Parcial 2 Corte

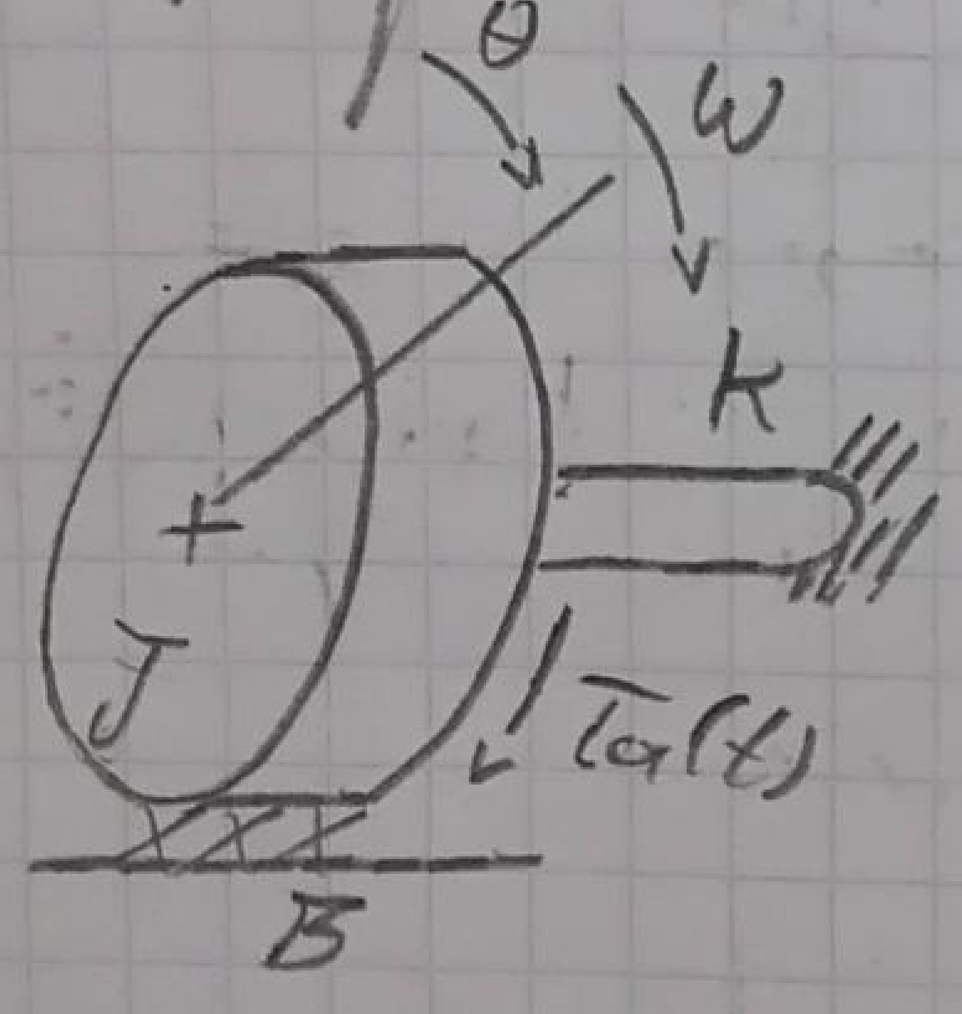
De: Cristian David Barragán 20211005074

1). Para el sistema rotacional de la figura determine ->

a) Espacio de estados

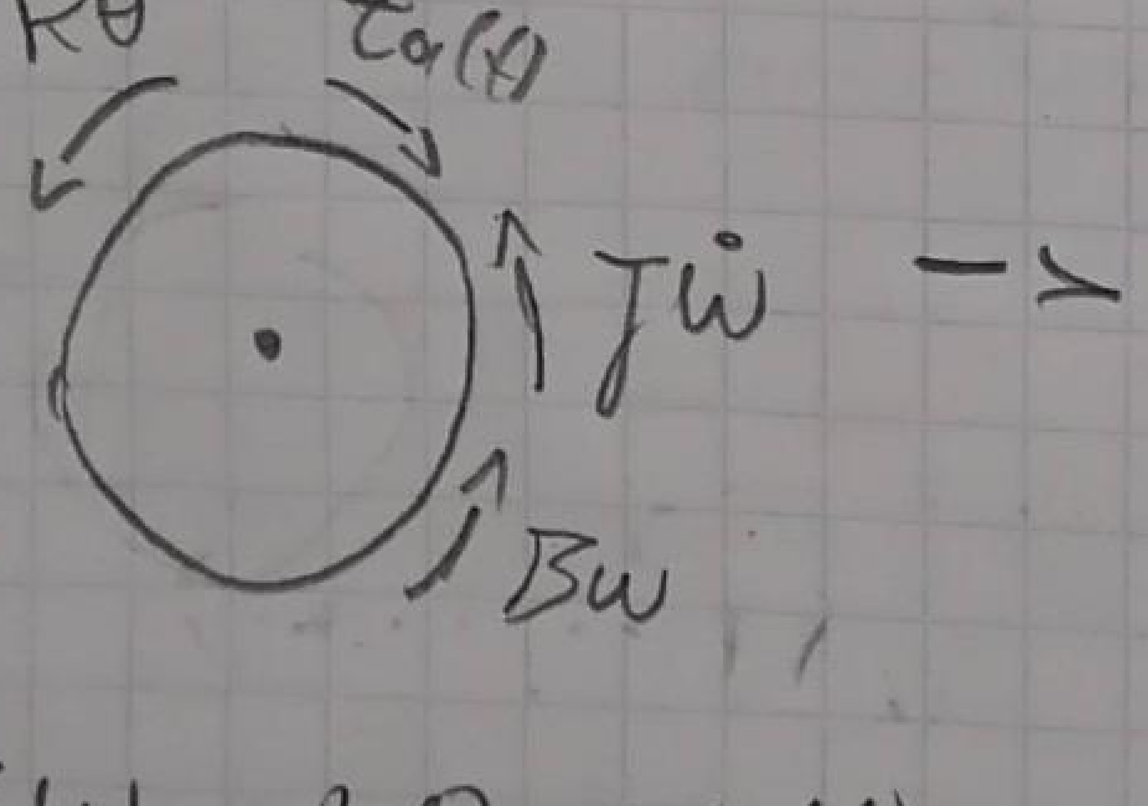
b) Diagrama de Bloques

c) Diagrama de flujo de señal



τ

R ->



->

$$J\dot{w} + Bw + k\theta = \tau_a(t) \quad (1)$$

Teniendo en cuenta que w es la aceleración de θ tenemos que -> $\dot{\theta} = w$; $\ddot{\theta} = \dot{w}$

