Structuri de date – Curs 8

Prof. univ. dr. Cristian CIUREA
Departamentul de Informatică și Cibernetică Economică
Academia de Studii Economice din București
cristian.ciurea@ie.ase.ro

Agenda

- Operații pe arbori binari de căutare
- Arbori echilibrați
- Arbori Roșu & Negru

Arbori binari de căutare

- Principala utilizare a arborilor binari de căutare este regăsirea rapidă a unor informaţii memorate în cheile nodurilor.
- Pentru orice nod al unui arbore de căutare, cheia acestuia are o valoare mai mare decât cheile tuturor nodurilor din subarborele stâng şi mai mică decât cheile nodurilor ce compun subarborele drept.

Arbori binari de căutare

- Operaţiile pe arbori binari de căutare se grupează în următoarele categorii:
  - operaţii de creare a arborilor;
  - operaţii cu elemente (noduri), precum operaţiile de inserare şi ştergere de noduri în şi din arbore;
  - traversări de arbori:
    - pentru prelucrarea informaţiei utile;
    - pentru căutarea de informaţie în arbore.
  - conversii şi stocare în fişier.

Arbori binari de căutare

- Operaţia de creare:
  - presupune construirea în memorie a unui arbore binar prin preluarea de informaţii din mediul extern, sursele cele mai frecvente fiind introducerea de la tastatură sau fişierele;
  - algoritmii de creare a unui arbore binar presupun cunoaşterea relaţiilor în care se află un nod cu celelate noduri din arbore.

Arbori binari de căutare

- Operaţia de creare:
  - presupune adăugarea câte unui nod la un arbore iniţial vid;
  - după inserarea unui nod, arborele trebuie să rămână în continuare ordonat;
  - pentru adăugarea unui nod se parcurge arborele începând cu rădăcina şi continuând cu subarborele stâng sau drept în funcţie de relaţia de ordine;
  - traversarea se continuă până când se ajunge la un nod fără descendent;
  - acestui nod îi va fi adăugat un nod fiu cu valoarea dorită a cheii.

Arbori binari de căutare

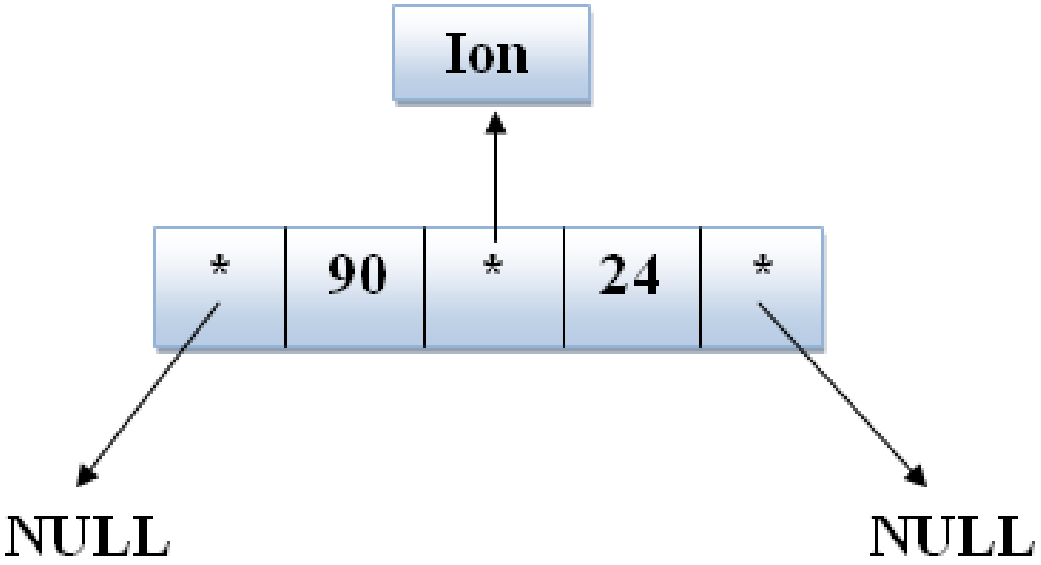
- Operaţia de creare a unui arbore binar de căutare, în care informaţia unui nod este de tip articol, compusă din câmpurile *cod*, *nume* și *vârsta*, asociate unui student.

```
typedef struct
{
   int cod;
   char* nume;
   int varsta;
} student;

typedef struct
{
   student info;
   bynarytreenode *left, *right;
} bynarytreenode;
```

