

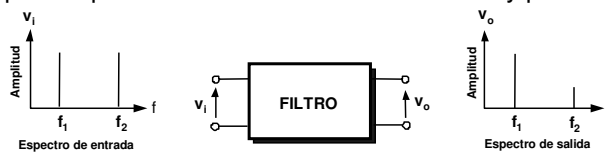


FILTRADO ANALÓGICO



INTRODUCCIÓN

Cuadripolo capaz de atenuar ciertas frecuencias y permitir el paso de las otras.



$$H(s) = \frac{v_o(s)}{v_i(s)} \quad s = j\omega \quad \Rightarrow \quad H(j\omega) = \underbrace{|H(j\omega)|}_{\text{Ganancia}} \underbrace{\angle \phi(\omega)}_{\text{Fase}}$$

$$H(s) = \frac{a_m \cdot s^m + a_{m-1} \cdot s^{m-1} + \dots + a_1 \cdot s + a_0}{s^n + b_{n-1} \cdot s^{n-1} + \dots + b_1 \cdot s + b_0}$$

polos: raíces del denominador

ceros: raíces del numerador

Orden del Filtro: n

$n \geq m$



Clasificación de filtros

Según el tipo de señal procesada

a.-Filtros Analógicos

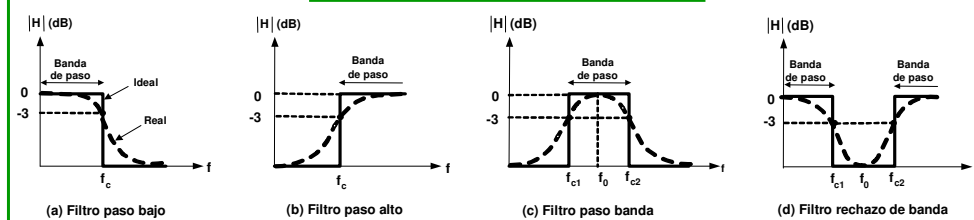
- Filtros pasivos
- Filtros activos
- Filtros de Capacidad Conmutada

b.-Filtros Digitales

Según la aproximación matemática

- 1.- Filtros de Butterworth
- 2.- Filtros de Chebyshev
- 3.- Filtros de Bessel

Según la función que lleve a cabo



2008-2009

Instrumentación Electrónica

3



Especificaciones de un filtro

• Ganancia

• Frecuencia de corte

• Orden del filtro

• Especificaciones Frecuenciales

- Amáxima: rizado máximo de la banda de paso
- Amin: atenuación mínima de la banda atenuada (referida a la ganancia máxima de la banda de paso)
- f_p : frecuencia límite de la banda de paso
- f_s : frecuencia donde comienza la banda atenuada
- Factor de calidad (Q)
- frecuencia normalizada: $f_n = f/f_c$ $f_n = f/f_0$

• Especificaciones temporales

- Respuesta de un filtro ante una entrada escalón: tiempo de subida, tiempo de establecimiento, sobreoscilación
- Retardo de fase (ϕ/ω): retardo de tiempo que le corresponde al desfase entre las señales de entrada y de salida
- Retardo de grupo: retardo de fase visto desde la banda de pasos

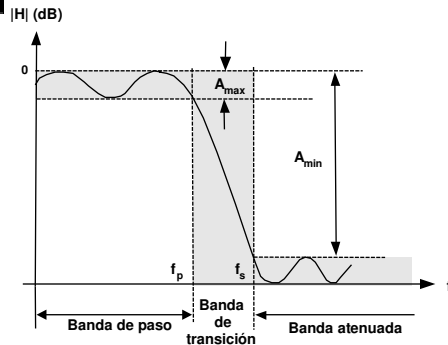
2008-2009

Instrumentación Electrónica

4



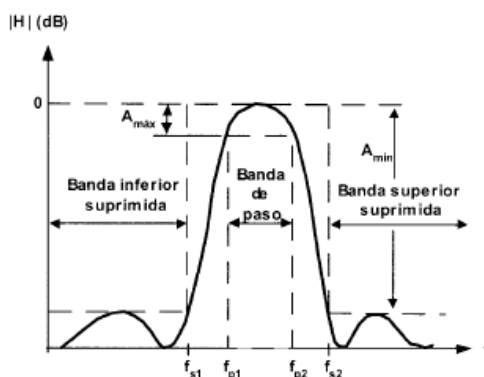
Parámetros de diseño (especificaciones frecuenciales)