Reemplazando en la ecuación (1) ->

$$J\ddot{\theta} + B\dot{\theta} + k\theta = \tau a(t)$$

Variables de estado ->

$q_1 = \theta$

$q_2 = \dot{q}_1 = \dot{\theta}$

$\cancel{q_3} = \dot{q}_2 = \ddot{\theta}$

$\dot{q}_1 = q_2 \quad (2)$

$\dot{q}_2 = \frac{\tau a(t)}{J} - \frac{B}{J} q_2 - \frac{k}{J} q_1$

Espacio de estados ->

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{J} & -\frac{B}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/J \end{bmatrix} \tau a(t)$$

$$\theta = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix}$$

Diagrama de Bloques ->

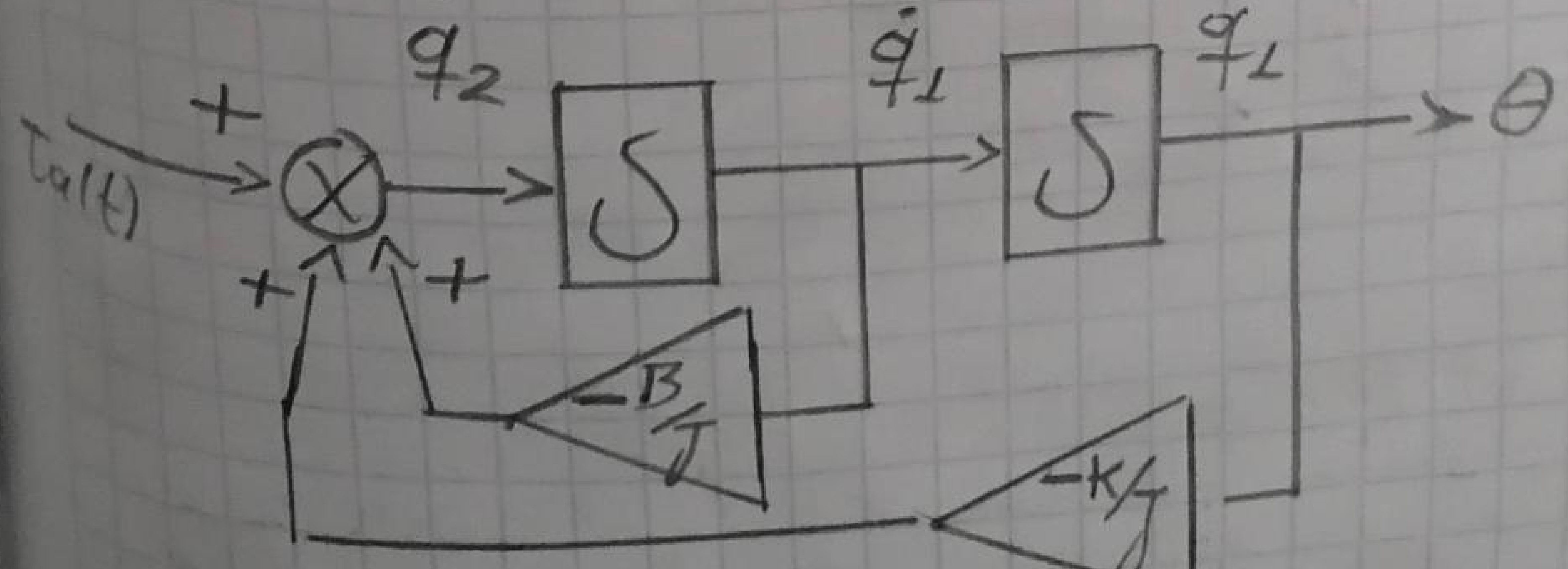
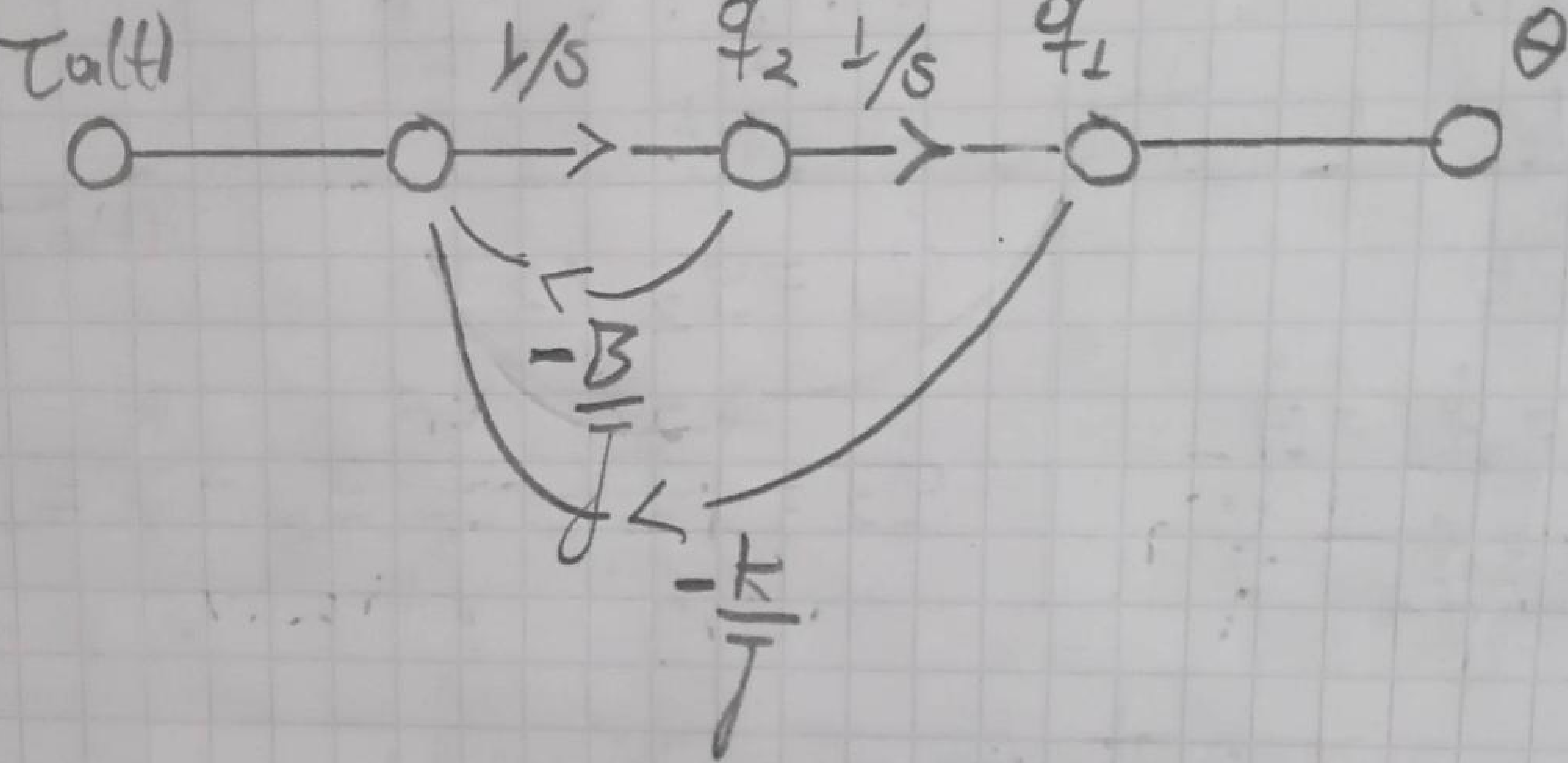