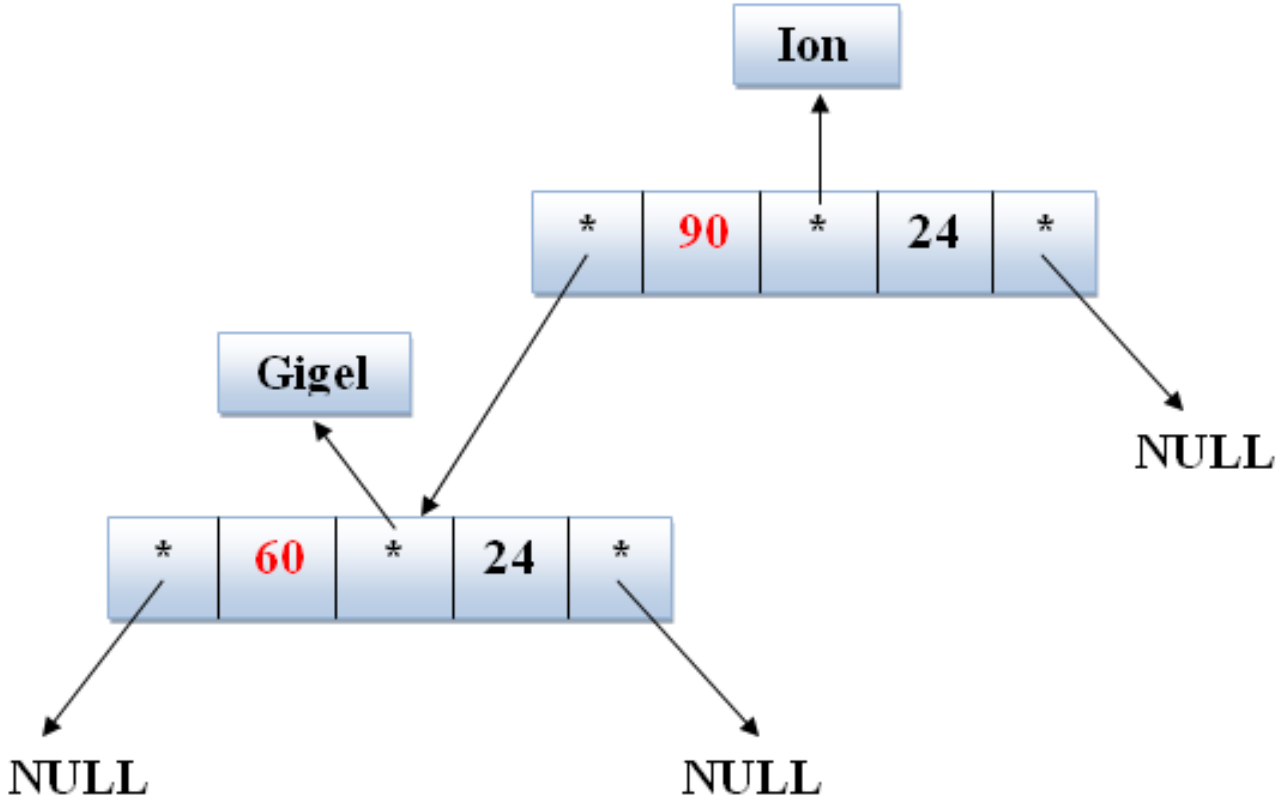
Arbori binari de căutare

- creare nod cu informația *(90, "Ion", 24)*:



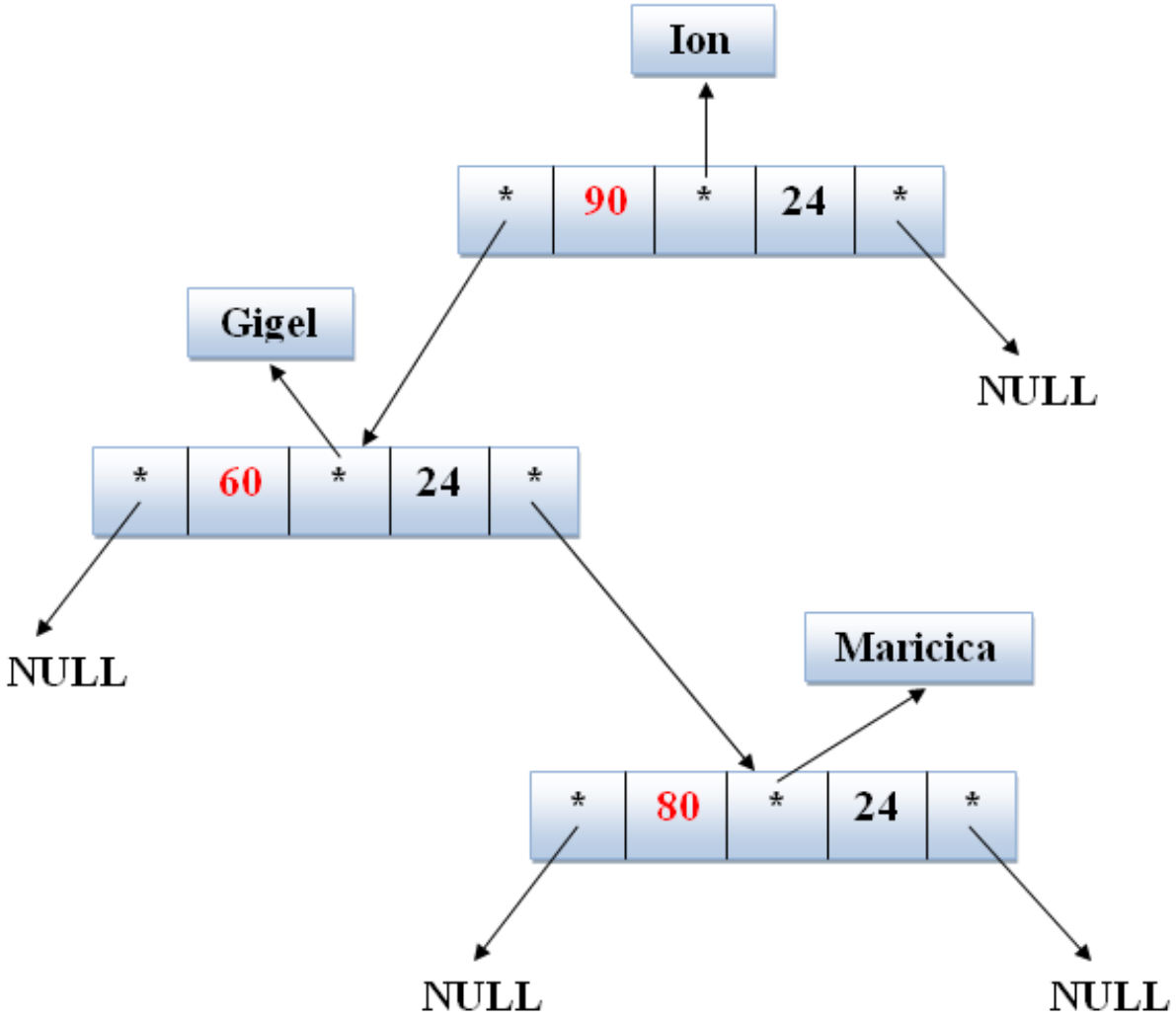
Arbori binari de căutare

- adăugare nod cu informația *(60, "Gigel", 24)*:



Arbori binari de căutare

- adăugare nod cu informația *(80, "Maricica", 24)*:



Arbori binari de căutare

- Operaţiile de inserare/ștergere:
  - operaţia de inserare a unui nod într-un arbore binar de căutare necesită specificarea relaţiei în care se află nodul respectiv cu celelalte noduri din arbore;
  - operația de ştergere a unui nod implică formarea unor noi relaţii între nodurile rămase.