A_{\max} : rizado máximo de la banda de paso
 A_{\min} : atenuación mínima de la banda atenuada (referida a la ganancia máxima de la banda de paso)
 f_p : frecuencia límite de la banda de paso
 f_s : frecuencia donde comienza la banda atenuada



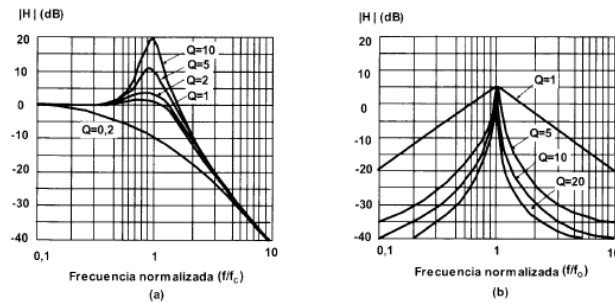
Parámetros de diseño (especificaciones frecuenciales)



A_{\max} : rizado máximo de la banda de paso
 A_{\min} : atenuación mínima de la banda atenuada (referida a la ganancia máxima de la banda de paso)
 f_{p1}, f_{p2} : frecuencias límites de la banda de paso
 f_{s1}, f_{s2} : frecuencias donde comienza la banda atenuada



Factor de calidad del filtro



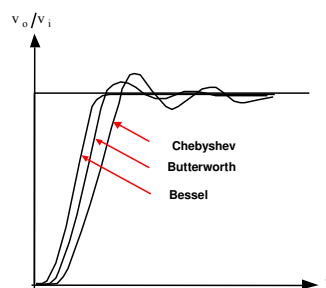
Respuesta normalizada de filtros de segundo orden en función de Q
(a) paso bajo, paso alto, (b) pasa banda, rechaza banda

Respuesta en frecuencia normalizada

- Frecuencia normalizada: f/f_c , f/f_o ,
- Pulsación normalizada: ω/ω_c , ω/ω_o



Parámetros de diseño (especificaciones temporales)



Respuesta del filtro ante una entrada escalón

- Tiempo de subida
- Tiempo de establecimiento
- Sobreoscilación

Retardo de fase



Aproximaciones matemáticas

1.- Filtros de Butterworth:

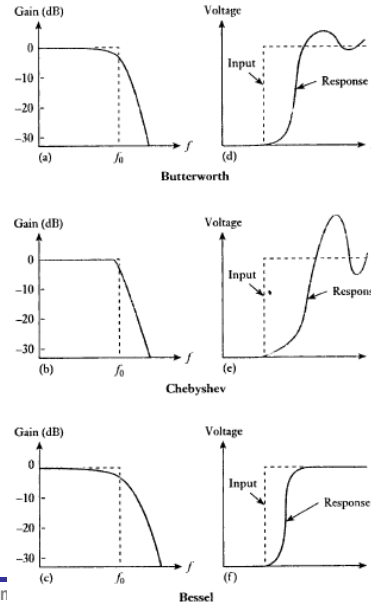
- ✓ Optimizado para ganancia plana en la banda de paso
- ✗ Región de transición de caída lenta y respuesta no lineal alrededor de la f_c

2.- Filtros de Chebyshev

- ✓ Atenuación más rápida en la región de transición
- ✗ Rizado en la banda de paso

3.- Filtros de Bessel

- ✓ Mejor respuesta a un escalón de tensión
- ✗ Atenuación por encima de la banda de paso más lenta