Diagrama de flujo de señal - 1



2) Para el sistema rotacional en la Figura, asuma $\theta_2 > \theta_1$ y determine

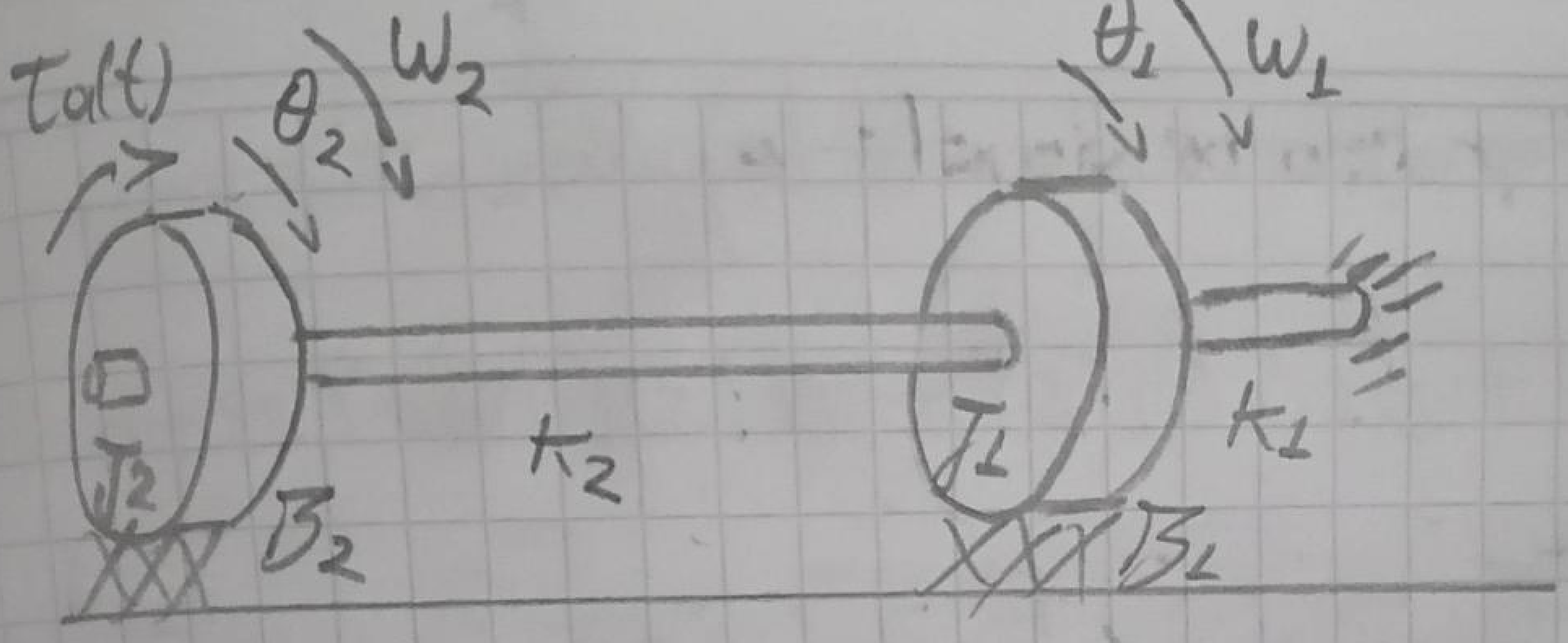
a) La función de transferencia relacionando θ_2 y T_a.

b) Espacio de estados.