Arbori binari de căutare

- Operația de ștergere:
  - arborele trebuie să rămână arbore binar de căutare şi după ştergerea unui nod;
  - nodul care va fi şters se va încadra într-una din variantele următoare:
    - nu are subarbori (fii);
    - are doar subarbore stâng;
    - are doar subarbore drept;
    - are atât subarbore stâng, cât şi subarbore drept.

Arbori binari de căutare

- Operația de ștergere:
  - în cazul în care nodul nu are nici subarbore stâng, nici subarbore drept este necesară doar ştergerea nodului; nu sunt necesare alte operaţii de actualizare a arborelui;
  - în cazul în care nodul de şters are subarbore stâng sau drept, pe lângă ştergerea nodului este necesară şi actualizarea legăturilor dintre nodurile arborelui, respectiv fiul nodului care va fi şters, dacă există, va deveni fiul tatălui acestuia.

Arbori binari de căutare

- Operația de ștergere:
  - cazul în care nodul de şters are atât subarbore stâng, cât şi subarbore drept, necesită o tratare specială;
  - astfel, mai întâi se localizează fie cel mai din stânga fiu al subarborelui drept, fie cel mai din dreapta fiu al subarborelui stâng;
  - cheile acestor noduri reprezintă valoarea imediat următoare cheii nodului ce se doreşte a fi şters.

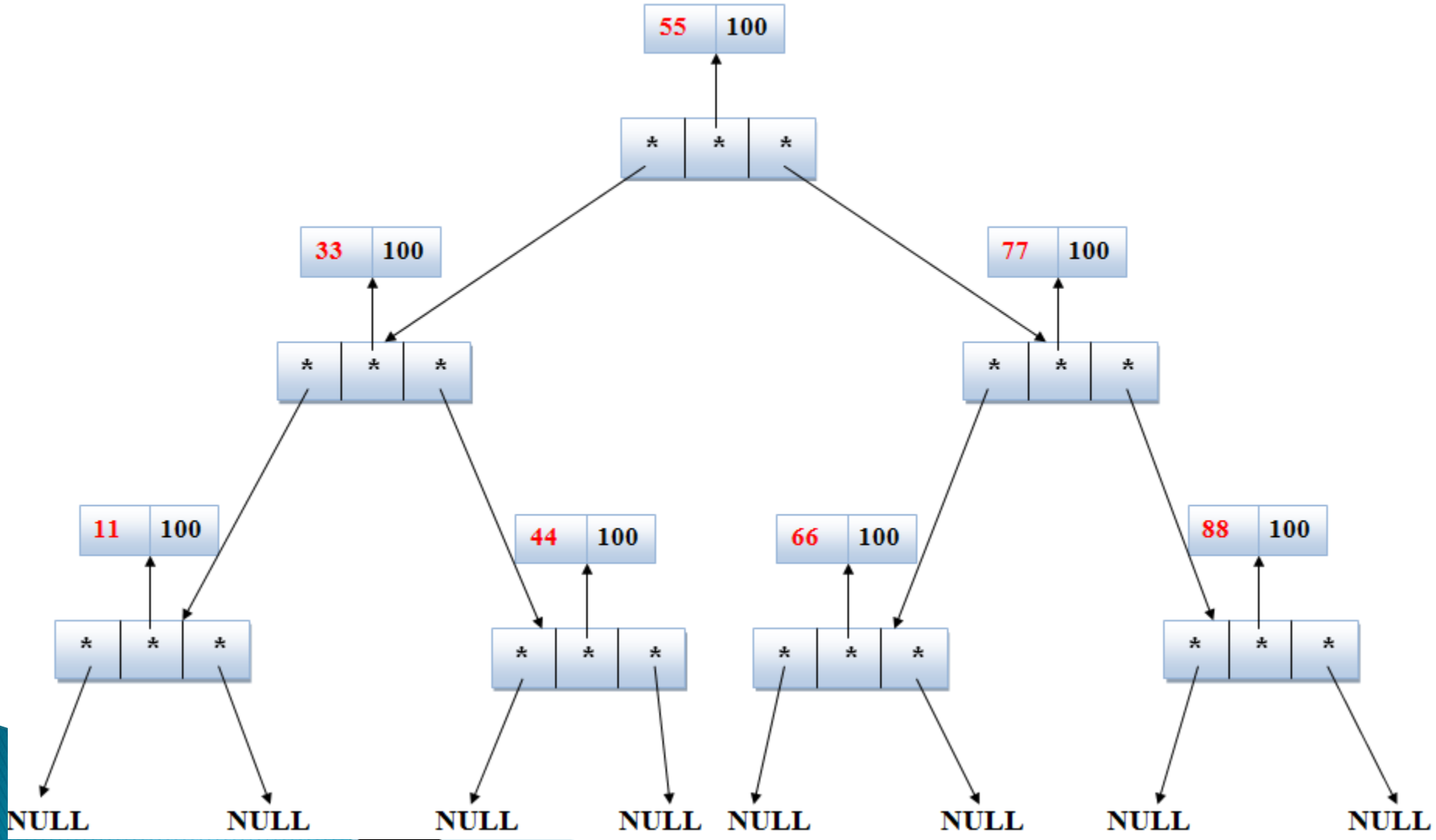
Arbori binari de căutare

- Operaţia de ştergere a unui nod dintr-un arbore binar de căutare, în care informația utilă este pointer la o structură “carte”:

