



Apunte de Clases 5 Kruskal y Prim

Árboles recubridores mínimos

Dado un grafo conexo y no dirigido, un árbol recubridor de ese grafo es un subgrafo árbol (no tiene ciclos) que contiene todos los vértices del grafo inicial. En el caso de que el grafo sea ponderado, cada arista tiene asignado un peso. Un árbol recubridor mínimo (MST) es un árbol recubridor que pesa menos o igual que otros árboles recubridores. Para computar el peso de un árbol se suman los pesos de cada arista existente.

Algoritmo de Prim

El algoritmo de Prim calcula el *Minimum Spanning Tree* (MST).

1. Se define el vértice inicial, y se coloca en el conjunto de vértices visitados, v .
2. Se agregan las aristas del vértice visitado al conjunto de aristas a recorrer, ℓ .
3. Se toma del conjunto de aristas a recorrer ℓ , la arista de menor peso que no forme un ciclo. Para esto, uno de los dos vértices involucrados en la arista no debe haber sido aún visitado. Se agrega el nuevo vértice al conjunto de los vértices visitados, v .
4. Se repiten los pasos 2 - 4 hasta visitar todos los vértices.

En la Figura 1 se muestra un ejemplo de la aplicación del algoritmo de Prim.

Algoritmo de Kruskal

El algoritmo de Kruskal es otro algoritmo que también calcula el MST.

1. Se define el conjunto de aristas visitadas como vacío.
2. Se selecciona la arista con menor peso, y se agrega al conjunto de aristas visitadas, siempre y cuando no forme un ciclo con las aristas de dicho conjunto.
3. Se repite el paso 2 hasta que $|E| = |V| - 1$

En la Figura 2 se muestra un ejemplo de la aplicación del algoritmo de Kruskal.

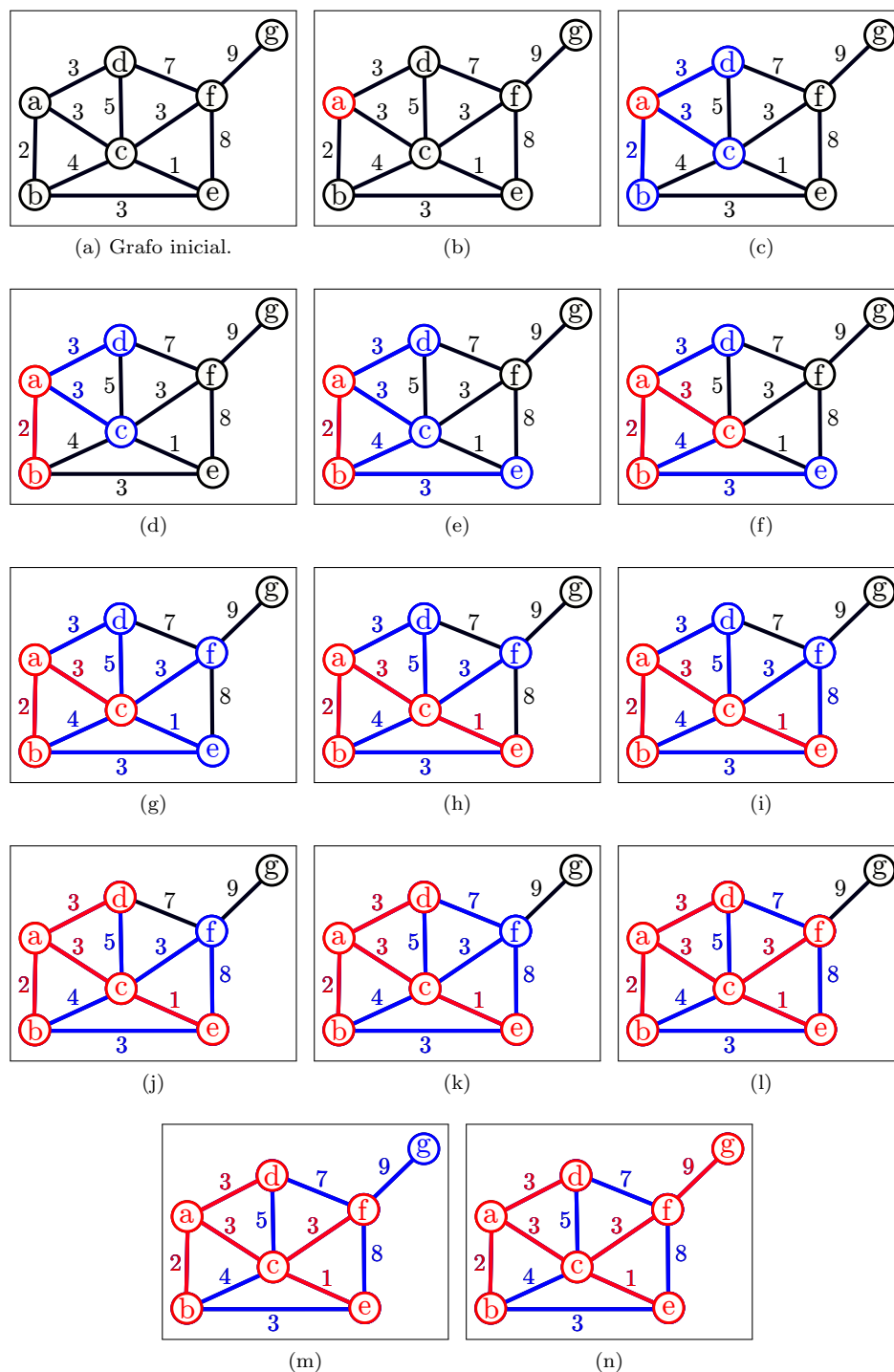
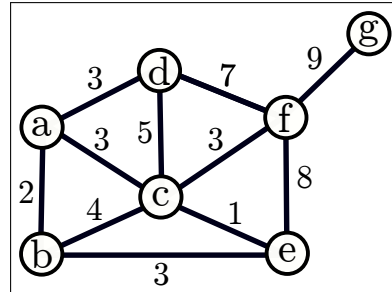
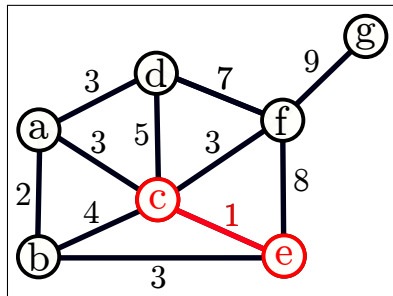


