

# Cartilla de matematica

PROFESOR/A: BELTRÁN, OSCAR  
CARRILLO, ROXANA  
GUZMAN, MARIZA  
JIMENEZ, TALINA  
ROBLES, RITA

MATEMATICA: 1º AÑO “A” “B” “C” “D” “E”

CICLO LECTIVO 2024

## Unidad1: Conjunto de Números Enteros y sus Operaciones.

### Tema: Conjunto de Números Enteros.

Como vimos en la clase anterior, los números enteros están presentes en múltiples situaciones de la vida real.

Seguramente en algunas ocasiones escuchamos expresiones como: El saldo de su cuenta es negativo, la temperatura mínima fue de -3 grados bajo cero o, El ascensor se encuentra en el segundo subsuelo.

Todas estas situaciones de la vida cotidiana se simbolizan a través de **Números Enteros**.

El Conjunto de los Números Enteros, que se simboliza con la letra ( $Z$ ), está formado por los **Números Enteros Positivos ( $Z^+$ )** que son los Números Naturales que ya conocíamos como por ejemplo el 8 o el 12, los cuales pueden escribirse anteponiendo el signo más (+), o sea, +8 o +12, el **cero (0)** es el único numero que no tiene signo los en el caso de los Números Enteros Negativos se los simboliza ( $Z^-$ ), Que se escriben anteponiendo el signo (-) en cada uno de ellos, como por ejemplo -8 o -12.

Para asignar números enteros a ciertas situaciones de la vida cotidiana es necesario establecer un punto de referencia (el cero), a partir del cual se asignan números positivos y negativos. Así como por ejemplo vimos que en las temperaturas positivas son aquellas superiores a  $0^{\circ}\text{C}$  y las negativas, inferiores a eso, óseas que el punto de referencia en este caso es el valor  $0^{\circ}\text{C}$ .

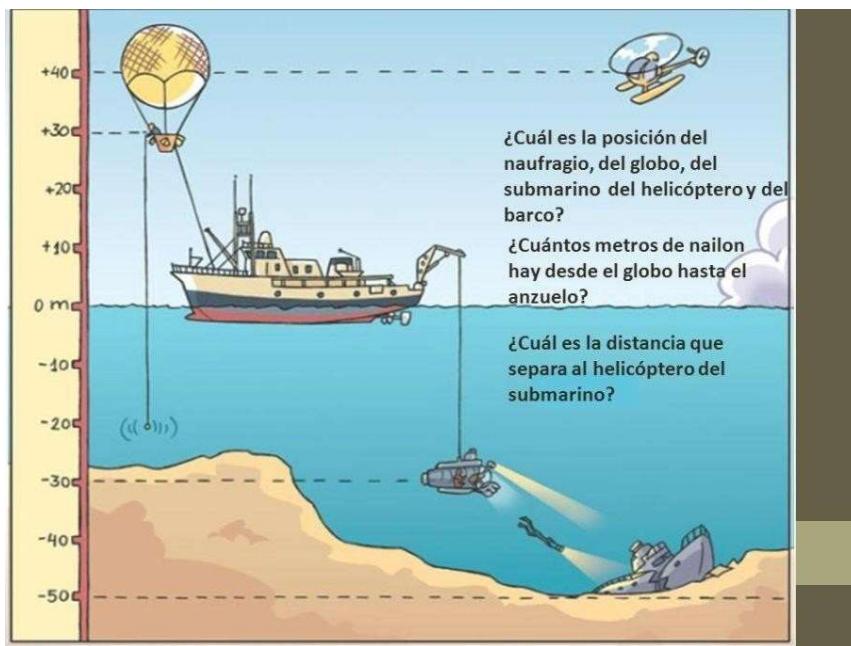
Al conjunto de los Números Enteros podemos representarlo en la recta numérica, (algo parecido al termómetro) pero en forma horizontal.



Recordar que, así como los números naturales (positivos) **son infinitos** (ósea la recta no tiene fin) los enteros negativos, que se encuentran a la izquierda del cero, en la recta, también cumplen esa misma condición.

### Actividad 1:

Observa la imagen y responde utilizando números enteros.



### Actividad 2: Completar con un número entero que corresponda

1. Un ascensor estaba en el cuarto piso y bajó 6 pisos; llegó al \_\_\_\_\_
2. Del piso -4 subió 9 pisos; ahora está en el \_\_\_\_\_
3. La temperatura era de  $-5^{\circ}\text{C}$  y subió  $8^{\circ}\text{C}$ ; ahora es de \_\_\_\_\_
4. La temperatura era de  $6^{\circ}\text{C}$  y bajó  $13^{\circ}\text{C}$ ; ahora es de \_\_\_\_\_
5. Un buzo que estaba a -15 metros bajó 8m más, Ahora está a \_\_\_\_\_
6. El buzo está a -21m y subió 18m; ahora está a \_\_\_\_\_
7. El partido finalizó con siete puntos en contra \_\_\_\_\_
8. Un rey romano nació en el año 341 antes de Cristo \_\_\_\_\_
9. Un avión vuela a 670 metros de altura \_\_\_\_\_

### Actividad 3:

Traza una recta numérica y ubica en ella los siguientes Números Enteros

-3, -9, 0, 5, +1, -6, 2, 10, +3, -12

## Tema: “El Orden en los Números Enteros”: Recta Numérica, Nros. Opuestos y Distancia.

Cuando observamos un termómetro podemos ver que hay temperaturas menores con respecto al cero, que se ubican debajo de este y temperaturas mayores al cero ubicadas por supuesto por encima de la temperatura de 0°C.

Lo mismo sucede con los Números Enteros en la recta numérica, que se ordenan según su ubicación en la misma.

Todo número entero ubicado a la derecha es mayor que cualquiera ubicado a su izquierda.



Entonces, si observamos en la recta numérica de arriba, y tomamos como referencia el cero, podemos decir que, 1 que se encuentra a su derecha es mayor a 0 y -1 que se encuentra a la izquierda del 0 es menor a este.

Simbolizamos así:  $0 < 1$  (cero es menor a uno) y  $0 > -1$  (cero es mayor a -1)

También del mismo modo decimos que -2 es menor a -1 ya que -2 se encuentra a la izquierda de -1.

**Importante:** Todo número entero positivo es mayor a cualquier número entero negativo. El cero siempre es menor a cualquier número entero positivo y mayor a cualquier entero negativo.

Ejemplos:

- $+4 > -4$  cuatro es mayor a menos cuatro
- $+2 > -10$  dos es mayor a menos diez
- $-9 < +5$  menos nueve es menor a cinco
- $0 > -20$  cero es mayor a -20
- $0 < +20$  cero es menor a 20

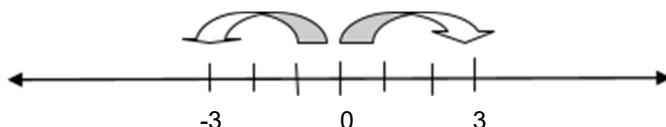
### Actividad1

✓ En tu carpeta: Ordena de menor a mayor los siguientes números enteros:

+15	-2	9	-3	0	-20	-11	5	+1	+18
-8									

### Números Opuestos

Do números enteros son opuestos si tienen signos contrarios y se encuentran a la misma distancia del cero en la recta numérica.



Por ejemplo: 3 y -3 tienen signos contrarios y la distancia de 3 al cero es la misma que la distancia de -3 al cero.

- ✓ -3 es el opuesto de +3 y viceversa
- ✓ La distancia de cero a tres es de 3 unidades y a -3 también es 3 unidades.

**Actividad2:** Completa cada afirmación con el número entero que corresponda

- 1) El opuesto de -5 es, \_\_\_\_\_
- 2) El opuesto de +50 es, \_\_\_\_\_
- 3) El opuesto de 12 es, \_\_\_\_\_
- 4) El anterior de -4 es, \_\_\_\_\_
- 5) El siguiente de +15 es, \_\_\_\_\_
- 6) El siguiente de -9 es, \_\_\_\_\_

**Actividad3:** Completa el cuadro

Número	Opuesto	Anterior	Siguiente
-8			
+25			
	-36		
		-6	

### Tema: Números Enteros: Orden y Recta Numérica.

Actividades:

- 1) Completa la frase con el número entero que corresponda.

"El número opuesto de -17 es \_\_\_\_\_, mientras que -18 es su \_\_\_\_\_, el siguiente de su opuesto es \_\_\_\_\_ y entonces -16 sería \_\_\_\_\_".

- 2) Completa con signos < (menor); > (mayor) o = (igual), según corresponda.