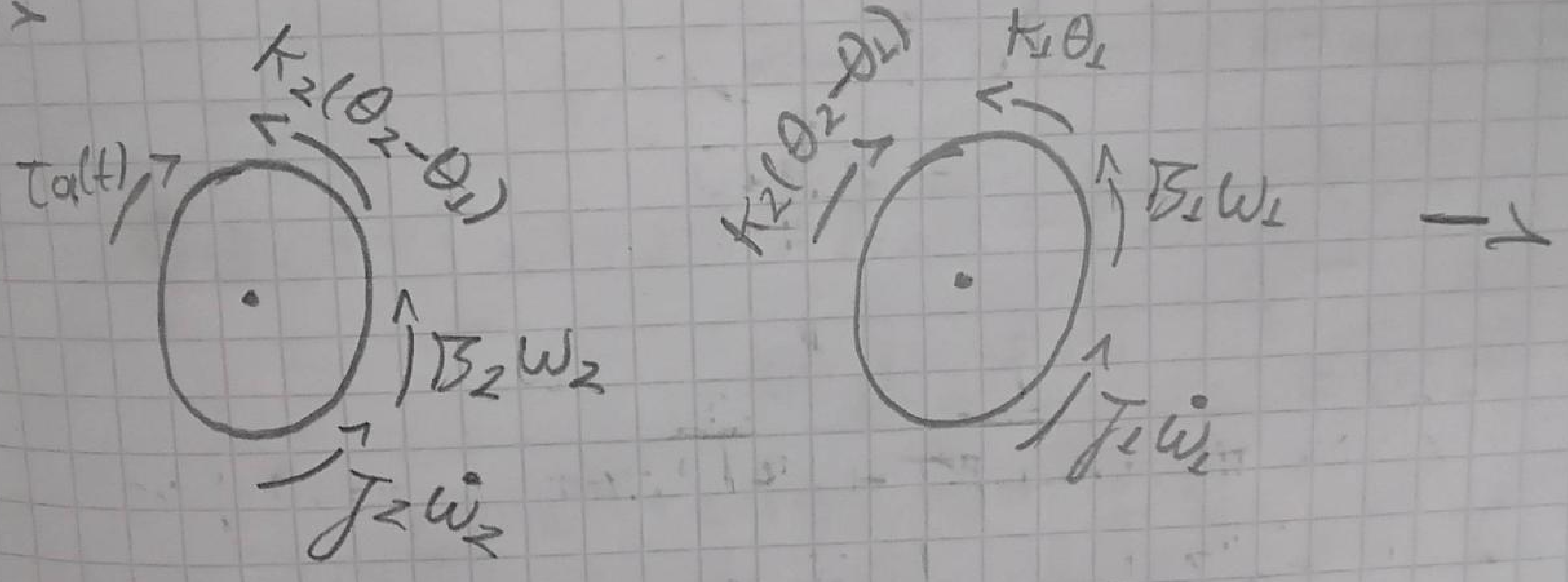
c) Diagrama de Bloques

d) Diagrama de flujo de señal

Todo en terminos de θ_2



R ->



$$J_1\dot{w}_1 + B_1 w_1 + K_1\theta_1 - K_2(\theta_2-\theta_1) = 0 \quad (1)$$

$$J_2\dot{w}_2 + B_2 w_2 + K_2(\theta_2-\theta_1) - Ta(t) = 0 \quad (2)$$

Teniendo en cuenta que w es la aceleración de θ tenemos que -> $\dot{\theta} = w$; $\ddot{\theta} = \dot{w}$

Reemplazando en ecuación (1) y (2) ->

$$J_1\ddot{\theta}_1 + B_1\dot{\theta}_1 + \theta_1(K_1+K_2) - K_2\theta_2 = 0$$

$$J_2\ddot{\theta}_2 + B_2\dot{\theta}_2 + K_2\theta_2 - K_2\theta_1 - Ta(t) = 0$$

Aplicando Transformada de Laplace ->

$$J_1 s^2 \theta_1(s) + B_1 s\,\theta_1(s) + \theta_1(s)(K_1+K_2) - K_2\theta_2(s) = 0$$

$$J_2 s^2\theta_2(s) + B_2 s\theta_2(s) + K_2\theta_2(s) - K_2\theta_1(s) - Ta(s) = 0$$

Despejando $\theta_1(s)$ ->

$$\theta_1(s)\left[J_1 s^2 + B_1 s + K_1 + K_2\right] = K_2\theta_2(s) \rightarrow$$

$$\theta_1(s) = \frac{K_2\theta_2(s)}{J_1 s^2 + B_1 s + K_1 + K_2}$$

Reemplazando y simplificando ->

$$\theta_2(s)\left[J_2 s^2 + B_2 s + K_2 - \frac{K_2^2}{J_1 s^2 + B_1 s + K_1 + K_2}\right] = Ta(s) \rightarrow$$

$$\frac{\theta_2(s)}{Ta(s)} = \frac{1}{J_2 s^2 + B_2 s + K_2 - \frac{K_2^2}{J_1 s^2 + B_1 s + K_1 + K_2}} \rightarrow$$

$$\frac{\theta_2(s)}{Ta(s)} = \frac{J_1 s^2 + B_1 s + K_1 + K_2}{\left[J_1 J_2 s^4 + (J_1 B_2 + J_2 B_1)s^3 + (J_1 K_2 + J_2 K_1 + J_2 K_2 + B_1 B_2)s^2 + (B_1 K_2 + B_2 K_1 + B_2 K_2)s + K_1 K_2\right]}$$

Función de Transferencia

Espacio de estados →

$$
\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 \\
\underbrace{-\frac{k_1k_2}{J_1J_2}}_{A_1} & \underbrace{-\left[\frac{B_1k_2+B_2k_1+B_2k_2}{J_1J_2}\right]}_{A_2} & \underbrace{-\left[\frac{J_1k_2+J_2k_1+J_2k_2+B_1B_2}{J_1J_2}\right]}_{A_3} & \underbrace{-\left[\frac{J_1B_2+J_2B_1}{J_1J_2}\right]}_{A_4}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix}
+
\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tau_a(t)
$$

$$
\theta_2 = \left[\underbrace{\frac{k_1+k_2}{J_1J_2}}_{C_1} \quad \underbrace{\frac{B_1}{J_1J_2}}_{C_2} \quad \underbrace{\frac{1}{J_2}}_{C_3} \quad 0 \right]
\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix}
$$

Las variables A_1, A_2, A_3, A_4, C_1, C_2 y C_3 representan cada una de las ganancias del sistema ->