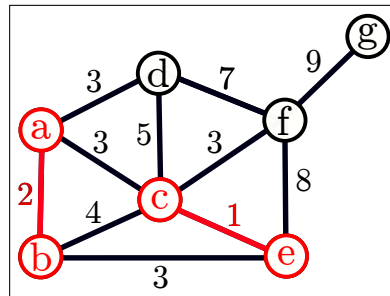
Figura 1: Aplicación del algoritmo de Prim.



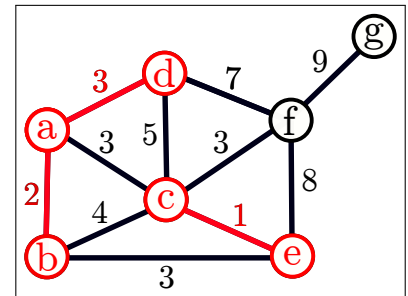
(a) Grafo inicial.



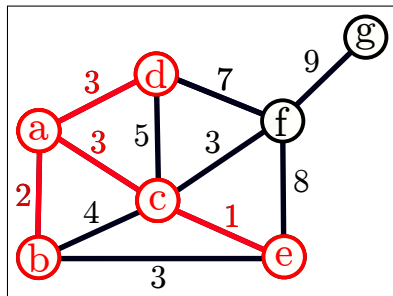
(b)



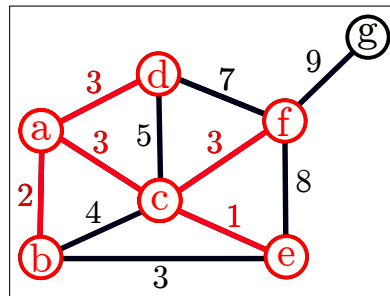
(c)



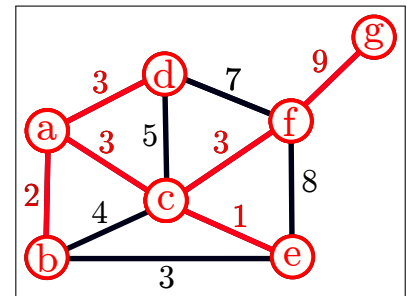
(d)



(e)



(f)



(g)

Figura 2: Aplicación del algoritmo de Kruskal.

Observaciones

- Ambos algoritmos explicados anteriormente sirven únicamente para árboles conexos. Sin embargo, es posible extenderlos de forma sencilla para que, en el caso de recibir grafos no conexos, retornen el bosque recubridor mínimo.
- Tanto el algoritmo de Prim como de Kruskal retornan un único árbol de cubrimiento, si y solo si, todas las aristas tienen distinto peso entre sí.
- Kruskal y Prim resuelven un problema diferente al algoritmo de Dijkstra. En la Figura 3 y la Figura 4 se muestran ejemplos de aplicación del algoritmo de Kruskal y Dijkstra, en donde los resultados difieren.