2008-2009

Instrumentación



Aproximación de Butterworth

$$|H(jf)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \epsilon^2 \left(\frac{f}{f_p}\right)^{2n}}}$$

n : orden del filtro

ϵ : determina el rizado máximo (A_{\max})

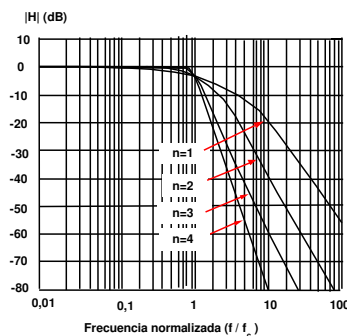
Si $f=f_p$ se tiene el rizado máximo en la banda de paso,

$$\epsilon = \sqrt{10^{A_{\max}/10} - 1} \quad A_{\max} [\text{dB}]$$

Si $f=f_s$ se tiene la atenuación mínima del filtro A_{\min}

$$n = \frac{\log \left[\left(\frac{1}{A_{\min}^2} - 1 \right) \right]}{2 \cdot \log \left(\frac{f_s}{f_p} \right)}$$

Orden mínimo que satisface las especificaciones de A_{\max} y A_{\min}



Ejercicio 4.1

2008-2009

Instrumentación Electrónica

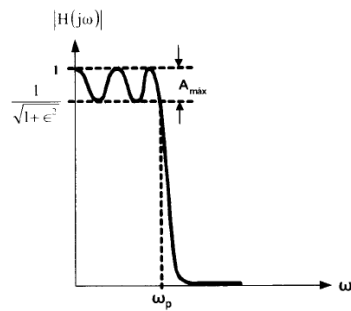
10



Aproximación de Chebyshev

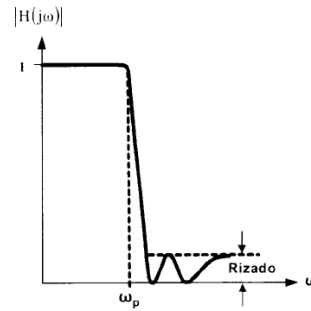
Tipo I

- Sólo tienen polos
- Rizado constante en la banda de paso
- Característica monótona en la banda atenuada



Tipo II

- Tienen polos y ceros
- Rizado constante en la banda de atenuada
- Característica monótona en la banda de paso



Aproximación de Bessel

$$H(s) = \frac{1}{B_n(s)}$$

$$B_n(s) = \sum_{k=0}^n a_k s^k$$

Polinomio de Bessel

$$a_k = \frac{(2n-k)!}{2^{n-k} k! (n-k)!}$$

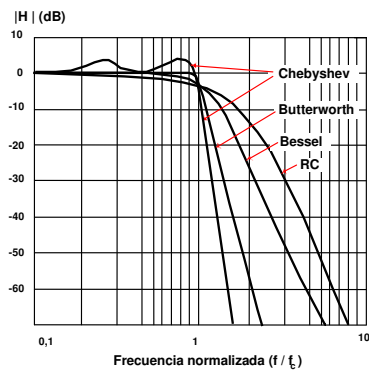
k = 0, 1...n

Respuesta de fase es lineal en la banda de paso

Aplicaciones de filtrado de ondas cuadradas



Comparación de aproximaciones



	VENTAJAS	INCONVENIENTES
Butterworth	<ul style="list-style-type: none">• Respuesta de ganancia plana en la banda de paso• Mejor respuesta ante escalón que Ch.• Atenuación mayor que Bessel por encima de la banda de paso	<ul style="list-style-type: none">• Oscilación y rizado en respuesta a un escalón
Chebyshev (tipo I)	<ul style="list-style-type: none">• Atenuación mayor que Bessel por encima de la banda de paso	<ul style="list-style-type: none">• Rizado en la banda de paso• Peor respuesta a un escalón que Butterworth
Bessel	<ul style="list-style-type: none">• La mejor respuesta a un escalón de tensión	<ul style="list-style-type: none">• Atenuación más lenta que Butt. Por encima de la banda de paso