Diagrama de Bloques ->

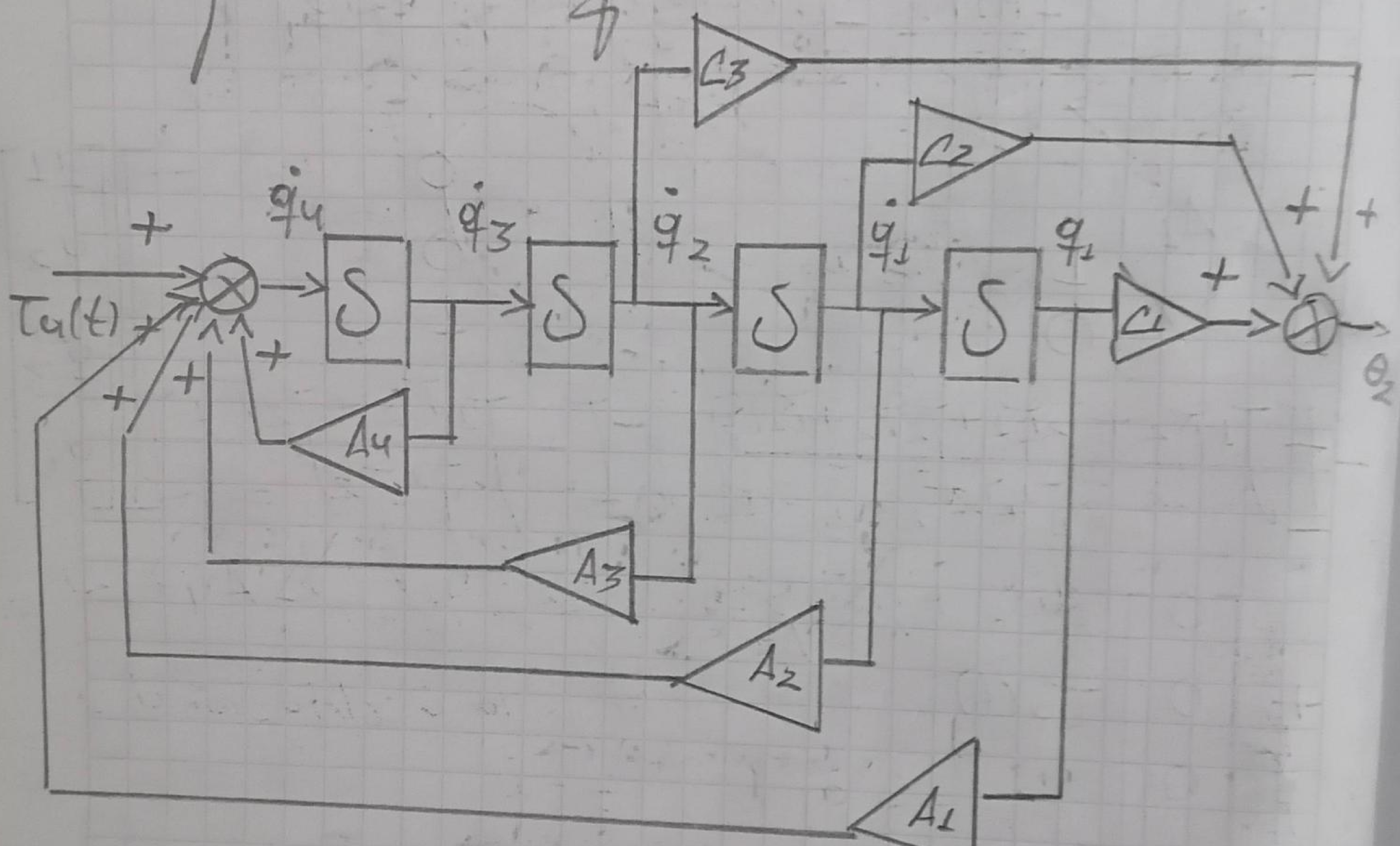
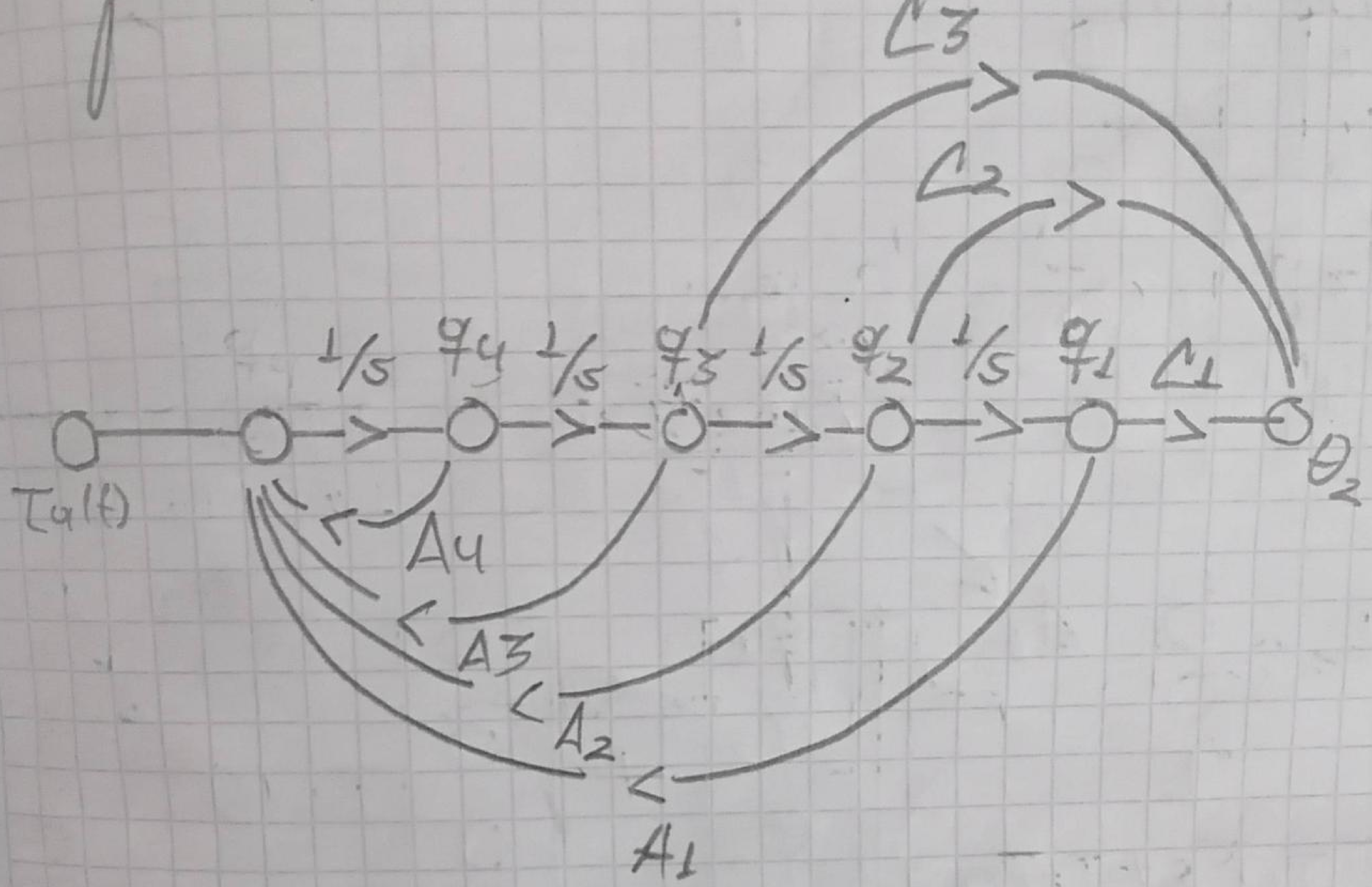


Diagrama de flujo de señal ->



5) Para el sistema anterior mismos requerimientos considerando $K_1 = 0$ ->

Función de transferencia ->

$$\frac{\theta_2(s)}{T_a(s)} = \frac{J_1 s^2 + B_1 s + K_2}{\left[J_1 J_2 s^4 + (J_1 B_2 + J_2 B_1) s^3 + (J_1 K_2 + J_2 K_2 + B_1 B_2) s^2 + (B_1 K_2 + B_2 K_2) s\right]}$$

Espacio de estados →

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \underbrace{-\left[\frac{B_1K_2+B_2K_2}{J_1J_2}\right]}_{A_1} & \underbrace{-\left[\frac{J_1K_2+J_2K_2+B_1B_2}{J_1J_2}\right]}_{A_2} & \underbrace{-\left[\frac{J_1B_2+J_2B_1}{J_1J_2}\right]}_{A_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tau_a(t)$$

$$\theta_2 = \begin{bmatrix} \underbrace{\frac{K_2}{J_1J_2}}_{C_1} & \underbrace{\frac{B_1}{J_1J_2}}_{C_2} & \underbrace{\frac{1}{J_2}}_{C_3} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix}$$