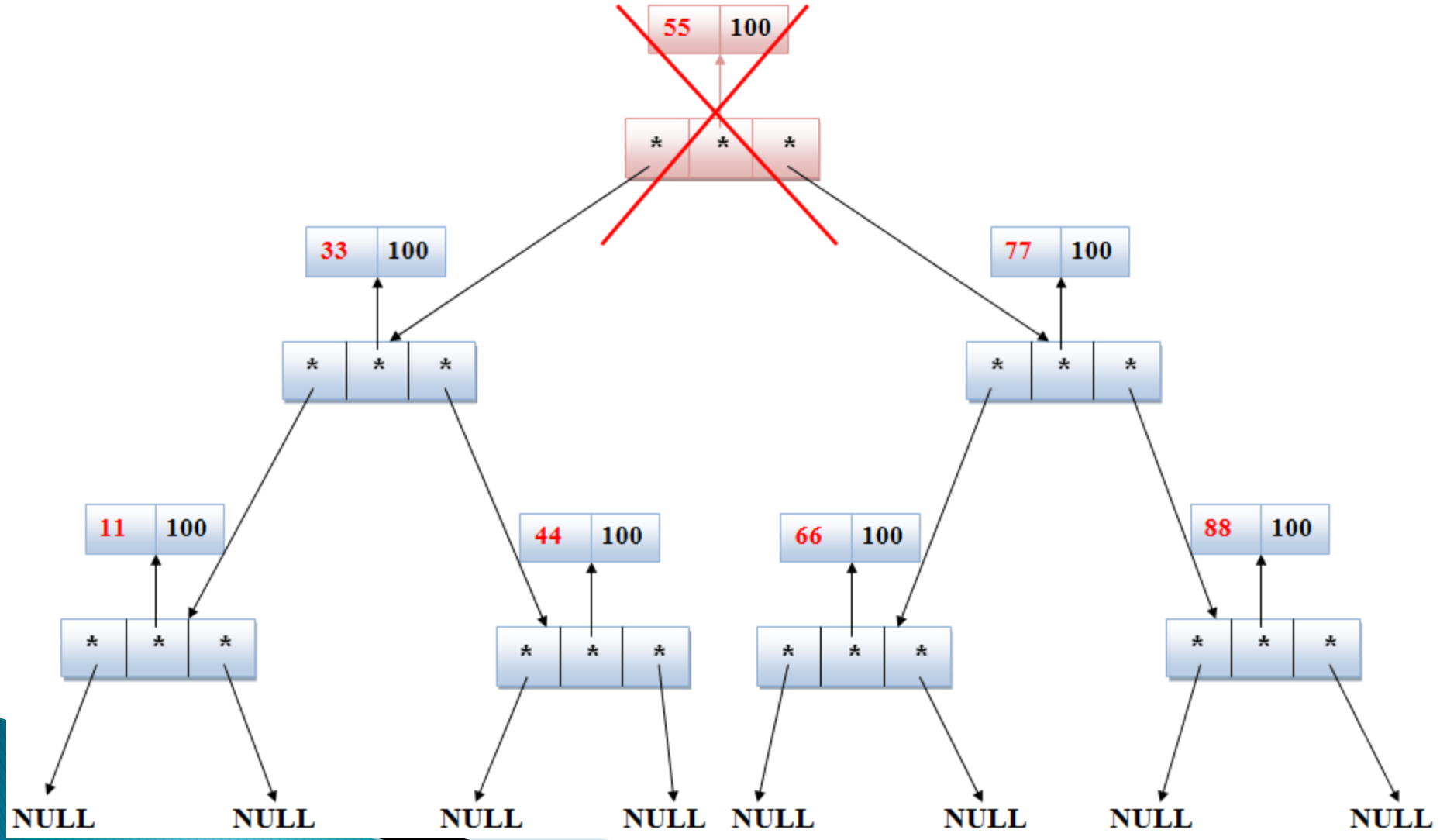
```
typedef struct
{
   int ISBN;
   float pret;
} carte;

typedef struct
{
   bynarytreenode *left;
   carte *inf;
   bynarytreenode *right;
} bynarytreenode;
```