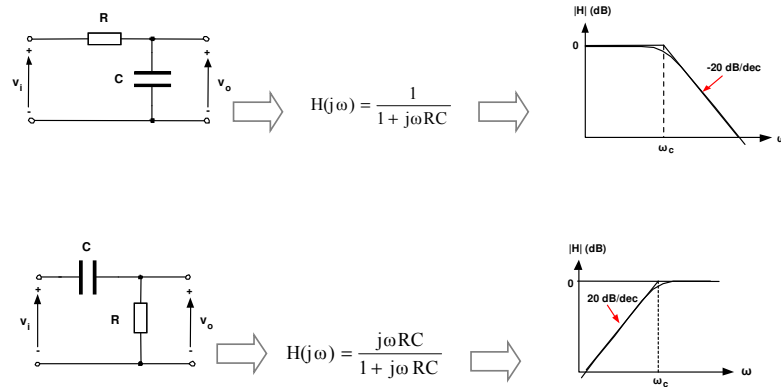
Filtros pasivos

Resistencias, bobinas y condensadores

- ✓ Buena linealidad
- ✓ No requieren alimentación
- ✓ Amplio margen de tensiones y corrientes
- ✗ Cada etapa tiene una impedancia de salida que afecta a la etapa siguiente y una impedancia de entrada que afecta a la anterior \Rightarrow dificulta conexión en cascada
- ✗ La ganancia de paso en la banda de paso siempre es la unidad
- ✗ Tamaño de las bobinas en las aplicaciones de baja frecuencia elevado



Filtros pasivos RC (Tabla 4.2)



Filtros activos

Resistencias, condensadores y operacionales

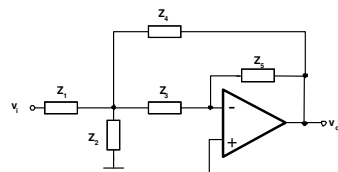
- ✓ Aplicaciones de baja frecuencia y pequeña señal
- ✓ Facilitan el encadenamiento de etapas aprovechando la baja impedancia de salida de los Operacionales
- ✗ Ancho de banda limitado al Operacional empleado
- ✗ Necesidad de alimentación
- ✗ Ruido adicional provocado por el Operacional

Estructuras para implementar filtros activos

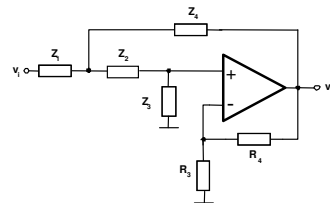
- ⇒ Sallen-Key
- ⇒ Realimentación múltiple (MFB): para filtros que requieren valores de Q y de ganancia altos
- ⇒ Variables de estado



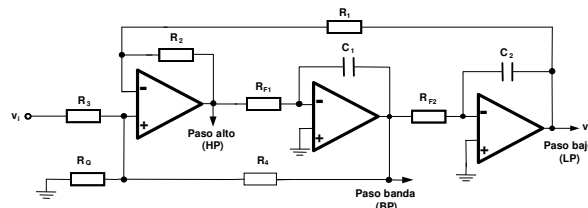
Filtros activos: estructuras básicas (tabla 4.3)



Sallen-Key



MFB



Variables de estado



Filtros activos: diseño de filtros paso bajo

Método general de diseño

Considerar la FDT normalizada de un filtro de segundo orden e identificarla con la expresión matemática del filtro particular a diseñar