La variables $A_1, A_2, A_3, C_1, C_2, C_3$ representan cada una de las ganancias del sistema

Scanned by TapScanner

Diagrama de Bloques ->

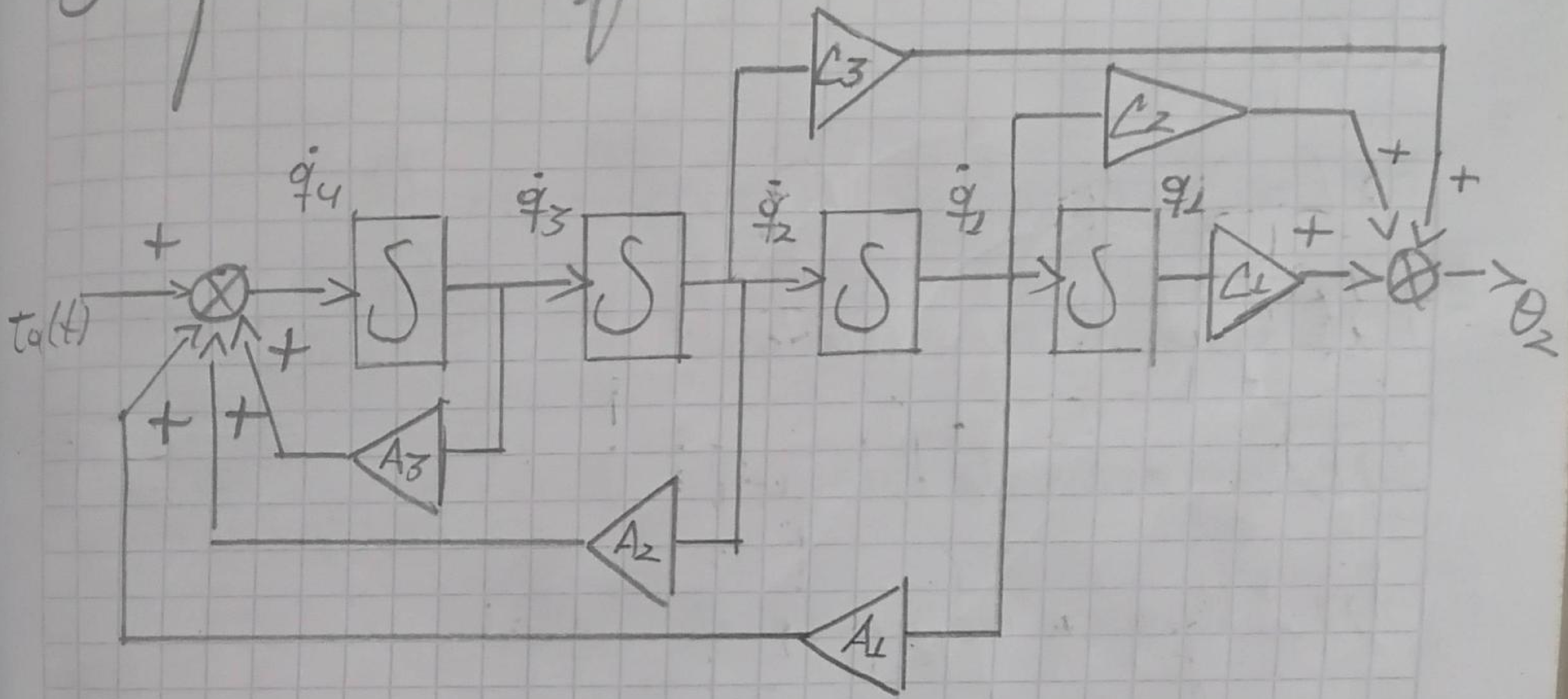
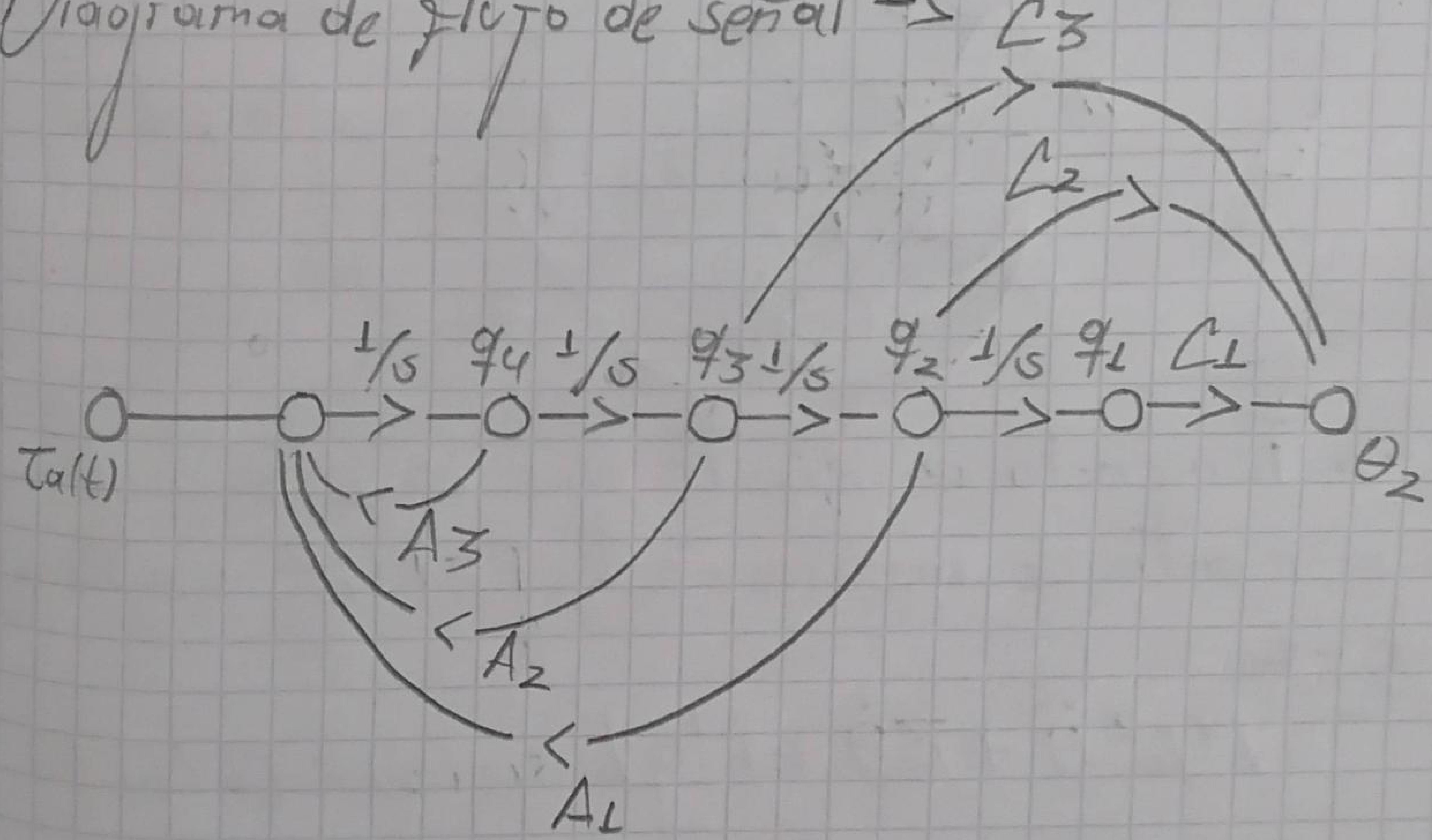


