ['0'] * (count_variables + 2)  # Создаем строку с нужным количеством
элементов
```

```python
        if i != count_restriction:
            flag = True
            for index, element in enumerate(matrix[i]):
                if flag and element == 1:
                    flag_ = True
                    for j in range(count_restriction):
                        if matrix[j][index] != 0 and j != i:
                            flag_ = False
                    if flag_:
                        row[0] = f'x{index + 1}'  # Вставляем базисную переменную в начало строки
                        basis.append(index)
                    else:
                        flag = False
                row[index + 1] = element  # Копируем значения в соответствующие ячейки таблицы
        symplex_t.add_row(row)
    return symplex_t, basis

# Функция для нахождения индекса минимальной дельты
def find_min_delta(symplex_t):
    min_index = -1
    min_delta = float('inf')
    delta = symplex_t.rows[-1][1:-1]
    for index, element in enumerate(delta):
        if element < min_delta:
            min_index = index
            min_delta = element
    return min_index, min_delta

# Функция для вычисления симплекс-отношений (Q)
def calculate_Q(symplex_t, min_index):
    q_values = []
    for row in symplex_t.rows[:-1]:
        q_value = Fraction(row[-1]) / Fraction(row[min_index])
        q_values.append(q_value)
    return q_values

# Функция для нахождения строки с минимальным симплекс-отношением
def find_min_Q(q_values):
    min_Q = float('inf')
    min_index = -1
    for index, q_value in enumerate(q_values):
        if q_value < min_Q:
            min_Q = q_value
            min_index = index
    return min_index, min_Q
```

```python
# Функция для деления элементов для нахождения базиса
def divide(symplex_t, min_index, min_index_string):
    row = [symplex_t.rows[min_index_string][0]]  # Сохраняем базисную переменную (первый элемент)
    permissive_element_in_row = symplex_t.rows[min_index_string][min_index]  # Элемент, на который будем делить

    # Проверка, что элемент для деления является числом
    if not isinstance(permissive_element_in_row, (int, float)):
        print(f"Ошибка: элемент для деления {permissive_element_in_row} не является числом.")
        return symplex_t  # Возвращаем таблицу без изменений, чтобы избежать дальнейших ошибок

    for element in symplex_t.rows[min_index_string][1:]:
        # Проверка, что элемент является числом перед делением
        if isinstance(element, (int, float)):
            row.append(Fraction(element / permissive_element_in_row))  # Делим только если это число
        else:
            row.append(element)  # Если это не число (например, строка 'x1'), добавляем как есть

    # Создаем новый симплекс
    new_symplex = PrettyTable()
    new_symplex.field_names = symplex_t.field_names
    for index, element in enumerate(symplex_t._rows):
        row_ = list(element)
        if index == min_index_string:
            row_ = row  # Заменяем строку на новую, обновленную
        new_symplex.add_row(row_)

    return new_symplex


# Пример выполнения функции
symplex, basis = check_basis(symplex)
print("Таблица после начальной проверки базиса:")
print(symplex)

# Находим дельты
symplex = find_delts(symplex, basis)
print("Таблица после нахождения дельт:")
print(symplex)

# Шаг 1: Нахождение минимальной дельты
min_index, min_delta = find_min_delta(symplex)
print(f"Разрешающий столбец: {min_index + 1}, Δ{min_index + 1}: {min_delta}")
```

```python
# Шаг 2: Вычисляем симплекс-отношения Q
q_values = calculate_Q(symplex, min_index)
print(f"Q: {q_values}")

# Шаг 3: Находим строку с минимальным Q
min_row_index, min_Q = find_min_Q(q_values)
print(f"Qmin = {min_Q}, строка {min_row_index + 1}")

# Шаг 4: Делим строку на разрешающий элемент
symplex = divide(symplex, min_index, min_row_index)
print("Таблица после деления строки на разрешающий элемент:")
print(symplex)
```

*Результат работы программы*

```
Промежуточный вывод
+-----------------------+------+------+------+------+------+------+-------------------+
| Базисные переменные   |   x1 |   x2 |   x3 |   x4 |   x5 |   x6 |   Свободные члены |
+=======================+======+======+======+======+======+======+===================+
| x1                    |    1 |   -3 |    0 |   -4 |    0 |   -2 |                 8 |
+-----------------------+------+------+------+------+------+------+-------------------+
| x5                    |    0 |    6 |    0 |    5 |    1 |    2 |                28 |
+-----------------------+------+------+------+------+------+------+-------------------+
| x3                    |    0 |    3 |    1 |   -5 |    0 |   -4 |                10 |
+-----------------------+------+------+------+------+------+------+-------------------+
| Δ                     |    0 |   -7 |    0 |  -10 |    0 |   -3 |                 0 |
+-----------------------+------+------+------+------+------+------+-------------------+