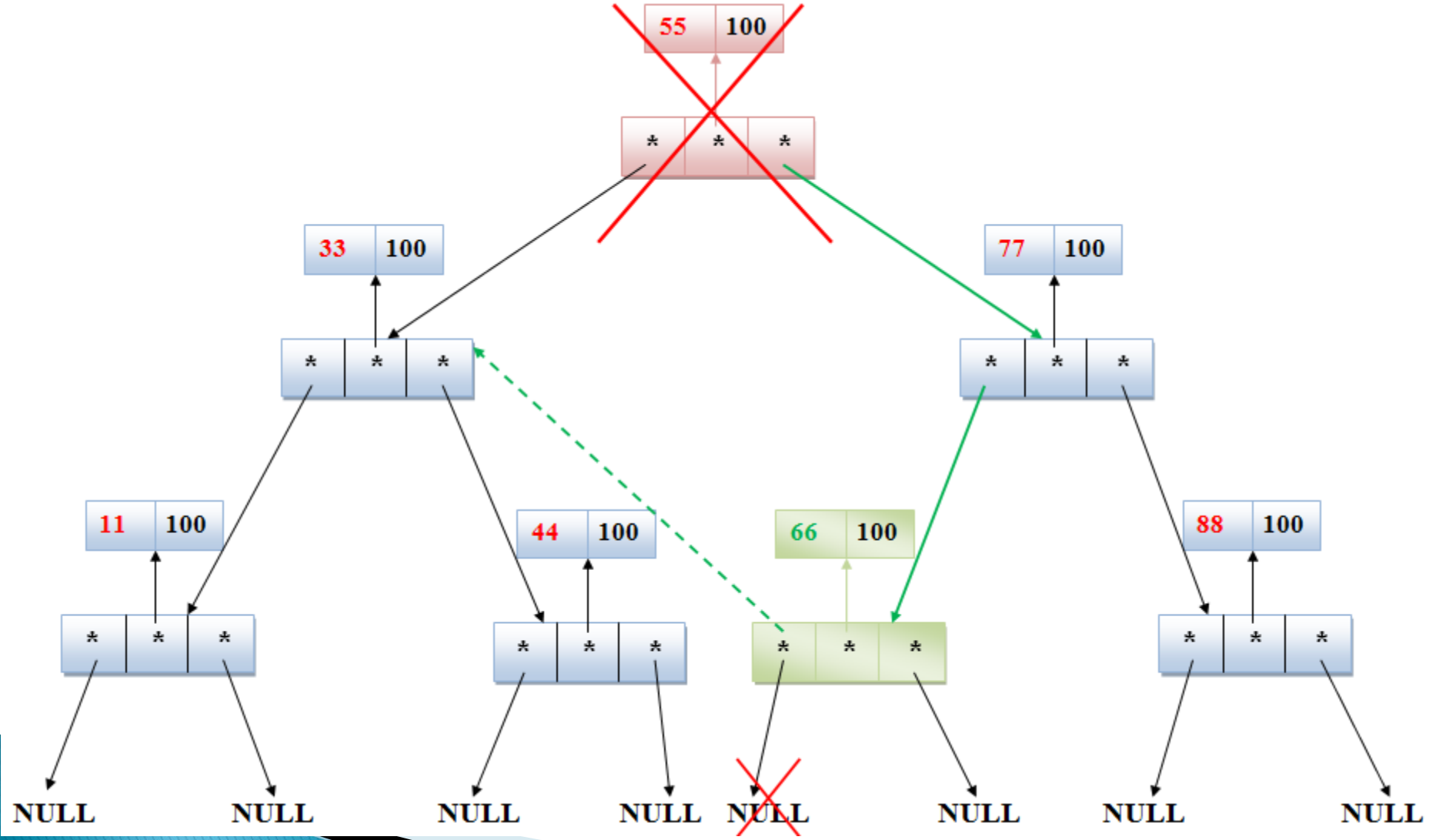
Arbori binari de căutare



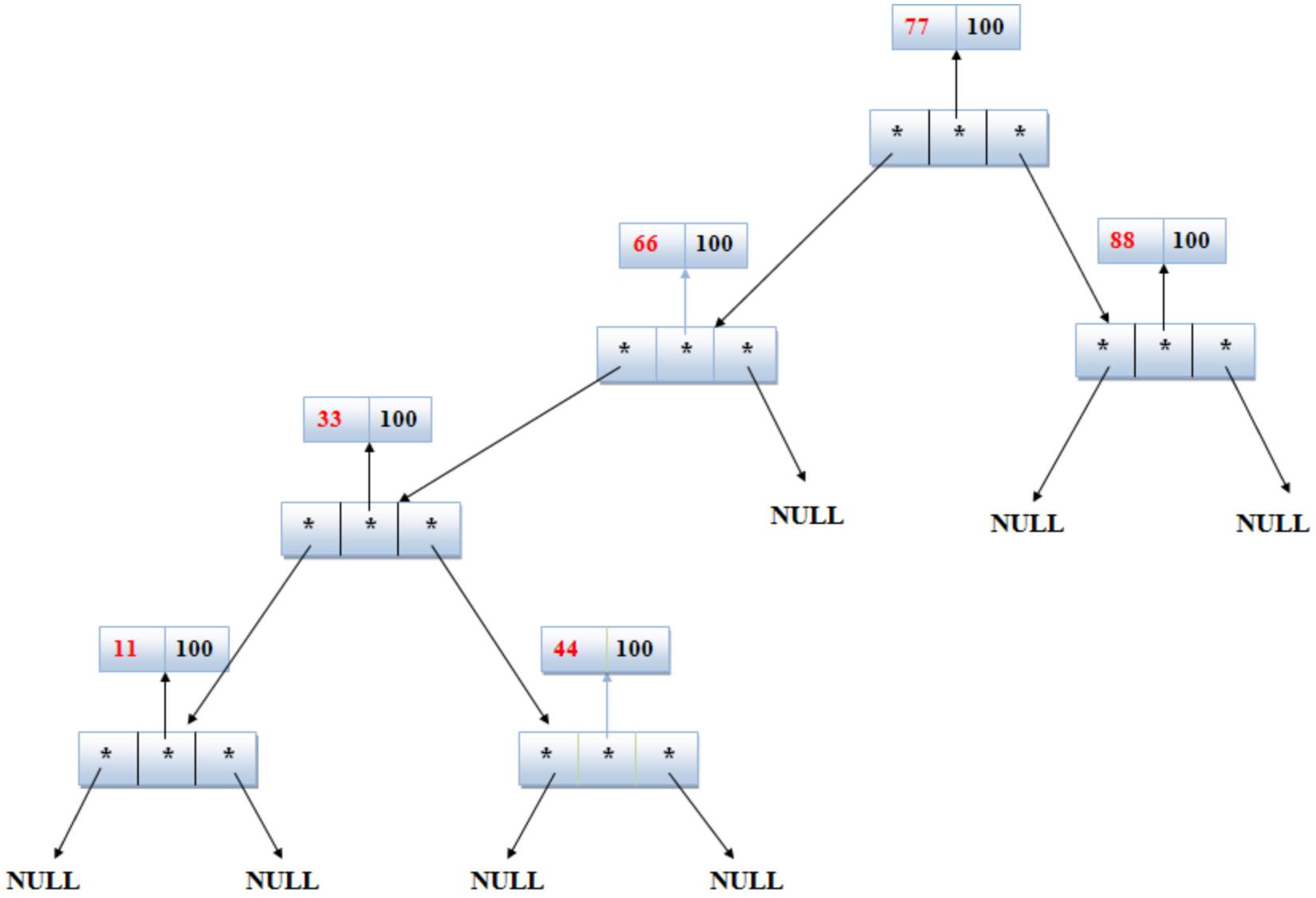
Arbori binari de căutare



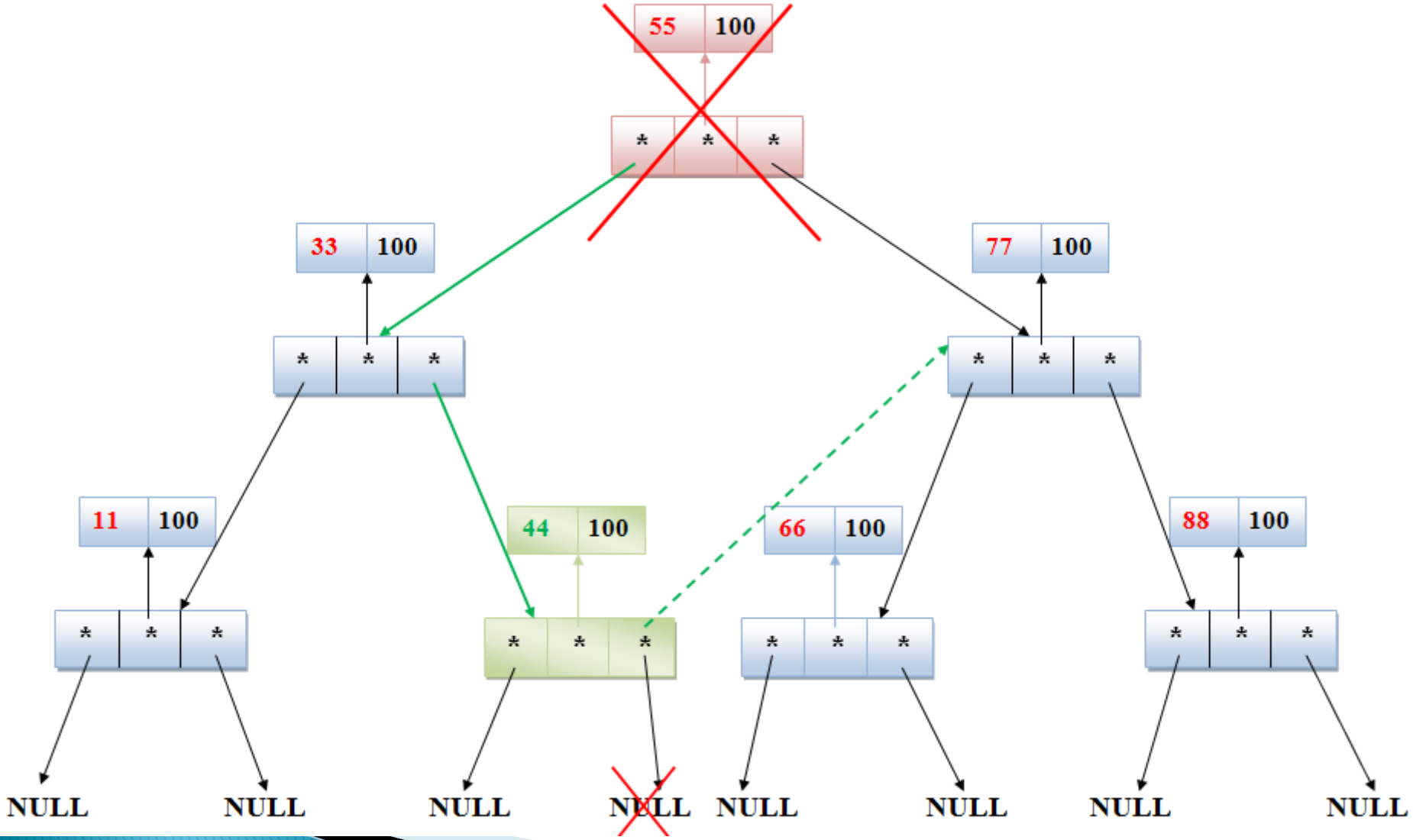
Arbori binari de căutare



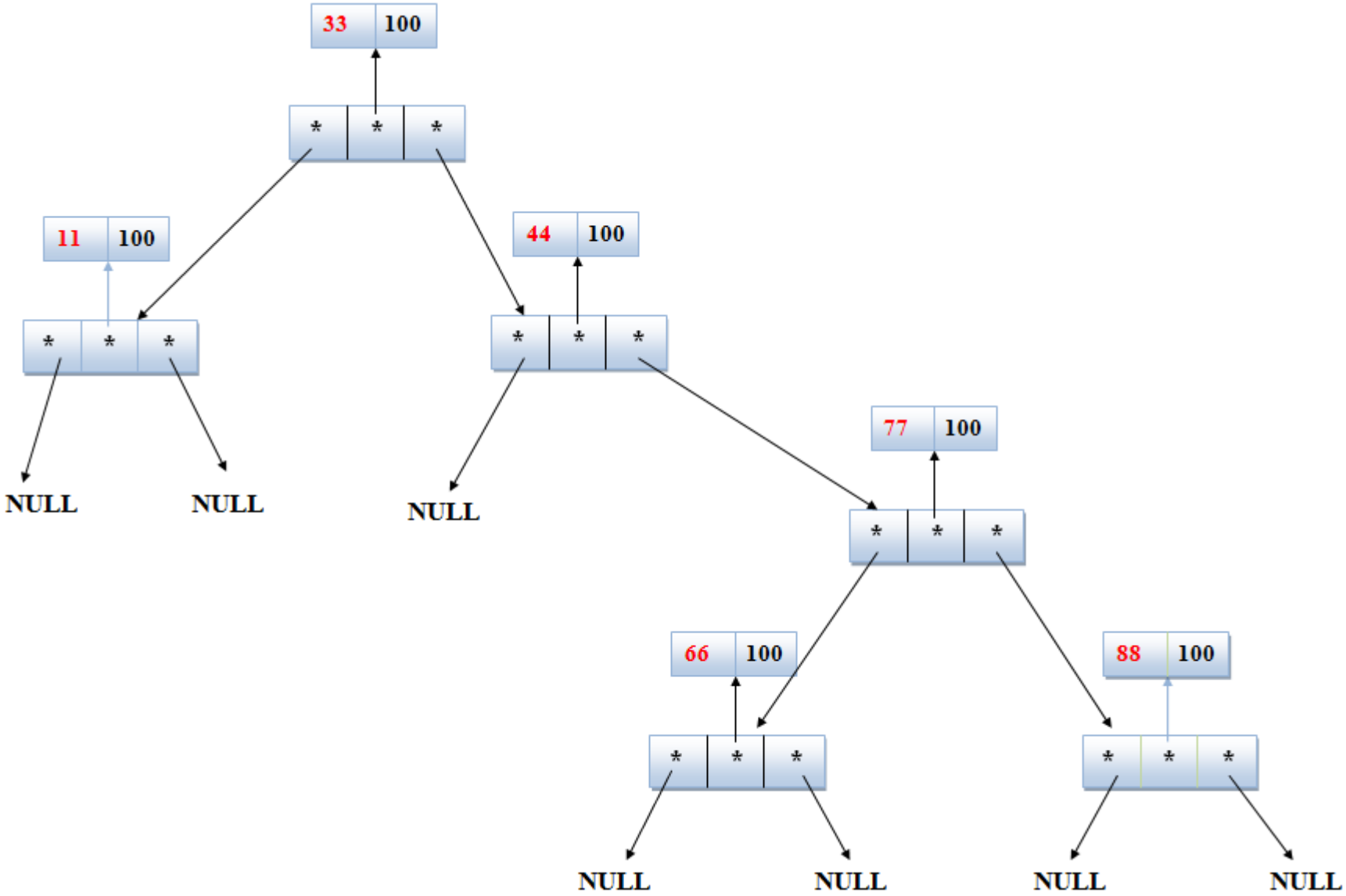
Arbori binari de căutare



Arbori binari de căutare



Arbori binari de căutare



Arbori binari de căutare

- Traversările arborilor binari de căutare:
  - pentru prelucrarea informaţiei utile:
    - preordine (RSD);
    - inordine (SRD);
    - postordine (SDR);
  - pentru căutarea de informaţie în arbore:
    - în varianta recursivă;
    - în varianta iterativă.