Diagrama de flujo de señal ->



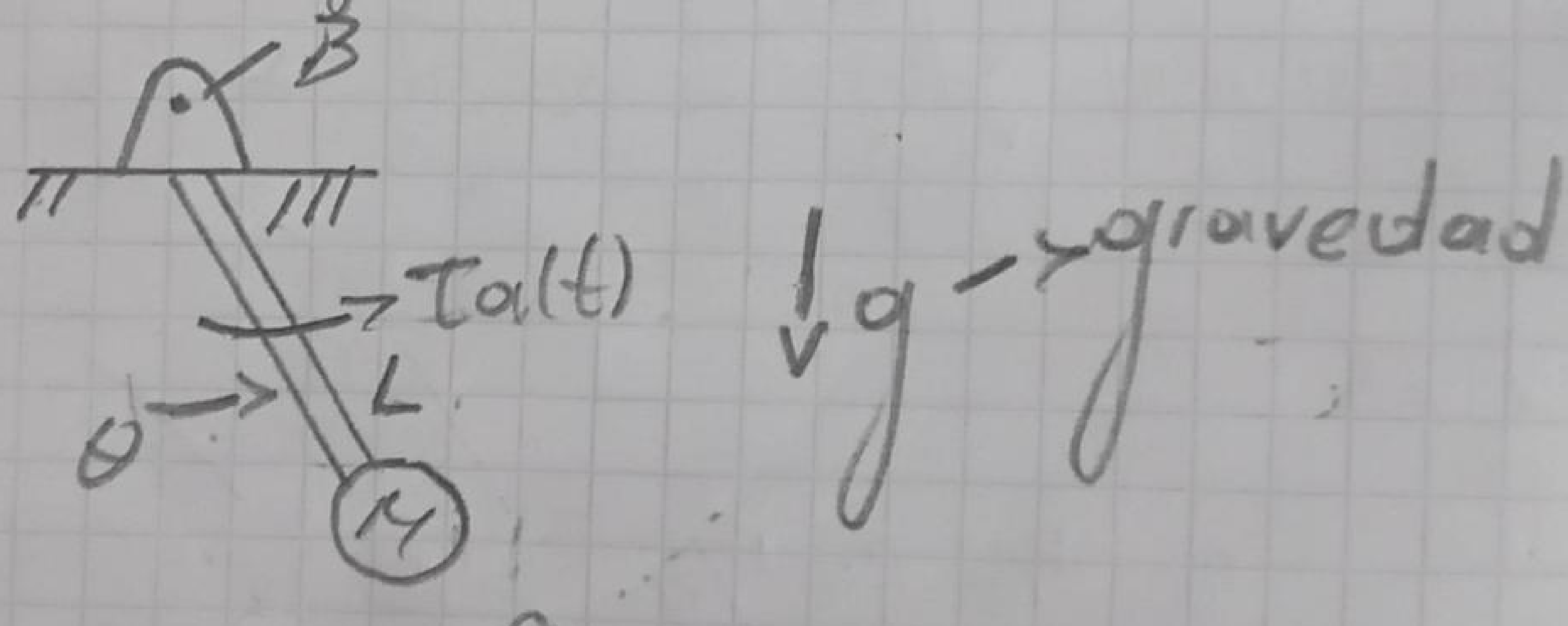
4) Para el sistema rotacional en la Figura, determine.

a) La función de Transferencia $\frac{\theta}{\tau_a}$

b) Espacio de estados

c) Diagrama de Bloques

d) Diagrama de flujo de señal



R → Teniendo en cuenta que en este sistema el momento de inersia es $J = ML^2$ se tiene que →

$$ML^2\ddot{\theta} + B\dot{\theta} + MgL\sin(\theta) = \tau_a(t) \quad (1)$$

La ecuación (1) no es lineal, tomando $\sin(\theta) \approx \theta$ para valores de θ cercanos a cero se tiene que →

Linealización ->

$$ML^2\ddot{\theta} + B\dot{\theta} + MgL\theta = \tau a(t)$$

Aplicando Laplace ->

$$ML^2 S^2\theta(s) + BS\theta(s) + MgL\theta(s) = \tau a(s) \rightarrow$$

$$\theta(s)[ML^2S^2 + BS + MgL] = \tau a(s) \rightarrow$$

$$\frac{\theta(s)}{\tau a(s)} = \frac{1}{ML^2S^2 + BS + MgL}$$ -> "Función de Transferencia"

Espacio de estados ->

$$\begin{bmatrix}\dot{q}_1 \\ \dot{q}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{g}{L} & -\frac{B}{ML^2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1\end{bmatrix}\tau a(t)$$

$$\theta = [1 \quad 0]\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2\end{bmatrix}$$

