



## A5 - Actividad 5. Problema Colaborativo

Ecuaciones Diferenciales y Series (Universidad del Valle de México)



Escanea para abrir en Studocu

## DESARROLLO

### ACTIVIDAD IV:

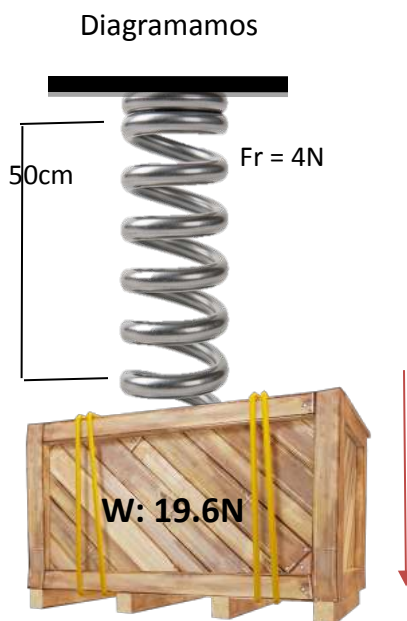
Resuelvan el ejercicio aplicando los conocimientos sobre:

➤ Sistema masa - resorte

#### Ejercicio 1. Movimiento en una dimensión

1. Consideren un resorte en el que la fuerza, que es proporcional a su alargamiento, produce una fuerza  $F_r = 4 \text{ N}$  en un alargamiento de  $50 \text{ cm}$ . Un peso de  $19.6 \text{ N}$  colgado del resorte se jala hacia abajo desde la posición de reposo. Si se suelta el peso, estudiar y determinar la función de posición del peso respecto del tiempo en los siguientes casos:

I. Cuando no hay resistencia del aire



#### Formulas:

ley de Hooke

$$F_r = -kd$$

para equilibrio con peso

$$W = kd$$

para equilibrio en reposo

$$F_r = -K(d + y)$$

ley de Newton

$$W - F_r = ma$$

$$kd - k(d + y) = ma$$

$$kd - kd - ky = ma$$

$$-ky = ma$$

$$ma + ky = 0$$

#### Datos:

$$50\text{cm} = 0.5\text{m}$$

$$W = 19.6\text{N}$$

$$g = 9.8\text{m/s}^2$$

Obtenemos k, m

Al ser la aceleración la doble derivada de la posición, entonces:

$$F_r = -ky$$

$$W = mg$$

$$k = \frac{F_r}{y}$$

$$m = \frac{W}{g}$$

$$k = \frac{4N}{0.5m}$$

$$m = \frac{19.6}{9.8}$$

$$k = 8 \text{ N/m}$$

$$m = 2 \text{ Kg}$$



$$my'' + ky = 0$$

$$2y'' + 8y = 0$$

$$2 \frac{d^2y}{dt^2} + 8y = 0$$

Usamos la forma  $r = a + bi$

$$2y^2 + 8y = 0$$

$$2y^2 = -8$$

$$y = -4 \pm 2i$$

reemplazamos  $y = 0 \pm 2i$

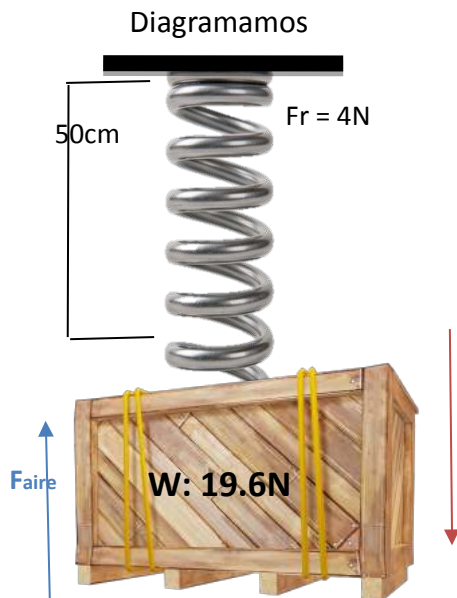
En la forma  $y = e^{rx}$

$$y = e^{ax} (c_1 \cos bx + c_2 \sin bx)$$

$$y = e^{0x} (c_1 \cos 2x + c_2 \sin 2x)$$

$$y = c_1 \cos 2x + c_2 \sin 2x$$

II. Si la fuerza de resistencia del aire es  $F_{\text{aire}} = 8 (dx/dt)$ , la cual se opone al movimiento del peso



$$W - F_r - F_{\text{aire}} = ma$$

$$-Ky - 8y' = my''$$

$$my'' + 8y + ky = 0$$

$$2y'' + 8y' + 8y = 0$$

En la forma  $y = e^{rx}$

$$2y^2 + 8y + 8 = 0$$

$$1 \quad (2y^2 + 8y + 8) = 0$$

$$2 \quad y^2 + 4y + 4 = 0$$

$$(y + 2)(y + 2) = 0$$

$$y = -2$$

$$y = -2$$

1

2

$$y = c_1 e^{-2x} + c_2 x e^{-2x}$$