- -5 \_\_\_\_\_ +1
- 100 \_\_\_\_\_ +100
- 18 \_\_\_\_\_ -18
- -45 \_\_\_\_\_ -41
- +6 \_\_\_\_\_ +10
- 81 \_\_\_\_\_ 80
- -15 \_\_\_\_\_ -11
- -99 \_\_\_\_\_ -75

3) Ubica en cada recta los números que cumplan las condiciones pedidas.

- a) El siguiente de -4
- b) El anterior y el siguiente de -10
- c) El opuesto de +5
- d) El opuesto y el siguiente de -1
- e) Los números menores a -10 y mayores a -6
- f) Los números menores al opuesto de -3 y mayores a -7



- g) Los números menores a cero y mayores al anterior de -9



- h) Los números mayores a -1 y menores al opuesto de -5



Tema: Módulo de un Número Entero.



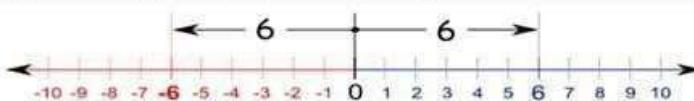
¿Cuál es la distancia que existe del cero al 6? ¿Y la distancia del cero al -6?

Como en el ejemplo de la recta, la distancia del cero al -6 es igual a 6 y se representa  $|-6| = 6$

- El valor absoluto o módulo de un número entero es la distancia que hay entre dicho número y el cero en la recta numérica. Como es una distancia es siempre positiva. Se lo expresa escribiendo el número entre dos barras verticales. **Ejemplo:**

$|7| = 7$  se lee "el módulo de es 7".

$|-3| = 3$  se lee "el módulo de -3 es 3".



Por lo tanto la distancia que existe del cero al 6 es igual a 6 y se representa  $|6| = 6$

**Actividad 1:** Expresa como el módulo de un número entero y escribe su valor.

- a) La distancia del cero a +8 \_\_\_\_\_
- b) El valor absoluto de -5 \_\_\_\_\_
- c) El módulo de -10 \_\_\_\_\_
- d) El módulo del opuesto de 3 \_\_\_\_\_
- e) La distancia del cero al -1 \_\_\_\_\_

**Actividad 2:** Escribe el valor del módulo de los siguientes números enteros.

$$|-20| =$$

$$|+48| =$$

$$|-100| =$$

$$|28| =$$

$$|-150| =$$

$$|+75| =$$

$$|-501| =$$

## Operaciones con Números Enteros.

### Tema: Suma y Resta de Números Enteros.

Para comprender mejor las operaciones de suma y resta con los números enteros, partiremos trabajando con la siguiente situación.

Lee atentamente y Responde.

Un buzo, que se encuentra en un barco, a 2 metros sobre el nivel del mar, se tira al agua para recorrer las profundidades: primero, baja 2 metros respecto del nivel del mar y, luego, baja 7metros más. Una vez terminado el recorrido, comienza a subir: primero, sube 5 metros y, luego, queda flotando en el mar.



- a) Completen la siguiente tabla teniendo en cuenta la posición del buzo en cada parada:

Posición Inicial	Primera parada	Segunda parada	Tercera parada	Posición Final

- b) ¿A qué profundidad se encuentra el buzo en la segunda parada? ¿Y en la tercera?  
c) ¿Qué distancia recorre desde la primera parada hasta la posición final? Escribe una operación que te permita calcular dicha distancia.  
d) Construyan una recta numérica y representen en ella los movimientos del buzo. Comparen los movimientos en la recta con los números que escribieron en la tabla.

> **Para resolver una suma o resta de números enteros, vamos a tener cuenta las siguientes reglas:**

Cuando los números llevan **el mismo signo**:

- Se suman los valores absolutos
  - Se pone el mismo signo que tenían los números antes
- $$\bullet 4 + 3 = +7 // -3 - 8 = -11$$

Cuando los dos números llevan **distinto signo**:

- Se restan los valores absolutos
  - Se pone el signo del que tiene mayor valor absoluto
- $$\bullet -2 + 8 = +6 // +4 - 9 = -5$$

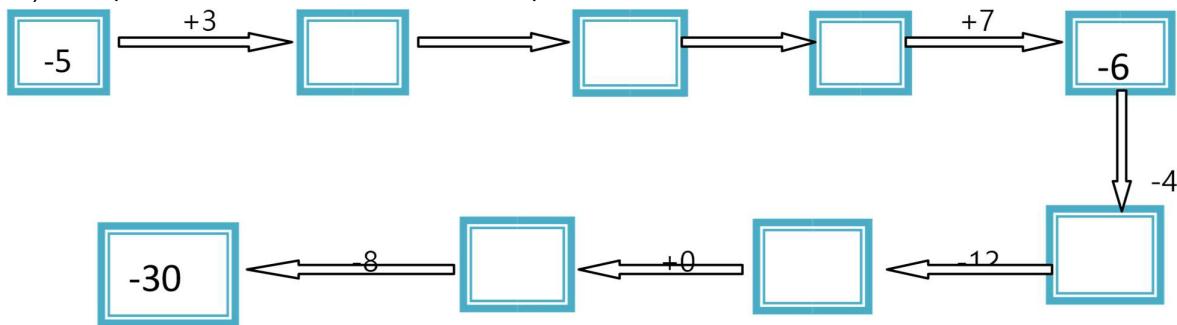
## Actividades

1) Resuelve :

a)  $+5+8=$  \_\_\_\_\_  
b)  $-2+9=$  \_\_\_\_\_  
c)  $-5-2=$  \_\_\_\_\_  
d)  $4-8=$  \_\_\_\_\_

e)  $-6-10=$  \_\_\_\_\_  
f)  $+12-8=$  \_\_\_\_\_  
g)  $-5+7=$  \_\_\_\_\_  
h)  $-25+40=$  \_\_\_\_\_

2) Completa los recuadros con los números que faltan.



3) Calculamos

a)  $-10+25=$

b)  $65-70=$

c)  $-150-125=$

d)  $-2+5-1=$

e)  $-15+6-9=$

f)  $+25+10-68=$

g)  $-300+250-1000=$

h)  $-20+20-30=$

i)  $-10-20-35=$

j)  $-240+240=$

4) Escribe un cálculo que represente a la situación y resuélvela.

a) Ana gasta 30 de los 50 pesos que le regaló su abuela, ¿le quedaron?

b) El ascensor estaba en el segundo subsuelo y subió cinco pisos, ¿ahora está?

c) El saldo en la tarjeta sube de Juan era de \$150 si realizó tres viajes y después le recargó \$45 pesos más ¿Cuánto era el saldo de la tarjeta después de la última recarga, si el precio del pasaje es de \$25 pesos?

d) José le debía \$70 pesos a la kiosquera de la escuela, pero el lunes le pagó con \$100 lo que le debía y

con el resto compró un sándwich que costaba \$45 pesos. ¿le quedó debiendo nuevamente a la kiosquera?  
¿Cuánto?

## Tema: Suma y Resta de Números Enteros. Sumas Algebraicas.

### Sumas algebraicas

Una suma Algebraica es una sucesión de sumas y restas, para resolverla, se agrupan en un paréntesis, por un lado la suma de los números positivos, y se le resta la suma de los números negativos, agrupados en otro paréntesis, luego se resuelve.

Por ejemplo:

$$\begin{aligned}-9+5-8+10-3= \\ (5+10) - (9+8+3)= \\ 15 - 20 = -5\end{aligned}$$

**Actividad1:** Resolver las siguientes sumas algebraicas, teniendo en cuenta el ejemplo anterior.

a)  $-9+12-10-8+4-11+2=$

b)  $8-7+10-6+3-11+17=$

c)  $-1-6 +9+4+13-17-20+2=$

### Aplicación de la Propiedad Cancelativa

En algunos casos es necesaria la aplicación de la **propiedad cancelativa** para agilizar el cálculo. Dicha propiedad se puede aplicar cuando hay números opuestos en una misma suma algebraica. Es decir, hay un número que esta sumando y restando al mismo tiempo, como estos son de signo contrario, la suma de ambos es igual a cero, por lo tanto a estos números los anulamos, con esta propiedad.