Diagrama de Bloques ->

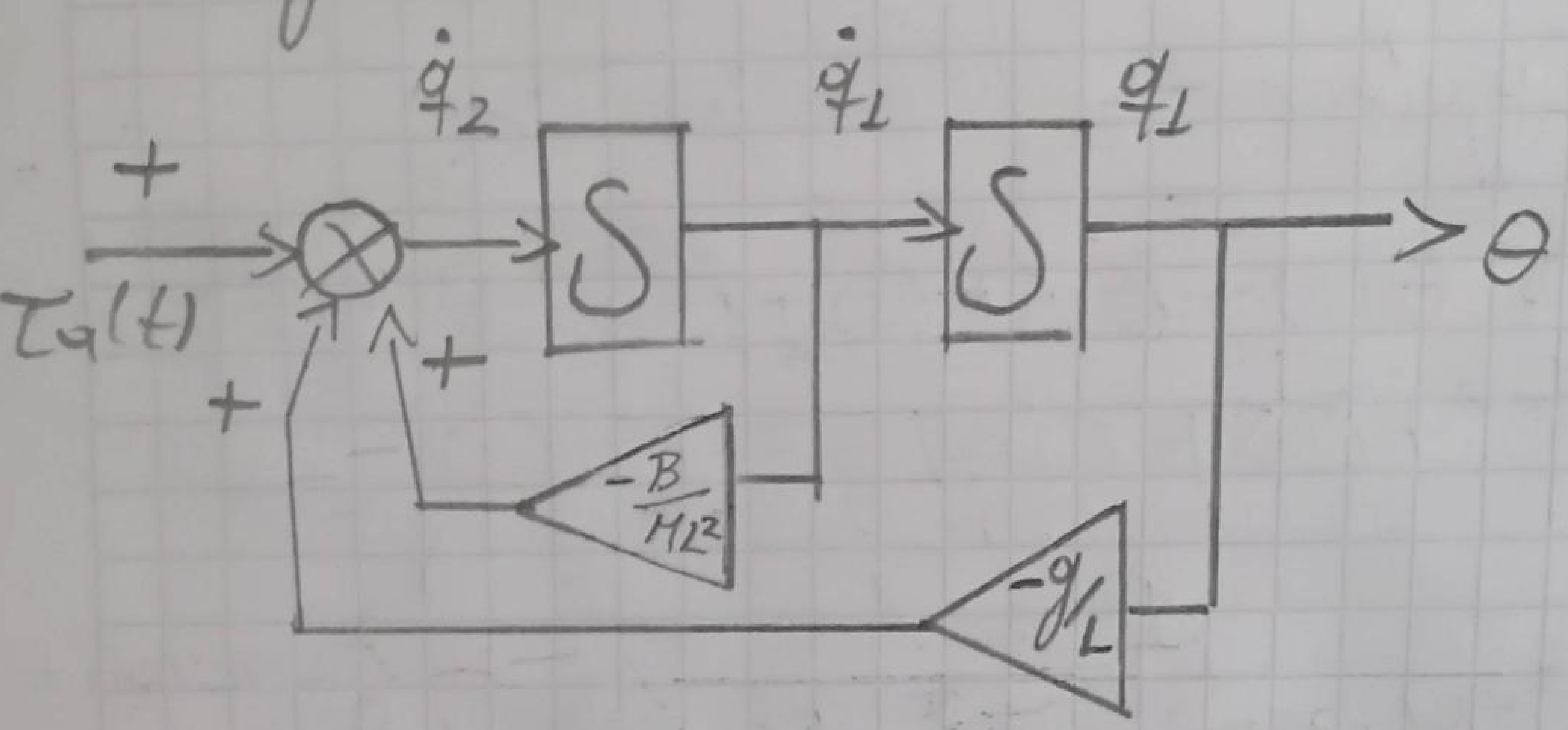
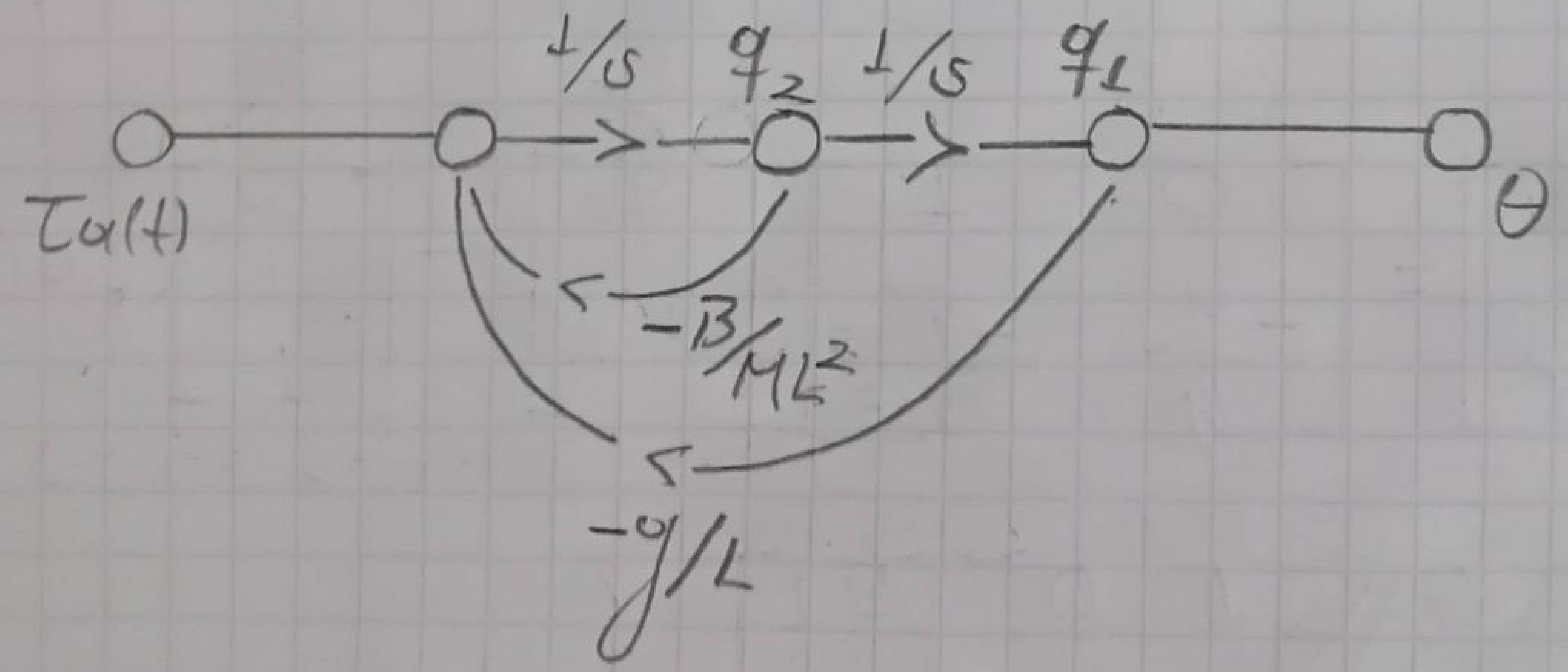


Diagrama de flujo de señal ->



Scanned by TapScanner