Arbori binari de căutare

- Algoritmul pentru operaţia de căutare într-un arbore binar de căutare este următorul:
  - se compară cheia căutată cu cheia din radăcină;
  - dacă sunt egale algoritmul se încheie;
  - dacă valoarea cheii căutate este mai mică decât valoarea din rădăcină, atunci se va relua algoritmul pentru subarborele stâng;
    - dacă nu există subarbore stâng, înseamnă că informaţia căutată nu se găseşte în arbore;
  - altfel, dacă valoarea cheii căutate este mai mare decât valoarea cheii din rădăcină, se va relua algoritmul pentru subarborele drept;
    - dacă nu există subarbore drept, înseamnă că informaţia căutată nu se găseşte în arbore;

Arbori binari de căutare

- căutare recursivă:

```
//căutare recursivă a cărții cu un anumit ISBN
bynarytreenode*  cauta_recursiv(bynarytreenode*  root,  int
   cheie)
{
   if (root)
   {
      if (cheie==root->inf->ISBN) return root;
      else if (cheie<root->inf->ISBN)
                cauta_recursiv(root->left, cheie);
      else cauta_recursiv(root->right, cheie);
   }
   else return NULL;
}
```

Arbori binari de căutare

- Operațiile de conversie şi stocare în fişier:
  - presupun traversarea arborilor binari de căutare şi salvarea informaţiilor în alte structuri de date, aflate în memorie, sau în fişiere, pe medii de stocare externe.

Arbori binari de căutare

- conversie arbore – listă:

```
//conversie arbore binar – listă simplă (varianta recursivă)
void bynarytree_to_list(bynarytreenode *root)
{
   if (root)
   {
      cap=inserare(cap, root->inf);
      bynarytree_to_list(root->left);
      bynarytree_to_list(root->right);
   }
}
```

Arbori binari de căutare

- conversie arbore – vector:

```
//conversie arbore binar – vector (varianta recursivă)
void bynarytree_to_array(bynarytreenode *root, book *v,
   int *k)
{
   if (root)
   {
      v[*k].ISBN=root->inf->ISBN;
      v[*k].price=root->inf->price;
      (*k)++;
      bynarytree_to_array(root->left, v, k);
      bynarytree_to_array(root->right, v, k);
   }
}
```

Arbori binari de căutare

- conversie arbore – fișier:

```
//conversie arbore - fisier text (varianta recursivă)
void bynarytree_to_file(FILE *f, bynarytreenode* root)
{
   if (root)
   {
      bynarytree_to_file(f, root->left);
      fprintf(f, "ISBN = %d, price = %5.2f",
                  root->inf->ISBN, root->inf->price);
      bynarytree_to_file(f, root->right);
   }
}
```

Arbori echilibrați

- Un arbore binar de căutare este **echilibrat** dacă pentru orice nod, **înălțimile** celor doi subarbori diferă cu cel mult o unitate.
- Arborele **perfect echilibrat** este cel în care, pentru fiecare nod, **numărul de noduri** ale subarborelui stâng diferă de cel pentru subarborele drept cu cel mult o unitate.

Arbori echilibrați

- Deoarece operaţiile de inserare şi ştergere nu permit menţinerea echilibrării perfecte a unui arbore, iar restructurarea arborelui după aceste operații este un proces complex, de obicei se preferă arbori imperfect echilibraţi care vor fi numiţi **arbori echilibraţi**.

Arbori echilibrați

- Tipologii de arbori binari de căutare echilibrați:
  - arbori AVL (AVL Trees);
  - arbori Roșu & Negru (Red-Black Trees).

Arbori Roşu & Negru

Caracteristici:

- tipologie de arbori binari de căutare echilibraţi;
- definiţi de Rudolf Bayer în 1972 sub formă de arbori simetrici;
- nodurile sunt plasate în mod simetric în subarborii stânga sau dreapta;
- factorul cel mai important este dat de culoarea fiecărui nod.

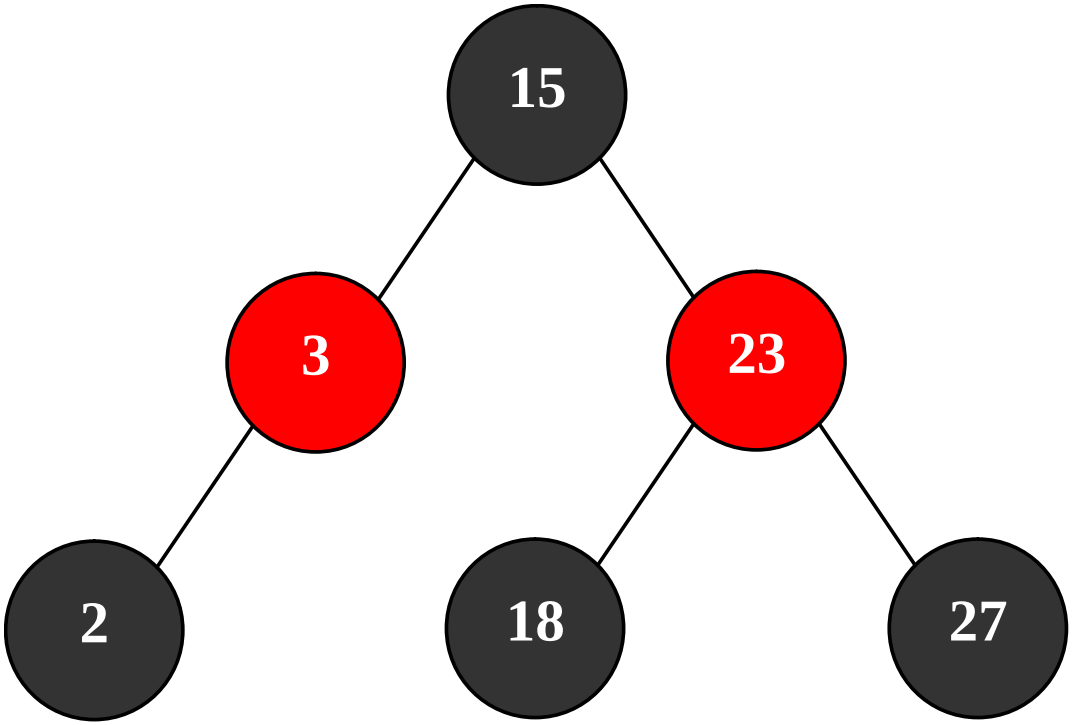
Arbori Roșu & Negru

Caracteristici:

- fiecare nod are una dintre cele două culori, roşu sau negru;
- nodul rădăcină este întotdeauna negru;
- ambele noduri fiu ale unui nod părinte roşu sunt negre;
- un nod roşu nu poate avea ca părinte decât un nod negru;
- toate drumurile de la rădăcină la oricare din nodurile frunză conţin acelaşi număr de noduri negre.

Arbori Roșu & Negru

- arbore roșu & negru:

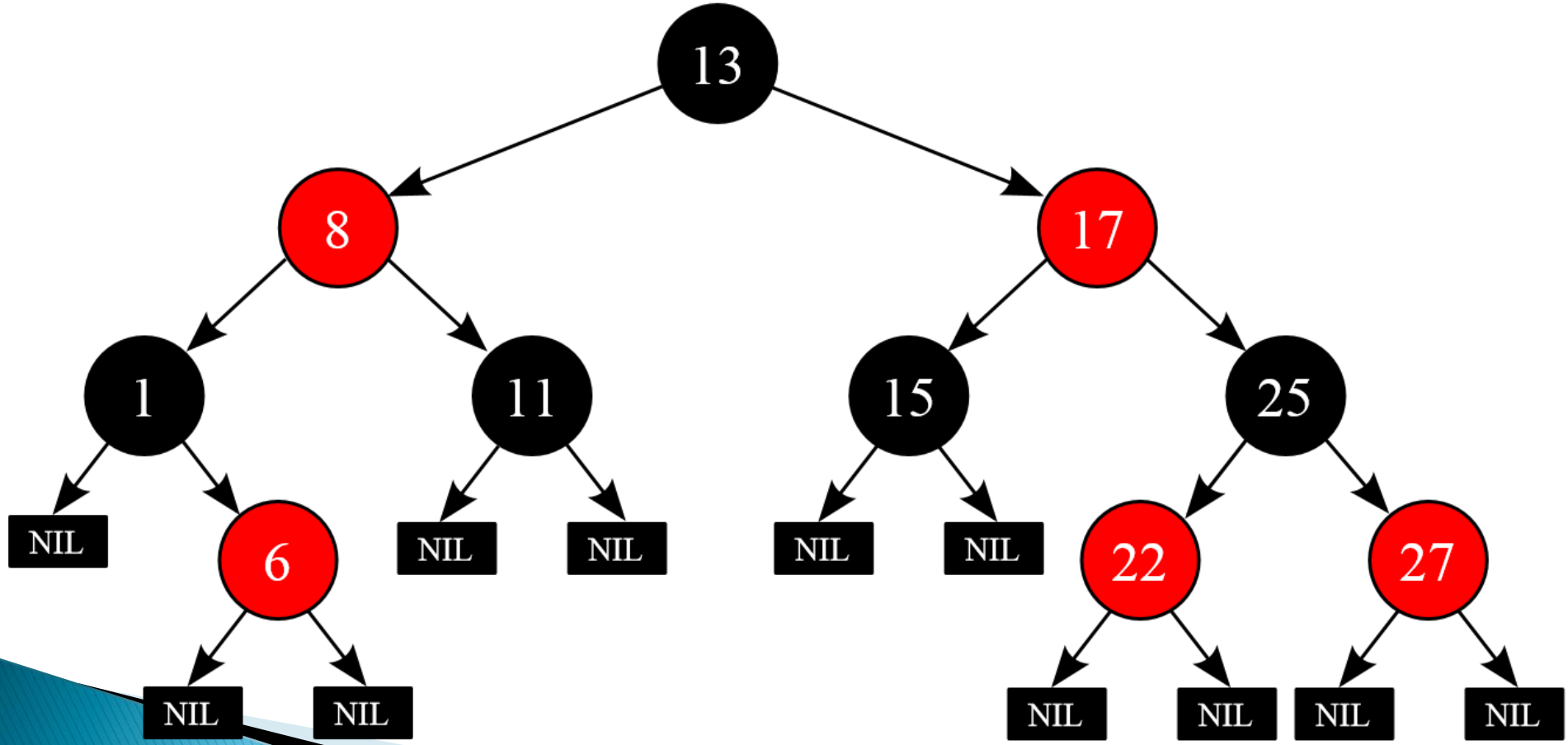


Arbori Roșu & Negru

- Eficienţa arborelui Roșu & Negru faţă de arborele binar de căutare:
  - în arborele Roşu & Negru nu există pe un drum două noduri adiacente de culoare roşie, deoarece orice nod roşu are ambii fii de culoare neagră;
  - dacă cel mai scurt drum din arbore are numai noduri negre în număr de *k*, atunci cel mai lung drum din arbore are maxim 2**k*; demonstrația reiese din faptul că toate drumurile din arbore au acelaşi număr de noduri negre, ceea ce conduce la concluzia că drumul cel mai lung poate fi format doar din perechi de noduri adiacente de culori opuse.

Arbori Roșu & Negru

- arbore roșu & negru:



Arbori Roșu & Negru

- Pentru a facilita implementarea operaţiilor cu arbori de tip Roșu & Negru se propune următoarea structură a nodului:

```
typedef struct
{
    int info;
    bool culoare;
    RNnod *st;
    RNnod *dr;
    RNnod *parinte;
} RNnod;
```

Bibliografie

- Marius Popa, Cristian Ciurea, Mihai Doinea, Alin Zamfiroiu – *Structuri de date: teorie şi practică*, Editura ASE, Bucureşti, 2023, 280 pg.
  - Cap. 7. Structuri arborescente