$$H(j\omega_n) = \frac{K}{1 + a_1(j\omega_n) + b_1(j\omega_n)^2}$$

FDT normalizada de un filtro paso bajo de segundo orden

$$\omega_n = \frac{\omega}{\omega_c} \quad \text{Pulsación normalizada}$$

K: Ganancia

a1, b1 : coeficientes que definen el tipo de aproximación matemática

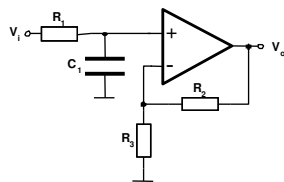


Filtros activos: diseño de filtros paso bajo

Ejemplo: paso bajo no inversor de primer orden

$$H(j\omega_n) = \frac{K}{1 + a_1(j\omega_n) + b_1(j\omega_n)^2}$$

$$\omega_n = \frac{\omega}{\omega_c}$$



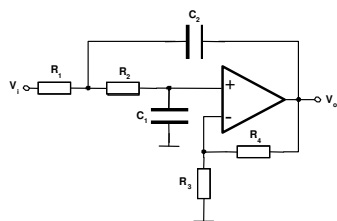
$$H(j\omega_n) = \frac{1 + (R_2/R_3)}{1 + j\omega_c R_1 C_1 \omega_n}$$

$$\begin{aligned} a_1 &= \omega_c R_1 C_1 \\ b_1 &= 0 \\ K &= 1 + (R_2/R_3) \end{aligned}$$

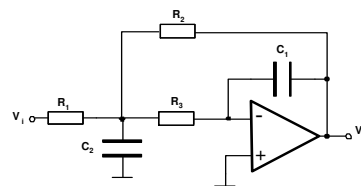
Ejercicio 4.4



Estructuras paso bajo de segundo orden



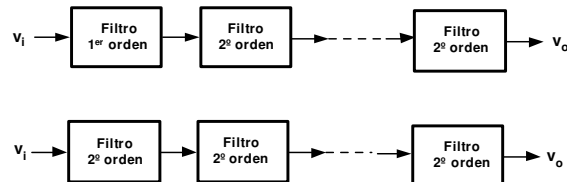
Sallen-Key



MFB



Filtros de orden superior



Ejercicio 4.6



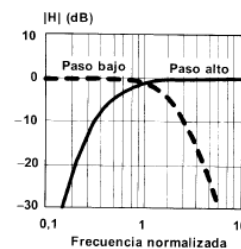
Filtros activos: diseño de filtros paso alto

Método general de diseño

La respuesta de un filtro paso alto se puede obtener sin más que relejar la respuesta de un filtro paso bajo respecto a la frecuencia normalizada unidad.

⇒ La FDT de un filtro paso alto de segundo orden se obtiene a partir de la FDT de un filtro paso bajo de segundo orden reemplazando ω_n por $1/\omega_n$

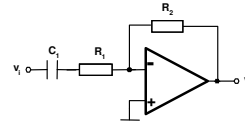
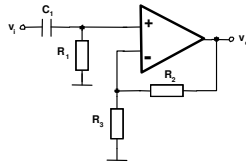
⇒ La estructura física de un filtro paso alto se obtiene reemplazando en un filtro paso bajo R por C y C por R



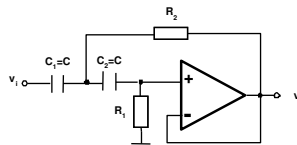


Filtros paso alto (tabla 4.4)

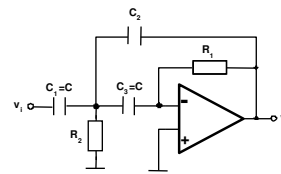
Primer orden



Segundo orden



Sallen-Key



MFB



Diseño de filtros paso banda y rechaza banda

Parámetros de diseño

- Frecuencia central, f_0
- Ganancia a la frecuencia central, K_0
- Factor de calidad, Q : de banda ancha ($Q < 10$) y de banda estrecha ($Q > 10$)

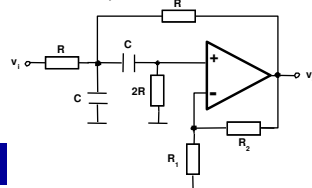
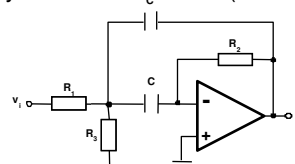
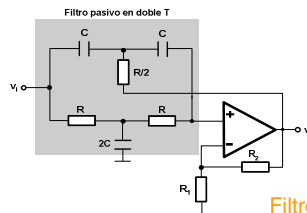


