FORMULARIO
Investigación Operativa
EST-155

Docente: M.Sc. Emilze Pérez

Univ. Cristhian Cruz Bautista Mamani

Modelo de Programación Lineal General (MPL)

Optimizar:

$$Z = c_1X_1 + c_2X_2 + \ldots . c_nX_n$$

Sujeto a:

$$a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \ldots + a_{1n}X_n \geq, \leq \text{ ó } = b_1$$
$$a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \ldots + a_{2n}X_n \geq, \leq \text{ ó } = b_2$$
$$\vdots$$
$$a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \ldots + a_{mn}X_n \geq, \leq \text{ ó } = b_m$$
$$X_j \geq 0 = \forall_1 = 1,2,\ldots,n$$

Leyes de Equivalencia

- ***Primera Ley:***

$$Max(Z) \text{ es equivalente a } Min(-Z)$$
$$Min(Z) \text{ es equivalente a } Max(-Z)$$

- ***Segunda Ley:***

$$AX \leq b \text{ es equivalente a } -AX \geq -b$$
$$AX \geq b \text{ es equivalente a } -AX \leq -b$$

- ***Tercera Ley:***

$$AX = b \text{ es equivalente } \begin{cases} AX \leq b \\ AX \geq b \end{cases}$$

- ***Cuarta Ley:***

$AX \leq b \quad AX + S = b \quad S = \text{Vector Holgura}$

$AX \geq b \quad AX - S^* = b \quad S^* = \text{Vector Superflua}$

- ***Quinta Ley:***

X_j	$\pm$	S	X_j	$=$	$X_j^+ - X_j^-$
X_j	$=$	0	X_j^+	$=$	X_j^-
X_j	$>$	0	X_j^+	$>$	X_j^-
X_j	$<$	0	X_j^+	$<$	X_j^-

Forma Canónica

- Función Objetivo

$$Max(Z) = CX$$

- Restricciones

$$AX \leq b$$

- Variables de decisiones

$$X \geq 0$$

Forma Estándar

- Función Objetivo

$$Max(Z) = CX \quad v \quad Min(Z) = CX$$

- Restricciones

$$AX + S = b \quad AX - S^* = b$$

- Variables de decisiones

$$X \geq 0 \quad X \geq 0; X \pm S$$

Método Gráfico

$Max(Z) = CX$	$Min(Z) = CX$
Sa.	*Sa.*
$AX \leq b$	$AX \geq b$
$X \geq 0$	$X \geq 0$

Método Simplex

$Max(Z) = CX$	$Min(Z) = CX$
Sa.	*Sa.*
$AX \leq b$	$AX \leq b$
$X \geq 0$	$X \geq 0$

Técnica en M (Método de Penalización)

$Max(Z) = CX$	$\rightarrow$	$Max(Z) = CX + 0S + 0S^* - MR$
$AX \leq b$	$\rightarrow$	$AX + S = b$
$AX \geq b$	$\rightarrow$	$AX - S^* + R = b$
$AX = b$	$\rightarrow$	$AX + R = b$
$Min(Z) = CX$	$\rightarrow$	$Min(Z) = CX + 0S + 0S^* + MR$
$AX \leq b$	$\rightarrow$	$AX + S = b$
$AX \geq b$	$\rightarrow$	$AX - S^* + R = b$
$AX = b$	$\rightarrow$	$AX + R = b$

Donde:

$S \rightarrow Holgura, \quad S^* \rightarrow Superflua, \quad R \rightarrow Artificial$

Técnica de 2 Fases

- ***Primera Fase***

$$Min(Z) = \sum_{i=1}^{n} R_i \; / \; Z = 0$$

En esta fase siempre se minimiza y se itera hasta que la solución sea igual a cero

- ***Segunda Fase***

En esta fase se eliminan las columnas R_i (variables artificiales) de la última iteración de la primera fase, así mismo en esta fase se maximiza ($Max(Z)$) o minimiza ($Min(Z)$) de acuerdo a lo que indique el problema.