Ejemplo:

$$+3 + 9 - 5 - 8 - 3 = \quad (\text{Observamos que } +3 \text{ y } -3 \text{ son opuestos}), \text{ entonces los cancelamos};$$

$$+3' + 9 - 5 - 8 - 3' \quad \text{Copiamos y resolvemos lo que nos queda};$$

$$+9 - 5 - 8 =$$

$$9 - (5 + 8) =$$

$$9 - 13 = -4$$

**Actividad 2:** Resuelve las sumas algebraicas aplicando la propiedad cancelativa previamente.

a)  $-9 + 12 + 9 - 10 - 8 + 4 - 2 =$

b)  $8 - 7 + 10 - 6 + 3 - 11 + 7 - 8 + 15 =$

c)  $-1 + 9 + 4 + 13 - 17 - 13 - 20 - 1 =$

d)  $15 - 23 + 11 - 34 + 19 + 34 + 23 - 8 =$



### Eliminación de paréntesis, corchetes y llaves en una suma algebraica.

Para suprimir un paréntesis, un corchete o una llave, (que no son más que elementos que se utilizan para agrupar operaciones entre números), se debe tener en cuenta siempre el signo que lo antecede. Para ello, es necesario recordar que:

➤ Signo **+** Delante de paréntesis **( )**, corchetes **[ ]** y llaves **{ }** **NO**

Alteran el signo del número que se encuentra dentro de ellos.

Por ejemplo  $+(-5) = -5$        $+ [+4] = +4$        $+ \{-1\} = -1$

➤ Signo **-** Delante de paréntesis **( )**, corchetes **[ ]** y llaves **{ }** **SI** alteran

El signo del número que se encuentra dentro de ellos.

Por ejemplo  $-(-5) = +5$        $- [+4] = -4$        $- \{-1\} = +1$

**Ejemplo: Resolver** la operación eliminando previamente paréntesis, corchetes y llaves.

Para resolver este tipo de operaciones, se eliminan primero los paréntesis, luego los corchetes y por último las llaves. Se aplica propiedad cancelativa si es posible y luego se resuelve la suma algebraica.

$$-1\{-2-5+[ -1-( 3-5+8-1 ) ]+(-2)\}=$$

$$-1\{-2-5+[-1-3+5-8+1]-2\}=$$

$$-1-\{2-5-1-3+5-8+1-2\}=$$

$$-1-2+5+1+3-5+8-1+2=$$

$$+3+8-1=$$

$$11-1=10$$

**Actividad 3:** Resuelve las siguientes operaciones eliminando previamente, paréntesis, corchetes y llaves. Aplica propiedad cancelativa de ser posible.

$$a) -(-2) + 3 + (-5) =$$

$$b) (15 - 25) - (-9) =$$

$$c) -5 - [3 + (-2 + 8) + 4] - 10 =$$

$$d) 12 - 7 + 5 - (-2 + 8) - 3 =$$

$$e) -6 + [-5 - (-20)] - \{-[5 + (-15)]\} =$$

$$f) -1 + 10 - \{-11 + 30 - 1 + [-1 + (-5) - (0 - 8) - 13 + 12] - 4\} - 7 =$$

## Tema: Multiplicación y División de Números Enteros

Para realizar multiplicaciones y divisiones con números enteros vamos a tener en cuenta la siguiente regla de signos.



$$\begin{aligned}(+) \cdot (+) &= (+) \\ (+) \cdot (-) &= (-) \\ (-) \cdot (+) &= (-) \\ (-) \cdot (-) &= (+)\end{aligned}$$

¿Cómo la aplicamos?

### Ejemplos:

-Cuando multiplicamos:  $(+5) \cdot (+2) = +10$        $(-4) \cdot (+3) = -12$

- Cuando Dividimos :  $(-8) : (-2) = +4$        $16 : (-4) = -4$

### Importante:

■ Tener en cuenta que esta regla de signo sólo es aplicable a la multiplicación y división, no así a la suma y resta, que ya tienen su regla de signos correspondiente.

**Actividad1:** Resuelve las siguientes multiplicaciones.

$$a) (-4) \cdot (+3) = \quad b) (-5) \cdot (-6) = \quad c) (+8) \cdot (-1) = \quad d) 9 \cdot (-5) =$$

$$e) 4 \cdot (-3) \cdot (+7) = \quad f) (-10) \cdot 0 \cdot (-6) = \quad g) -15 \cdot (-2) \cdot (+4) =$$

**Actividad2:** Resuelve las siguientes divisiones.

$$a) (-14) : (+2) = \quad b) (-15) : (-5) = \quad c) (+18) : (+6) = \quad d) 9 : (-3) =$$

$$d) 9 \cdot (-1) : (-9) = \quad e) 20 : (-10) \cdot (+4) = \quad f) (-100) : (+50) \cdot (-45) =$$

**Actividad3:** Resuelve los ejercicios combinados.

$$a) (-10) \cdot (+2) : (-4) = \quad b) (-15) : (-3) \cdot (+2) = \quad c) (+18) : (+3) \cdot (-5) =$$

$$e) 24 : (-3) = \quad f) (-10) : 10 = \quad g) -35 : (+7) = \quad h) 36 : (-12) : (+2) =$$

**Actividad 4:** Resuelve los ejercicios combinando las 4 operaciones básicas. (Recuerda primero resolver las operaciones que se encuentran entre paréntesis).

Ejemplo:

$$(-2 + 5) \cdot (3 - 4) =$$

$$(+3) \cdot (-1) = -3$$

$$a) (-2 - 6) \cdot (+8 - 5) = \quad b) (-8 - 2) : (-3 + 2) =$$

$$c) -6 : (-9 + 12) = \quad d) -10 \cdot (20 - 25) =$$

$$e) (15 - 20) \cdot (-30 - 5) : (-50 + 55) =$$

## Propiedad Distributiva

La Multiplicación y la división son distributivas con respecto a la suma y resta de números enteros. Se aplica al multiplicar y/o dividir el factor por cada número que se encuentra dentro del paréntesis, lo que ayuda a eliminar el mismo.

Por ejemplo:

$$2 \cdot (4-5) = +8 -10 = -2$$

$$(-4-2) : -2 = +2 +1 = 3$$

Sin aplicar la Propiedad

$$2 \cdot (4-5) =$$

$$2 \cdot (-1) = -2$$

$$(-4-2) : -2$$

$(-6) : -2 = +3$   En ambos casos, debemos obtener el mismo resultado.

**Actividad 5:** Resolver aplicando propiedad distributiva en cada caso.

a)  $-3 \cdot (-4 + 7) =$

b)  $(-12 - 20) : (-4) =$

c)  $5 \cdot (-3 + 5 - 1) =$

a)  $-4 \cdot (-7 + 6) =$

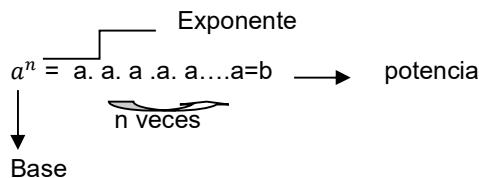
**Actividad 6:** Resuelve de dos formas distintas y comprueba que obtienes el mismo resultado.

b)  $(40 - 25) : (-5) =$

## Potenciación de Números Enteros.

Con los números Naturales, hemos visto, que la potenciación es una de las seis operaciones básicas que existen.

La potenciación es una forma abreviada de escribir una multiplicación de factores iguales.



Esta operación permite abreviar una multiplicación de  $n$  cantidad de factores iguales. Por ejemplo si multiplicamos cuatro veces seguidas el menos dos ¿Qué obtenemos como resultado?

$$-2 \cdot -2 \cdot -2 \cdot -2 = (-2)^4 = +16$$

Nota: Tener en cuenta que, en la potencia de números enteros, la base está formada por el número y su signo, que se encuentran en paréntesis, y que al calcular el valor de la potencia se multiplica tanto la base como su signo, las veces que indique el exponente.

**Actividad1:** Escribe como producto de factores iguales y luego calcula el valor de las potencias:

- $(+3)^2 = (+3) \cdot (+3) = +9$
- $(+2)^5 =$   
 $(-3)^4 =$   
 $(-2)^3 =$

De acuerdo a los resultados obtenidos en las potencias anteriores, respondemos.

- ¿Qué signo tiene el resultado de las potencias cuando las bases de las potencias son negativas?

- ¿Te parece que depende del tipo de exponente? ¿Por Qué? \_\_\_\_\_

**Actividad2:** Observa atentamente las potencias de la actividad anterior y completa el cuadro con **Resultado (+)** o **Resultado (-)**, según corresponda.

	Exponente Par	Exponente Impar
Base Positiva		
Base Negativa		

Este cuadro conforma una regla de signos, que es muy utilizada en el cálculo de potencias, sobre todo cuando los exponentes son números más altos, y se complica multiplicar varias veces seguidas un mismo signo.

Otra cosa que debemos tener en cuenta es, cuando una base tiene paréntesis y cuando no, ya que el valor de la potencia también será distinto en estos casos.