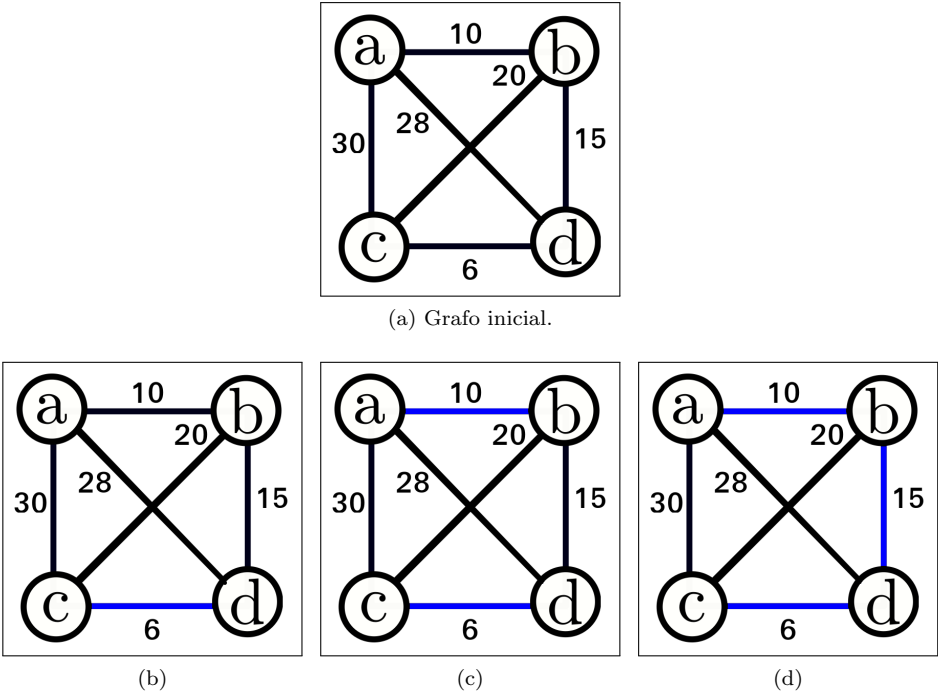


Figura 3: Aplicación del algoritmo de Kruskal.

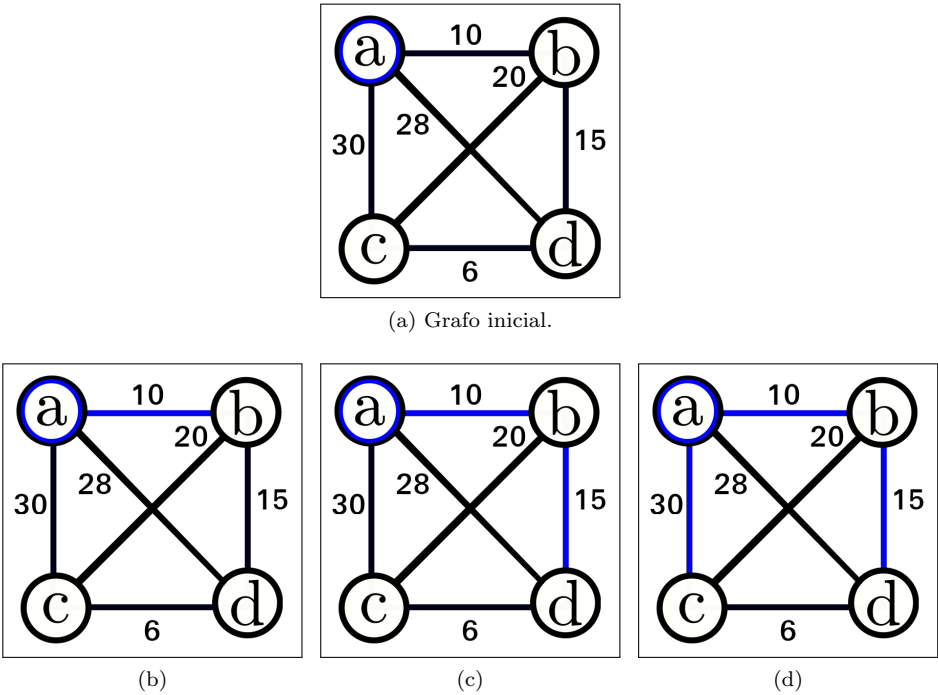


Figura 4: Aplicación del algoritmo de Dijkstra.