Оптимальный план
+-----------------------+------+------+------+------+------+------+-------------------+
| Базисные переменные   |   x1 |   x2 |   x3 |   x4 |   x5 |   x6 |   Свободные члены |
+=======================+======+======+======+======+======+======+===================+
| x1                    |    1 |  1.8 |    0 |    0 |  0.8 | -0.4 |              30.4 |
+-----------------------+------+------+------+------+------+------+-------------------+
| x4                    |    0 |  1.2 |    0 |   -1 |  0.2 |  0.4 |               5.6 |
+-----------------------+------+------+------+------+------+------+-------------------+
| x3                    |    0 | 9    |    1 |    0 | 1    | -2   |               38  |
+-----------------------+------+------+------+------+------+------+-------------------+
| Δ                     |    0 | 5    |    0 |    0 | 2    | 1    |               56  |
+-----------------------+------+------+------+------+------+------+-------------------+
```

*Аналитическое решение:*

$7 \cdot x_2 + 10 \cdot x_4 + 3 \cdot x_6 \to \max$

$x_1 - 3 \cdot x_2 - 4 \cdot x_4 - 2 \cdot x_6 = 8$

$6 \cdot x_2 + 5 \cdot x_4 + x_5 + 2 \cdot x_6 = 28$

$3 \cdot x_2 + x_3 - 5 \cdot x_4 - 4 \cdot x_6 = 10$

**Начальная симплекс-таблица**

| C | 0 | 7 | 0 | 10 | 0 | 3 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **базис** | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $x_6$ | **b** |
| $x_1$ | 1 | -3 | 0 | -4 | 0 | -2 | 8 |
| $x_5$ | 0 | 6 | 0 | 5 | 1 | 2 | 28 |
| $x_3$ | 0 | 3 | 1 | -5 | 0 | -4 | 10 |

$\Delta_1 = C_1 \cdot a_{11} + C_5 \cdot a_{21} + C_3 \cdot a_{31} - C_1 = 0 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 - 0 = 0$

$\Delta_2 = C_1 \cdot a_{12} + C_5 \cdot a_{22} + C_3 \cdot a_{32} - C_2 = 0 \cdot (-3) + 0 \cdot 6 + 0 \cdot 3 - 7 = -7$

$\Delta_3 = C_1 \cdot a_{13} + C_5 \cdot a_{23} + C_3 \cdot a_{33} - C_3 = 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 1 - 0 = 0$

$\Delta_4 = C_1 \cdot a_{14} + C_5 \cdot a_{24} + C_3 \cdot a_{34} - C_4 = 0 \cdot (-4) + 0 \cdot 5 + 0 \cdot (-5) - 10 = -10$

$\Delta_5 = C_1 \cdot a_{15} + C_5 \cdot a_{25} + C_3 \cdot a_{35} - C_5 = 0 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 0 - 0 = 0$

$\Delta_6 = C_1 \cdot a_{16} + C_5 \cdot a_{26} + C_3 \cdot a_{36} - C_6 = 0 \cdot (-2) + 0 \cdot 2 + 0 \cdot (-4) - 3 = -3$

$\Delta_b = C_1 \cdot b_1 + C_5 \cdot b_2 + C_3 \cdot b_3 - C_7 = 0 \cdot 8 + 0 \cdot 28 + 0 \cdot 10 - 0 = 0$

**Симплекс-таблица с дельтами**

| C | 0 | 7 | 0 | 10 | 0 | 3 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| базис | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $x_6$ | b |
| $x_1$ | 1 | -3 | 0 | -4 | 0 | -2 | 8 |
| $x_5$ | 0 | 6 | 0 | 5 | 1 | 2 | 28 |
| $x_3$ | 0 | 3 | 1 | -5 | 0 | -4 | 10 |
| Δ | 0 | -7 | 0 | -10 | 0 | -3 | 0 |

Определяем *разрешающий столбец* - столбец, в котором находится минимальная дельта: 4, $\Delta_4$: -10

Находим симплекс-отношения Q, путём деления коэффициентов b на соответствующие значения столбца 4