**Actividad 3:** Calcula mentalmente el valor de las siguientes potencias, utilizando la regla de signos que se muestra en el cuadro anterior.

$$a) (-2)^2 = \quad b) (+10)^4 = \quad c) (-7)^2 = \quad d) (-5)^3 = \quad e) (-4)^3 = \\ f) 6^2 = \quad g) -9^2 = \quad h) (-6)^4 = \quad i) -2^6 = \quad j) (-1)^7 =$$

#### Potencias Especiales

➤ Todo número elevado al exponente cero, es igual a 1

➤ Todo número elevado a exponente 1 es igual al mismo número

➤ Toda potencia de base 1, elevada a cualquier exponente,  
siempre es igual a 1

**Actividad4:** Calcula las siguientes potencias especiales

$$a) (-5)^0 =$$

$$b) 1^{25} =$$

$$c) (-1)^{12} =$$

$$d) 10^6 =$$

$$e) 156^0 =$$

$$f) 8^1 =$$

$$g) (-6)^1 =$$

$$h) -10^1 =$$

**Actividad5:** Escribe en forma algebraica la potencia y luego resuelve:

- a) El cuadrado de menos ocho

b) Menos siete elevado al cubo

c) Once positivo, elevado al cuadrado

d) El doble de tres elevado a la cuarta

e) El cubo de menos nueve

f) La mitad de menos seis elevado a la quinta

### PROPIEDADES DE LA POTENCIACIÓN

#### □ Propiedades de Potencia de igual Base

- 1) **Multiplicación de Potencias de Igual Base:** Para resolver una multiplicación de potencias que tienen iguales bases, se coloca la misma base y se suman los exponentes. Ejemplo  
 $(-3)^2 \cdot (-3)^1 = (-3)^{2+1} = (-3)^3 = -27$

- 2) **División de Potencias de igual Base:** Para resolver una división de potencias que tienen iguales bases, se coloca la misma base y se restan los exponentes.

$$\text{Ejemplo } (-3)^7 \cdot (-3)^6 = (-3)^{7-6} = (-3)^1 = -3$$

- 3) **Potencia de una Potencia:** Para resolver una potencia que esta elevada a más de un exponente, se coloca la misma base y se multiplican los exponentes.

$$\text{Ejemplo } [(-2)^3]^2 = (-2)^{3 \cdot 2} = (-2)^6 = +64$$

- **Propiedad Distributiva:**

La Potenciación es distributiva con respecto a la multiplicación y División de Números Enteros; no así con respecto a la suma y resta.

Ejemplos de la Multiplicación

$$(-5 \cdot 2)^2 = (-5)^2 \cdot 2^2 = 25 \cdot 4 = 100$$

**Actividad 6:** Aplica propiedades de la potenciación para escribir como una sola potencia y luego resuelve.

a)  $(-5)^3 \cdot (-5)^2 =$

b)  $(-2)^2 \cdot (-2)^3 =$

c)  $(-7)^6 : (-7)^4 =$

d)  $(+10)^9 : (+10) =$

e)  $[(-6)^3]^1 =$

f)  $\{[(-3)^2]^5\}^0 =$

g)  $[(+2)^2 \cdot (+2)^3]$

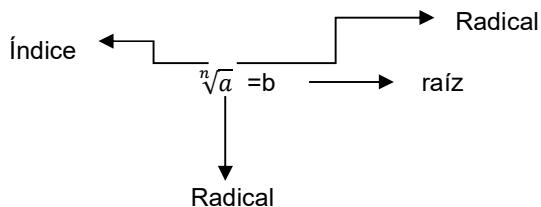
h)  $[(-8)^5 : (-8)^3]$

i)  $[(-4)^2]^5 : (-4)^7 =$

$$[-6 : (-3)]^3 = (-6)^3 : (-3)^3 = -216 : (-27) = +8$$

## RADICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

La radicación es una operación entre dos números  $a$  y  $n$  llamados radicando e índice, respectivamente.



La radicación es la operación contraria a la Potenciación, y es la sexta operación básica que podemos realizar con los números enteros. Por ejemplo, para hallar la raíz cúbica de  $-8$ , se busca un número cuyo Cubo sea  $-8$ . Y lo simbolizamos matemáticamente de esta forma:

$$\sqrt[3]{-8} = -2 \quad \text{porque} \quad (-2)^3 = -8$$

Tener en cuenta:

- Cuando el radicando sea positivo, y el índice un número par o impar, el signo de la raíz será positivo.

$$\sqrt{81} = +9$$

$$\sqrt[3]{64} = +4$$

- Cuando el radicando sea negativo y el índice un número impar, será el único caso en que el signo de la raíz sea negativo.

$$\sqrt[5]{-32} = -2$$

- Cuando el radicando sea negativo, y el índice un número par, no existe una solución en este campo numérico.

$$\sqrt{-25} = \text{No tiene solución.}$$

**Actividad1:** Realiza las siguientes actividades con Radicación.

**3 Calcular las siguientes raíces.**

a) $\sqrt{81} =$	d) $\sqrt{196} =$	g) $\sqrt[4]{256} =$
b) $\sqrt[3]{-8} =$	e) $\sqrt[3]{125} =$	h) $\sqrt[3]{-343} =$
c) $\sqrt[3]{-216} =$	f) $\sqrt[5]{-243} =$	i) $\sqrt[3]{361} =$

**7 Unir las operaciones que tengan el mismo resultado.**

a) $\sqrt{25} - \sqrt{121}$	d) $\sqrt{-729} - \sqrt{100}$	$\sqrt[3]{64} + \sqrt[3]{512}$	$\sqrt[3]{-343} - \sqrt{144}$
b) $\sqrt[3]{-27} + \sqrt{196}$	e) $\sqrt{81} - \sqrt[3]{-243}$	$\sqrt{16} - \sqrt[3]{1000}$	$\sqrt{-32} - \sqrt[3]{8}$
c) $\sqrt{49} + \sqrt[3]{-1000}$		$\sqrt[3]{49} - \sqrt[3]{-64}$	$\sqrt[3]{81} + \sqrt[3]{-216}$

**Actividad2:** Calcula el valor de las siguientes potencias y Raíces

**8 Calcular las siguientes potencias.**

a) $(-7 + 3)^3 =$	<b>9 Resolver las siguientes raíces.</b>
b) $(5 - 12)^2 =$	a) $\sqrt{-3 \cdot (-8) + (-5)^2} =$
c) $(-1 - 9)^3 =$	b) $\sqrt{-3^2 + 10^2 - 10} =$
d) $(2 \cdot 3 - 8)^7 =$	c) $\sqrt[3]{7 \cdot (-4) - 6^2} =$
e) $(-9 + 2 \cdot 3)^4 =$	d) $\sqrt{(-6)^2 - (-4)^3} =$

## **OPERACIONES COMBINADAS CON NÚMEROS ENTEROS.**

En las operaciones o cálculos combinados, se integran las operaciones básicas, que aprendimos a resolver por separado y se van aplicando todas las propiedades vistas que agilizan el cálculo.

-Antes de comenzar a resolver es necesario separar en términos. Con los signos + y -, que no están encerrados en paréntesis separan términos.

$$\begin{array}{ccccccc}
 & \text{1er término} & & \text{2do. Término} & & \text{3er. término} & \\
 \hline
 & +6 & & + & (-12) & - & (-2) \\
 & & & & & & = \\
 & & & & & & 10
 \end{array}$$

Las operaciones se resuelven respetando el siguiente orden, en primer lugar se resuelven las multiplicaciones y divisiones y luego las sumas y restas. Salvo que se encuentren entre paréntesis, en ese caso se resuelve primero las operaciones que se encuentran dentro de este.