Tabla 4.5

Sallen-Key: Pasa banda 2º orden



MFB: Pasa banda 2º orden



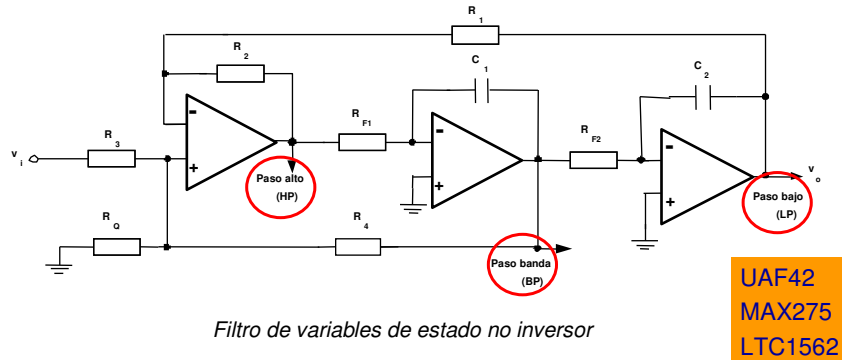
Filtro rechazo banda



Filtros de variables de estado

Estructuras Sallen-Key y MFB

- ✗ Sensibles a las tolerancias de los componentes y de la temperatura
- ✗ NO permiten valores de Q elevados
- ✗ En general No permiten ajustes independientes de la ganancia y del factor de calidad

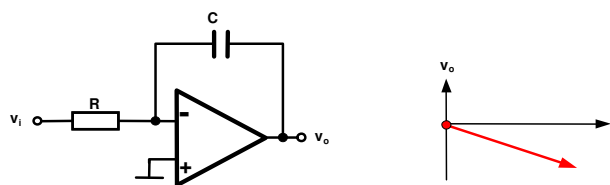


Filtro de variables de estado no inversor



Filtros de capacidad conmutada

- La señal de entrada es muestreada y procesada en un tiempo discreto.
- Las resistencias del filtro son reemplazadas por interruptores MOS y condensadores integrados en el propio chip
 - ⇒ Ajuste del valor de las R mediante las variación de la frecuencia de conmutación de los interruptores
- Valor de la frecuencia de corte proporcional a la frecuencia del reloj externo

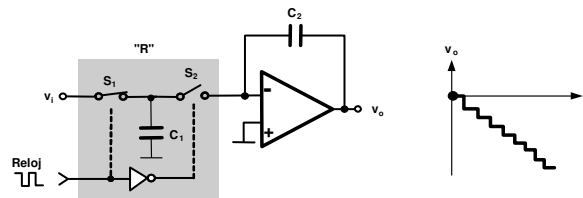


Integrador RC mediante un operacional

Cte de tiempo (RC) depende de la los componentes discretos !!!



Filtros de capacidad conmutada



Integrador inversor de capacidad conmutada

R_{efectiva} $"R" = \frac{1}{C_1 \cdot f_{\text{CLK}}} \Rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi "R" C_2} = \frac{f_{\text{CLK}} \cdot C_1}{2\pi \cdot C_2}$

Cte de tiempo $"R" \cdot C_2 = \frac{C_2}{C_1 \cdot f_{\text{CLK}}}$



Aplicaciones de los filtros

- Eliminación de ruido
 - Notch para eliminar la frecuencia de línea (instrumentación biomédica)
 - Paso bajo
 - *anti-aliasing* (limitar el ancho de banda y limitar el espectro del ruido)
- Detección de tono (filtros de capacidades conmutadas)
- Aplicaciones de filtrado con frecuencia ajustable
- Procesamiento de señales de audio
- Pulsación normalizada: ω/ω_c ω/ω_0