В найденном столбце ищем строку с наименьшим значением Q: $Q_{min}$ = 28/5, строка 2.

На пересечении найденных строки и столбца находится *разрешающий элемент*: 5

В качестве базисной переменной $x_5$ берём $x_4$.

| C | 0 | 7 | 0 | 10 | 0 | 3 | 0 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| базис | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $x_6$ | b | Q |
| $x_1$ | 1 | -3 | 0 | -4 | 0 | -2 | 8 | - |
| $x_4$ | 0 | 6 | 0 | 5 | 1 | 2 | 28 | $28 / 5 = \frac{28}{5}$ |
| $x_3$ | 0 | 3 | 1 | -5 | 0 | -4 | 10 | - |
| Δ | 0 | -7 | 0 | -10 | 0 | -3 | 0 | |

Делим строку 2 на 5. Из строк 1, 3 вычитаем строку 2, умноженную на соответствующий элемент в столбце 4.

**Вычисляем новые дельты:** $\Delta_i = C_1 \cdot a_{1i} + C_4 \cdot a_{2i} + C_3 \cdot a_{3i} - C_i$

$\Delta_1 = C_1 \cdot a_{11} + C_4 \cdot a_{21} + C_3 \cdot a_{31} - C_1 = 0 \cdot 1 + 10 \cdot 0 + 0 \cdot 0 - 0 = 0$

$\Delta_2 = C_1 \cdot a_{12} + C_4 \cdot a_{22} + C_3 \cdot a_{32} - C_2 = 0 \cdot \frac{9}{5} + 10 \cdot \frac{6}{5} + 0 \cdot 9 - 7 = 5$

$\Delta_3 = C_1 \cdot a_{13} + C_4 \cdot a_{23} + C_3 \cdot a_{33} - C_3 = 0 \cdot 0 + 10 \cdot 0 + 0 \cdot 1 - 0 = 0$

$\Delta_4 = C_1 \cdot a_{14} + C_4 \cdot a_{24} + C_3 \cdot a_{34} - C_4 = 0 \cdot 0 + 10 \cdot 1 + 0 \cdot 0 - 10 = 0$

$\Delta_5 = C_1 \cdot a_{15} + C_4 \cdot a_{25} + C_3 \cdot a_{35} - C_5 = 0 \cdot \frac{4}{5} + 10 \cdot \frac{1}{5} + 0 \cdot 1 - 0 = 2$

$\Delta_6 = C_1 \cdot a_{16} + C_4 \cdot a_{26} + C_3 \cdot a_{36} - C_6 = 0 \cdot (-\frac{2}{5}) + 10 \cdot \frac{2}{5} + 0 \cdot (-2) - 3 = 1$

$\Delta_b = C_1 \cdot b_1 + C_4 \cdot b_2 + C_3 \cdot b_3 - C_7 = 0 \cdot \frac{152}{5} + 10 \cdot \frac{28}{5} + 0 \cdot 38 - 0 = 56$

**Симплекс-таблица с обновлёнными дельтами**

| **C** | 0 | 7 | 0 | 10 | 0 | 3 | 0 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **базис** | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $x_6$ | **b** | **Q** |
| $x_1$ | 1 | $\frac{9}{5}$ | 0 | 0 | $\frac{4}{5}$ | $-\frac{2}{5}$ | $\frac{152}{5}$ | - |
| $x_4$ | 0 | $\frac{6}{5}$ | 0 | 1 | $\frac{1}{5}$ | $\frac{2}{5}$ | $\frac{28}{5}$ | $\frac{28}{5}$ |
| $x_3$ | 0 | 9 | 1 | 0 | 1 | -2 | 38 | - |
| **Δ** | 0 | 5 | 0 | 0 | 2 | 1 | 56 | |

**Текущий план X:** $[\ \frac{152}{5}, 0, 38, \frac{28}{5}, 0, 0\ ]$

**Целевая функция F:** $0\cdot\frac{152}{5} + 7\cdot0 + 0\cdot38 + 10\cdot\frac{28}{5} + 0\cdot0 + 3\cdot0 = 56$

**Ответ:** $x_1 = \frac{152}{5}$, $x_2 = 0$, $x_3 = 38$, $x_4 = \frac{28}{5}$, $x_5 = 0$, $x_6 = 0$, $F = 56$

**Вывод: В ходе лабораторной работы освоен симплекс-метод для решения задачи линейного программирования с использованием симплек-стаблиц. Разработана программа для поиска оптимального опорного плана для выбранной целевой функции с использованием этого метода.**
**Вычисленный программой результат совпал с собственными вычислениями. Программа успешно прошла тестовые данные. Реализация симплекс-метода подтвердила его эффективность для аналитического решения поставленных задач**