➤ Se resuelven primero los paréntesis



$\rightarrow$        $+6 + (-12) - (-2) =$

Por último sumas y restas     $\rightarrow$        $+6 - 12 + 2 =$

$(6 + 2) - 12 =$

$8 - 12 = \boxed{-4}$

**Actividad 1:** Resuelve los siguientes cálculos combinados, separando en términos previamente. (Al costado cuentas con los resultados de cada ejercicio para controlar)

a)  $8 - 24 : (-1 - 5) + (-20 : 4 + 7) \cdot (-7) =$  R=-2  
R= -37

$$b) -10 + (9 \cdot 3 - 6 \cdot 5) \cdot 6 + (-15 + 6) =$$

$$-3(14 - 8 - 3) : (9 - 11) + 100 : (-8 - 2) = R = -17$$

R=30

$$d) = 6 \cdot (7 - 12) + 15 \cdot (1 - 20 : 4) = (-13) =$$

10

$$c) -15 : (-7 + 12) - (-12 + 8 - 2) = (5 - 11) (-3) =$$

**Actividad 2:** Resuelve las siguientes operaciones combinadas, teniendo en cuenta que las operaciones entre corchetes y paréntesis se resuelven primero, en ese orden.

a)  $[9 - 15 : (-3)] \cdot (-2) - 7 \cdot (-6 : 2) =$  R=-7

b)  $[4 - (-6) : 2] \cdot (-1 - 2) + 16 : (-2) - 3 =$  R=-32

c)  $[-8 + 12 : (-4)] \cdot (-2) + (-10) \cdot (-1 - 1) =$  R=42

## OPERACIONES COMBINADAS CON POTENCIA Y RADICACIÓN

Cuando las operaciones combinadas contienen potencias y raíces, además de las 4 operaciones básicas, el orden en que se resuelven las operaciones, en el cálculo combinado, cambian.

De acuerdo a este orden, luego de separar en términos, se resuelven primero las potencias y raíces, (esto, si es que no hubiera operaciones afectadas por paréntesis y /o corchetes, ya que en ese caso, siempre la prioridad de resolución las tienen estas operaciones), siguiendo el orden, en segundo lugar se resuelven las multiplicaciones y divisiones y por último las sumas y restas.

Veamos el siguiente ejemplo:

$$\begin{aligned}
 & (-2) \cdot (-3) + \sqrt[3]{27} - (-3)^0 + 18 : (-6) + 18 - 4 = \\
 & (-2) \cdot (-3) + 3 - 1 + 18 : (-6) + 18 - 4 = \\
 & +6 + 3 - 1 - 3 + 18 - 4 = \\
 & 27 - 8 = 19
 \end{aligned}$$

**Actividad 4:** Resuelve los siguientes cálculos combinados, separando previamente en términos y respetando el orden en que se resuelven las operaciones.

a)  $18 : (-3) + 3^2 \cdot (-5) - \sqrt{36} =$  R=-57

b)  $(-2)^5 : \sqrt{16} + (-8) \cdot (-2)^0 + (-7) =$  R=-23

c)  $17 : (-1)^3 + \sqrt[5]{32} \cdot (-5)^2 - (-7)^0 =$  R=32

d)  $(4 \cdot 3)^2 : 36 - \sqrt[3]{-27} + 1 =$  R=8

e)  $\sqrt{-2 \cdot (-8)} + (-5)^2 : 7^0 - \sqrt{4^2} =$  R=25

**Actividad 6:** Resuelve las operaciones combinadas y luego controla que los resultados coincidan con los de la tabla.

a)  $(-6)^7 : (-6)^4 + (-8 + 5)^4 - \sqrt{361} =$

b)  $\sqrt[3]{-3 \cdot 25 - 7^2 - 3^0} + (-9 + 7)^7 : (-2)^2 =$   
 $18 : (-1 - 2) + \sqrt{35 : (-5) - 7 \cdot (-8)} - 2^4 =$

d)  $(38 : 2 + 1) : \sqrt[3]{6^2 - 10^2} + \sqrt{507 : 3} =$

e)  $3^7 : 3^5 - (32 : 2^4 - 10) \cdot 2 + \sqrt{289} =$

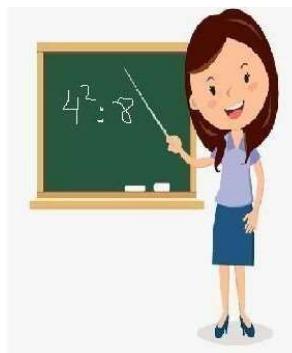
a)	b)	c)	d)	e)
-154	-37	-15	+8	+42

**Tema: “El Lenguaje de la Matemática”**

**LENGUAJES COLOQUIAL Y SIMBÓLICO**

La profe de Ana escribió en la pizarra la siguiente expresión, y les pidió a sus alumnos que digan cómo se lee dicha operación, a lo que Ana respondió: Profe, es la división entre el cuadrado de cuatro y ocho, a lo que su compañero Pablo agregó: También podemos decir, que es el cociente entre dieciséis y ocho, cuyo resultado es dos. La profesora respondió que de las dos maneras estaba muy bien expresado y les pidió que escriban en la pizarra la lectura que realizaron.

¿Qué lenguaje utilizó la profesora cuando escribió la operación en la pizarra? ¿Qué lenguaje usaron los chicos cuando hicieron la interpretación de la expresión?



La matemática tiene un lenguaje específico, denominado **Simbólico o Algebraico**, formado por números, letras, operaciones, relaciones, signos, conectivos, etc. En cambio cuando nos expresamos en forma verbal o mediante la escritura estamos utilizando el **lenguaje Coloquial**.

(Esta expresado en lenguaje Simbólico o Algebraico)

“La división entre el cuadrado de cuatro y ocho” (Esta expresado en lenguaje Coloquial)

Para traducir de un lenguaje a otro, es necesario conocer la simbología matemática que se utilizan en las operaciones y las diversas expresiones, así realizar una correcta interpretación. Aquí algunos ejemplos para tener en cuenta:

Lenguaje Coloquial	Lenguaje Simbólico
<b>La suma entre menos dos y diez</b>	
<b>La diferencia entre la raíz cuadrada de nueve y cinco</b>	
<b>El doble de menos siete</b>	
<b>El cubo de ocho</b>	$-2 + 10$ $\sqrt{9} - 5$ $2 \cdot (-7)$ $8^3$ $5 < 8$ $X$
<b>Cinco es menor que ocho</b>	
<b>Un número desconocido</b>	
<b>El siguiente de un número desconocido</b>	
<b>El anterior de un número desconocido</b>	$X - 1$
<b>La mitad de un número desconocido</b>	$X : 2$

**Actividad1:** Traduce a lenguaje coloquial las siguientes expresiones.

a)  $(-5) + 7 =$

b)  $\sqrt{36} : (-3) =$

c)  $3^2 - 2 =$

d)  $2 \cdot 10 =$

e)  $(10 - 7) \cdot 2 =$

f)  $(-2)^3 - 1 =$

g)  $(12 : 2) + 1 =$

**Actividad 2:** Une con flechas la expresión coloquial con su correcta traducción en forma simbólica.

- $x + 5$  La mitad del cuadrado de un número desconocido.
- $x - 1$  El siguiente del cubo de un número desconocido
- $2x$  El doble de un número desconocido
- $\sqrt{x} + 1$  Un cierto número aumentado cinco unidades
- $2\sqrt{x}$  El siguiente de la raíz cuadrada de un número desconocido.
- $x^2 - 2$  El anterior de un cierto número desconocido.
- $x^3 + 1$

**Actividad 3**

Traducir al lenguaje simbólico y resolver:

a) La suma entre ocho y menos quince

---

b) La diferencia entre seis y catorce

---

c) El producto entre siete y el opuesto de cuatro

---

d) El cociente entre treinta y menos seis

---

e) El triple de la diferencia entre cinco y nueve

---

f) La suma entre la mitad de diez y menos doce

---

g) El cuadrado del anterior de catorce

---

h) El siguiente del doble de menos trece

---

i) El anterior de la cuarta parte de cien

---

j) El triple del siguiente de menos nueve

---

**Actividad 4:** Completa el cuadro.

Lenguaje Coloquial	Lenguaje Simbólico
El doble de un número aumentado diez	
	$x^2 - 3$
La mitad de un cierto número disminuido su triple	—
El cuadrado del anterior de un número	
	$(x + 4) : 3$
La suma entre un número y su siguiente.	

#### ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON NÚMEROS ENTEROS.

Lee atentamente y luego responde:

Juan y sus amigos estaban jugando a las adivinanzas, comenzó Juan diciendo: "Pienso un número, lo multiplico por 3 y le sumo 10, obtengo como resultado 25" ¿Qué número pensé? Alex respondió que es demasiado fácil saberlo, Ana dijo creo que es el 20 el número que pensaste, en cambio Luis, dijo: - ¡No! Es 5, fíjense, hagan las operaciones y comprueben y verán que es el 5. ¿Quién tiene Razón?

¿Por qué? \_\_\_\_\_



-Expresa simbólicamente, el enunciado que hizo Juan en su Adivinanza. \_\_\_\_\_

Aquellas situaciones o problemas matemáticos, en los que se conoce el resultado de la operación pero se pide calcular un número desconocido, una medida o una cantidad cualquiera. Reciben el nombre de ecuaciones.