Importancia de Variables

Variables de Entrada	$\rightarrow$	X_i, S, S^*, R
Variables de Salida	$\rightarrow$	R, S^*, S, X_i

Método Dual

Primal	$\rightarrow$	Dual
$Max(Z) = CX$		$Min(G) = b^T X$
Sa.		*Sa.*
$AX \leq b$		$A^T Y \geq C^T$
$X \geq 0$		$Y \geq 0$

Para la Función Objetivo

$$Max(Z) \rightarrow Min(G)$$
$$Min(Z) \rightarrow Max(G)$$

Para las restricciones

$$AX \geq b \rightarrow A^T Y \leq C^T$$
$$AX \leq b \rightarrow A^T Y \geq C^T$$
$$AX = b \rightarrow \text{Irrestricto en signo}$$

Palabras a identificar en los de problemas de planteo:

$\geq$: *satisfaser, al menos, por lo menos, como minimo, un minimo*

$\leq$: *a lo mucho, cuando mucho, como maximo, no mas, requiere,* supone, necesita, disponibilidad, necesidad, posee, a lo sumo.

$=$: *unicamente, solamente, igual aun total.*

MAXIMIZACIÓN	$\rightarrow$	Utilidad, ganancia, ingreso, beneficio cuanto
MINIMIZACIÓN	$\rightarrow$	Costo, gasto

Análisis de Sensibilidad

$$Max(Z) = CX$$
Sa.
$$AX \leq b$$
$$X \geq 0$$

V_B	Z	x_1	x_2	$\cdots$	x_n	S_1	$\cdots$	S_m	sol
Z	1	$-C$				0	$\cdots$	0	0
S_1	0	a_1	a_2	$\cdots$	a_n				
$\vdots$	$\vdots$	A				I			b
S_m	0								
$\vdots$	$\vdots$								
V_B	Z	$z_1 - c_1$	$z_2 - c_2$	$\cdots$	$z_n - c_n$	$z_{m+1} - c_{m+1}$	$z_{m+2} - c_{m+2}$	$\cdots$	sol
Z	1	$\Pi A - C$				$\Pi = C_B B^{-1}$			$Z_B = C_B X_B$
V_B opt.	0	y_1	y_2	$\cdots$	y_n				
	$\vdots$	$B^{-1}A$				B^{-1}			$X_B = B^{-1}b$
	0								

Adición de Restricciones

Adición de la tabla de la nueva fila:

$$a^* X + X_n = B$$

Se pierde factibilidad por el cambio de la conversión de la columna unitaria de las variables básicas.

(*Método a aplicar Dual Simplex*)

Cambio en el Vector "*b*"

$$X_B = B^{-1*}(b + \Delta b)$$

La posible pérdida de factibilidad cuando:

$$X_B = B^{-1*}(b + \Delta b) < 0$$

(*Método a aplicar Dual Simplex*)

Cambio en el Vector "*c*"

$$(Z_J - C_J) = B^{-1*}a - (C + \Delta C)$$

Pérdida de optimidad para recuperar usamos:

$$C_B B^{-1*}a - (c + \Delta c) < 0$$

(*Método a aplicar Simplex*)

Cambio en la matriz "*A*"

$$(Z_J - C_J) = C_B B^{-1*}(a + \Delta a) - C_J$$
$$T = B^{-1*}(a + \Delta a)$$

Se pierde la optimidad para recuperar usamos:

$$C_B B^{-1*}(a + \Delta a) - c < 0$$

(*Método a aplicar Simplex*)

Adición "*X*"

$$(Z_J - C_J) = C_B B^{-1*}a_{n+1} - c_{n+1}$$
$$T = B^{-1*}a_{n+1}$$

Se pierde la optimidad para recuperar usamos:

$$C_B B^{-1*}a_{n+1} - c_{n+1} < 0$$

(*Método a aplicar Simplex*)

Elaborado por: Bautista Mamani Cristhian Cruz