#### RESOLUCIÓN DE UNA ECUACIÓN:

En toda ecuación se distinguen dos miembros en la igualdad. Veamos en el siguiente Ejemplo

$$2 \cdot x + 1 = -5$$

1<sup>er</sup> miembro                    2<sup>do</sup> miembro

Y para ir resolviendo la ecuación generalmente se siguen algunos pasos:

- i) Separar en términos.
- ii) Despejar la incógnita, esto implica ir pasando los términos de un miembro a otro, siempre con la operación contraria con la que se encontraban. ( suma a resta y viceversa, multiplicación a división y viceversa)
- iii) Agruparen uno de los miembros, los términos semejantes y en el otro miembro los números.
- iv) Operar en cada miembro siempre que sea posible.
- v) Obtener el valor de la incógnita.

**Una Ecuación es una igualdad entre dos expresiones, en la que hay por lo menos un dato desconocido, al que llamamos Incógnita y generalmente representamos con una letra(X).**

**Resolver una ecuación significa encontrar el o los valores de la incógnita que hacen verdadera La igualdad.**

22

A continuación resolveremos algunos ejemplos:

- **El siguiente del doble de un número es igual a -5 ¿De qué número se trata?**

-Expresamos el enunciado en forma simbólica



-Despejamos la incógnita, trasladando primero el



Número que está sumando. Resolvemos en el 2do. Miembro



realizamos el mismo paso con el número 2 que está



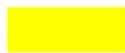
multiplicando.

-Finalmente calculamos el valor de x



-Verificamos, reemplazando el valor de x obtenido en la ecuación inicial:

Se verifica la igualdad cuando  $x=-3$



### Ecuaciones con incógnitas en ambos miembros: $2x - 5 = -x - 2$

Agrupamos términos semejantes al 1er.miembro y los números al 2do. Miembro.

Resolvemos en ambos miembros, luego despejamos la incógnita Resolvemos y calculamos el valor de la Incógnita.

#### Verificación:

Reemplazamos el valor de la incógnita obtenido en la ecuación anterior y volvemos a resolver:

$$2 - 5 = -3$$

$$2x - 5 = -x - 2$$

$$2 \cdot 1 - 5 = -1 - 2$$

→ Comprobamos que se verifica la igualdad cuando  $x=1$

### **Ecuaciones con la aplicación de la propiedad distributiva.**

$$2 \cdot (x + 6) = 3 \cdot (x - 6)$$

→ Eliminamos el paréntesis aplicando la propiedad distributiva.  $2x + 12 = 3x - 18$

→ Resolvemos las multiplicaciones que provienen de la aplicación de dicha propiedad.

→ Agrupamos los términos semejantes.  $2x - 3x = -18 - 12$

→ Resolvemos y despejamos el valor de x  $-x = -30$

→ Calculamos el valor final de x = +30

**Actividad1:** Calcula el valor de x en las siguientes ecuaciones.

- a)  $x + 5 = -7$
- b)  $3x = -12$
- c)  $(x : 4) + 10 = 8$
- d)  $2x - 6 = -10$
- e)  $(x + 1) : 2 = -20$

**Actividad2:** Escribe la ecuación que corresponde a cada situación problemática y resuélvela.

- a) ¿Cuál es el número cuyo siguiente es igual a 18?
- b) ¿Cuál es el número cuya tercera parte disminuida en 10 unidades es igual a 11?
- c) El doble de un número es igual a la tercera parte de 72 ¿Cuál es el número?
- d) ¿Cuál es el número cuyo doble mas su triple es igual a 25

**Actividad 3:** Resuelve y encuentra el valor de la incógnita, luego verifica el resultado obtenido.

- a)  $6x + 30 - 5x = 25$
- b)  $x - 4 - 3x = -10 + 6$
- c)  $3x + 2x = 8x - 15$
- d)  $-8x - 10 + 2x = 5x - 3x + 6$
- e)  $6(x + 5) - 5x = 25$
- f)  $5(x - 3) = 4(x + 4)$
- g)  $3(3 - x) + 9 = 2(x - 4) + 6$
- h)  $-3(5x - 4) - 2(3 - 2x) = 50$

#### ECUACIONES CON POTENCIAS Y RAÍCES:

Para despejar el valor de la incógnita en este tipo de ecuación es recordar que se tiene en cuenta, que todos los números que se encuentran operando a la variable en uno de los miembros, pasan al otro miembro con la operación contraria.

Potencias, al cambiar de miembro se transforman a radicación, y viceversa. Recordar también que existe una prioridad de operaciones, que se debe respetar al ir despejando la variable, primero sumas y restas, si es que no estuvieran encerradas en paréntesis, luego multiplicaciones y divisiones y al último, potencias y raíces. Veamos un par de ejemplos:

a)  $3 \cdot \sqrt{x} + 1 = 13$

$3 \cdot \sqrt{x} = 13 - 1$  "Pasamos el 1 restando" al 2<sup>do</sup>. Miembro y luego resolvemos.

$$3 \cdot \sqrt{x} = 12$$

$$\sqrt{x} = 12 : 3$$

Hacemos lo mismo con el 3 que pasa al 2<sup>do</sup>. Miembro, dividiendo.

$$\sqrt{x} = 4$$

$$x = 4^2$$

Despejamos el valor de x pasando la raíz como potencia.

Calculamos el valor final de x

$$b) (-5x + 2)^3 = -27$$

$$-5x + 2 = \sqrt[3]{-27} \quad \longrightarrow \quad \text{Al contener paréntesis, se debe pasar en 1er lugar la potencia como raíz.}$$

$$-5x + 2 = -3$$

→ Se resuelve en el 2<sup>do</sup> miembro.

$$\rightarrow \text{Pasamos } +2 \text{ al segundo miembro } -5x = -3 - 2 \longrightarrow -5x = -5$$

→ Pasamos el -5 dividiendo al 2 do miembro para despejar definitivamente

$$\text{La incógnita y se resuelve. } X = -5 : -5 \longrightarrow x = 1$$

**Actividad 4:** Resuelve y encuentra el valor de x, luego comprueba mediante la verificación.

a)  $x^2 = 64$

b)  $\sqrt{x} = 5$

c)  $x^3 + 4 = -4$

d)  $2 \cdot \sqrt[3]{x} = -8$

e)  $4x^2 - 7 = 29$

f)  $\sqrt[4]{5x + 1} = 2$

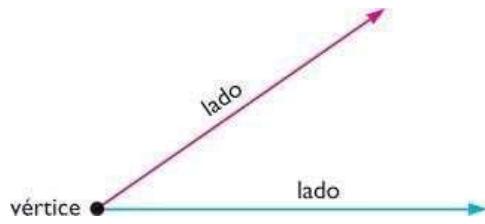
**Actividad 5:** Plantea la ecuación y luego resuelve las siguientes situaciones problemáticas.

- El triple de la suma entre dos números consecutivos es igual a 45. ¿Cuáles son los números?  
(Recuerda que cuando hace referencia a números consecutivos habla de un número y su siguiente.)
- El cuádruple de la edad que tenía Marcelo hace dos años, es igual al doble de la que tendrá dentro de 10 años. ¿Qué edad tiene Marcelo?

## ÁNGULOS, DEFINICIÓN Y CLASIFICACIÓN

### DEFINICIÓN

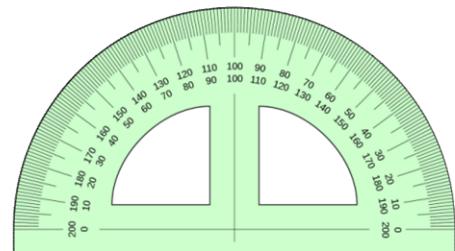
Un ángulo es la **porción del plano** determinada o comprendida por **dos semirrectas** con origen común. O **dos rectas** que se cortan en un punto. Las semirrectas que lo forman se llaman **lados** del ángulo y el punto común, **vértice**. Los ángulos se denotan con letras griegas, por ejemplo  $\hat{\alpha}$ .



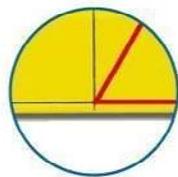
### MEDIDA

Se llama **amplitud** de un ángulo a la medida de éste. Las unidades en que se miden los ángulos se llaman grados sexagesimales ( $^{\circ}$ ). Nosotros mediremos los ángulos en el **Sistema sexagesimal**, es decir, utilizando  $360^{\circ}$  para una vuelta completa o ángulo lleno.

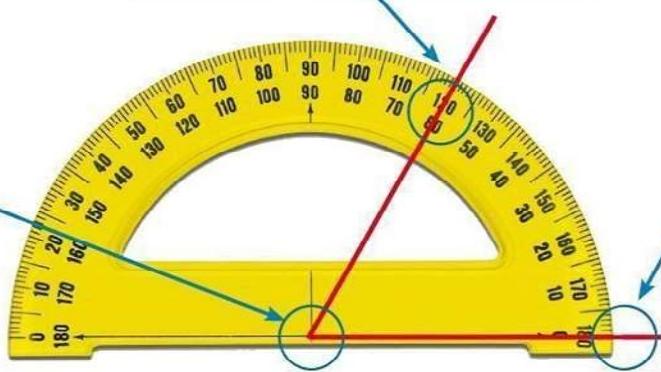
Los ángulos se pueden medir mediante utensilios tales como el goniómetro, el cuadrante, el sextante, la ballestina, **el transportador de ángulos o semicírculo graduado**, etc. Éste último será el que utilicemos en clase habitualmente.



1.º Haz coincidir el centro del transportador con el vértice del ángulo.



3.º Lee la medida en el transportador: este ángulo mide  $60^{\circ}$ .



2.º Alinea un lado con  $0^{\circ}$  (0 grados).

**Actividad 1:** Construye usando regla y transportador los siguientes ángulos.

$$\hat{\alpha} = 40^{\circ}$$

$$\hat{\beta} = 85^{\circ}$$

$$\hat{\gamma} = 15^{\circ}$$

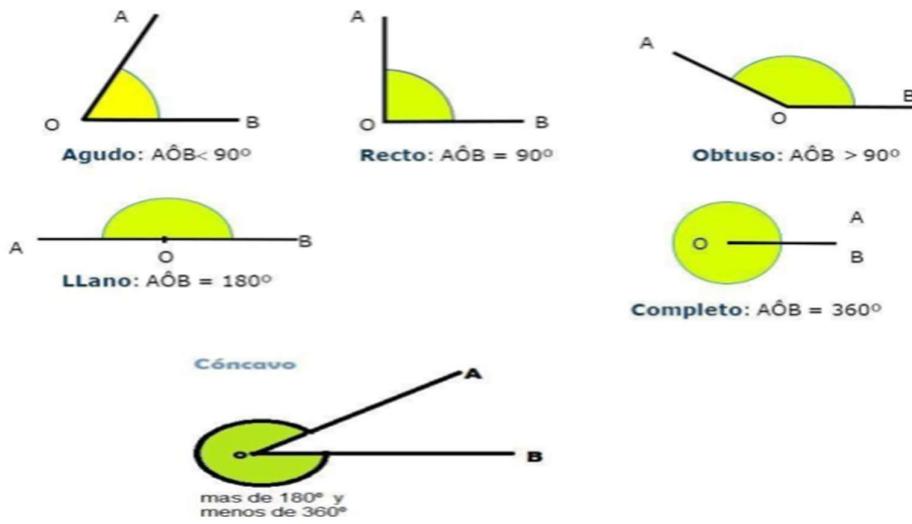
$$\hat{\varepsilon} = 150^{\circ}$$

## CLASIFICACIÓN

Podemos clasificar los ángulos según su **medida** o amplitud y según su **posición**.

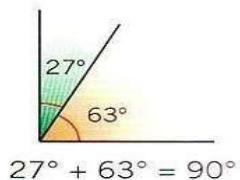
### - Segundo su medida:

- **Agudo:** amplitud mayor de  $0^\circ$  y menor de  $90^\circ$ .
- **Recto:** amplitud =  $90^\circ$ . Sus lados son perpendiculares.
- **Obtuso:** amplitud mayor de  $90^\circ$  y menor que  $180^\circ$
- **Llano:** amplitud =  $180^\circ$ . Sus lados están alineados y su arco es una semicircunferencia.
- **Ángulo Cóncavo** amplitud mayor a  $180^\circ$  y menor a  $360^\circ$ .
- **Completo:** amplitud =  $360^\circ$ . Sus lados son coincidentes y su arco es una circunferencia completa.

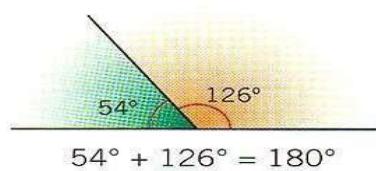


### - Segundo su posición:

#### ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS



#### ÁNGULOS SUPLEMENTARIOS

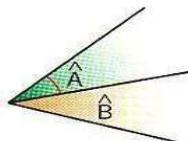


Dos ángulos son **complementarios** cuando su suma es un ángulo recto ( $90^\circ$ ).

Dos ángulos son **suplementarios** cuando su suma es un ángulo llano ( $180^\circ$ ).

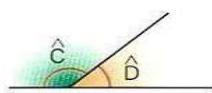
#### ÁNGULOS SEGÚN SU POSICIÓN:

##### CONSECUENTES



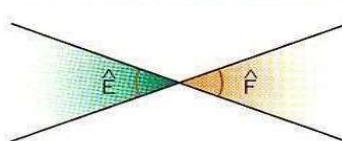
Tienen el vértice y un lado comunes.

##### ADYACENTES



Tienen el vértice y un lado comunes y suman  $180^\circ$ .

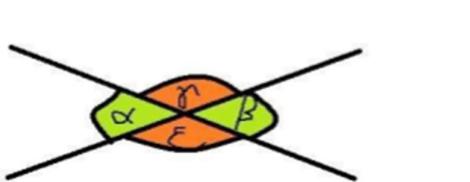
##### OPUESTOS POR EL VÉRTICE



Tienen solo el vértice en común.

## Propiedades de los Ángulos según suposición.

- Dos ángulos son complementarios, cuando suman  $90^\circ$
- Dos ángulos son Suplementarios cuando suman  $180^\circ$
- Dos ángulos son Adyacentes cuando son consecutivos y además son Suplementarios.
- Dos ángulos son opuestos por el vértice cuando sus lados son semirrectas opuestas y además tiene un vértice en común. Los ángulos opuestos por el vértice son congruentes (tienen la misma amplitud)



Por ser opuestos por el vértice.



Por ser opuestos por el vértice.

**Actividad2:** Construye con regla y transportador los siguientes ángulos y luego clasifícalos según su medida.

$$\alpha = 65^\circ$$

$$\beta = 90^\circ$$

$$\gamma = 135^\circ$$

$$\delta = 180^\circ$$

$$\theta = 270^\circ$$

**Actividad3:** Completa el cuadro.

Amplitud de los Ángulos	Gráfico	Clasificación	Propiedad.
$\hat{a} = 30^\circ$ y $\hat{b} = 60^\circ$			Suman entre los $90^\circ$
$\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$ $\beta = 55^\circ$			
$\delta = 100^\circ$ $\varepsilon = \underline{\hspace{2cm}}$		Suplementarios	
$\hat{c} = \underline{\hspace{2cm}}$ y $\hat{e} = \underline{\hspace{2cm}}$		Adyacentes	

**Actividad 4:** Responde lo pedido en cada consigna.

**a) Calcular el complemento de un Ángulo de  $25^\circ$ :**

Recuerda que realizamos  $90^\circ - 25^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$  (el ángulo obtenido de la resta será el complemento de  $25^\circ$ )

**b) Calcular el suplemento de un ángulo de  $132^\circ$ :**

Recuerda que realizamos  $180^\circ - 132^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$  (el ángulo obtenido de la resta será el suplemento de  $132^\circ$ )

**c) Calcular el complemento y el suplemento de un ángulo de  $72^\circ$**

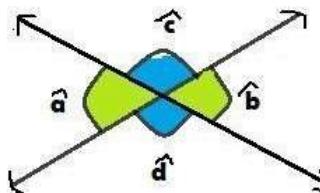
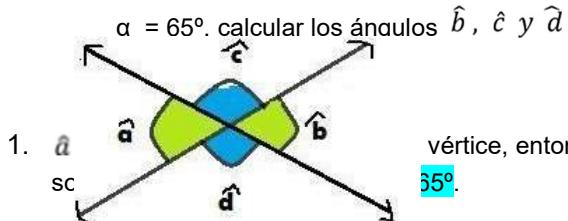
$\underline{\hspace{2cm}}$

## ECUACIONES CON ÁNGULOS

### Como calcular el valor de ángulos desconocidos en una figura.

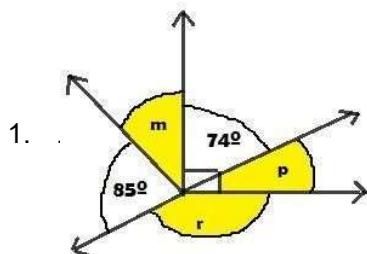
Para encontrar el valor de uno o más ángulos en una figura, debemos tener muy presente las definiciones y propiedades de todos los ángulos, mencionadas en el capítulo anterior. Es necesario que, a medida que vamos deduciendo o encontrando la medida de alguno de los datos pedidos, vayamos también justificando y relacionando con los datos que ya precisamos. Observa y lee atentamente los siguientes ejemplos:

**a) Calcula el valor de los ángulos desconocidos en la figura**



1.  $\alpha = 65^\circ$ . calcular los ángulos  $\hat{b}$ ,  $\hat{c}$  y  $\hat{d}$
- vértice, entonces (cumplen la propiedad de que tienen la misma amplitud, o sea  $55^\circ$ ).
2. También podemos observar que el ángulo  $\hat{c}$  es adyacente con el Ángulo  $\alpha$ , o sea que la suma de ellos es igual  $180^\circ$ , entonces tenemos:  
Como  $\hat{a} = 65^\circ$  entonces  $\hat{c} = 180^\circ - 65^\circ$  y resolviendo tenemos que
3. Por último podemos encontrar el valor del ángulo  $d$  fácilmente, ya que con el ángulo  $\hat{c}$  iguales, entonces.

**b)- calcular el valor de los ángulos pintados de color amarillo.**



Datos { calcular los ángulos  
 $\hat{p}$ ,  $\hat{r}$  y  $\hat{m}$

1. De acuerdo a la figura, el ángulo  $p$  es complementario al ángulo de  $74^\circ$ , por lo tanto podemos obtener su valor haciendo  $\hat{p}=90^\circ - 74^\circ$ , entonces  $\hat{p} = 16^\circ$

2.

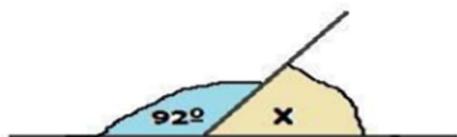
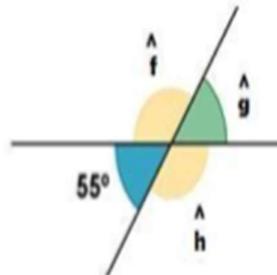
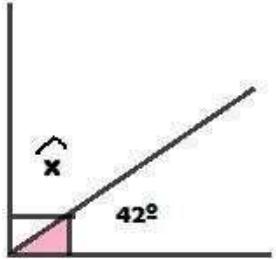
$$\hat{r} = 180^\circ - 16^\circ \text{ entonces, } \hat{r} = 164^\circ$$

3. Luego el valor del ángulo  $m$  lo obtenemos, restando a  $180^\circ$  los ángulos de  $74^\circ$  y  $85^\circ$

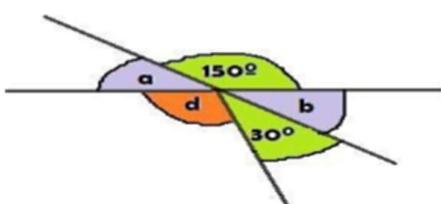
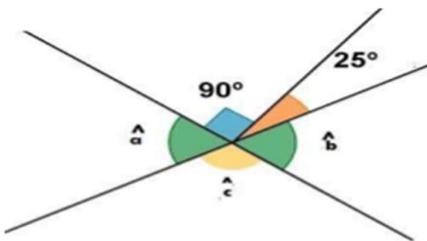
$$m = 180^\circ - (74^\circ + 85^\circ)$$

El ángulo  $r$  es adyacente a ángulo  $p$ , entonces podemos obtenerlo haciendo  $\hat{r}=180^\circ-\hat{p}$

**Actividad 1)** Calcula el valor de los ángulos desconocidos de la figura. Justifica tus respuestas. a)

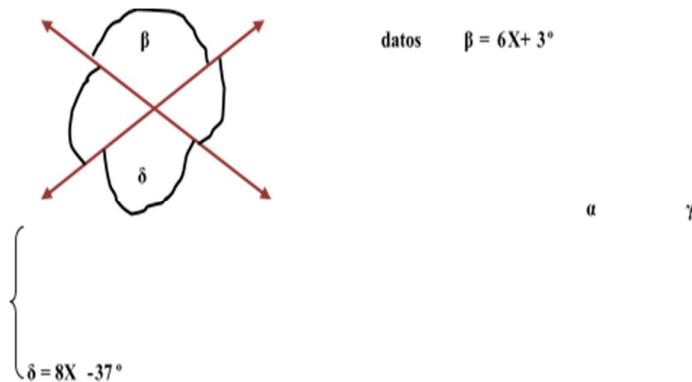


d)



## ECUACIONES CON ÁNGULOS

En algunos casos los valores de los ángulos de una figura, suelen estar definidos por expresiones con números desconocidos. En este caso, se planteará previamente la ecuación, que corresponda a la propiedad que relaciona los ángulos de la figura, teniendo en cuenta también los datos brindados en el ejercicio y /o problema.



### Ejemplo

- Si observamos las posiciones de los ángulos  $\beta$  y  $\delta$ , veremos que son ángulos opuestos por el vértice, entonces son congruentes, y planteamos la ecuación correspondiente a esta propiedad.
- Reemplazamos los valores de los ángulos que se encuentran en los datos, y resolvemos la ecuación.

$$\begin{aligned}\beta &= \delta \\ 6X + 3 &= 8X - 37 \\ 6X - 8X &= -37 - 3 \\ -2X &= -40 \\ X &= -40 : (-2)\end{aligned}$$

- Reemplazamos el valor de  $x$  en los datos de los ángulos desconocidos y calculamos su valor:

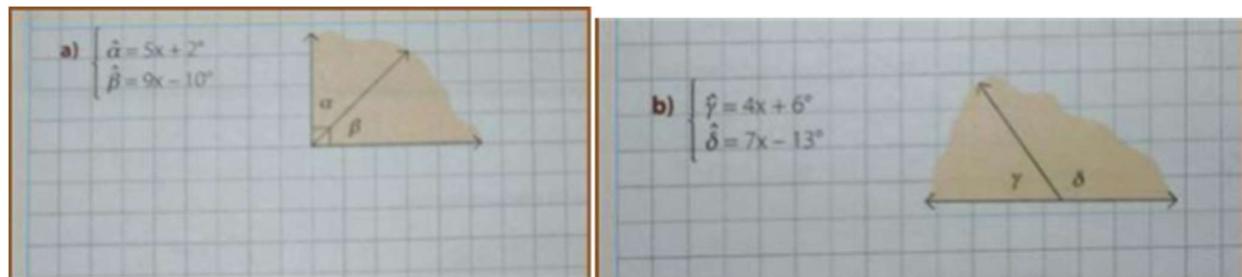
$$\beta = 6X + 3^\circ = 6 \cdot 20 + 3^\circ = 120^\circ + 3^\circ = 123^\circ \quad \beta = 123^\circ \quad \delta = 8X - 37^\circ = 8 \cdot 20 - 37^\circ = 160^\circ - 37^\circ = 123^\circ \quad \delta = 123^\circ \text{ con}$$

Lo que queda comprobado que son iguales.

- Además podemos calcular:

$\alpha = 180^\circ - 123^\circ$  por ser adyacente a  $\beta$ . Por lo tanto  $\alpha = 57^\circ$  y  $\gamma = 57^\circ$  por ser opuestos por el vértice.

**Actividad 2:** Plantea la ecuación en cada caso y halla la amplitud de los ángulos marcados en la figura.



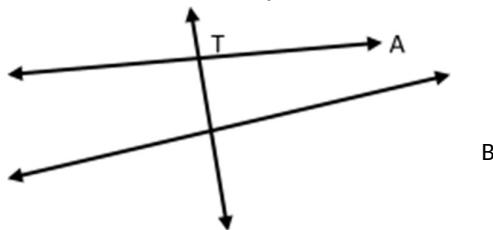
### ÁNGULOS DETERMINADOS POR DOS RECTAS Y UNA TRANSVERSAL.

Antes de empezar a desarrollar el tema tendremos en cuenta algunos conceptos importantes:

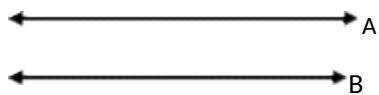
- **Rectas Secantes:** dos o más rectas son secantes cuando se intersecan entre ellas, en un punto en común. Las rectas se denotan con letras mayúsculas. Por ejemplo las rectas A y B de la figura.



- **Recta Transversal:** Una recta transversal es aquella que atraviesa a otras dos o más rectas. Por ejemplo la recta T de la figura que atraviesa a las rectas A y B.



- **Rectas Paralelas:** Son aquellas que mantienen una distancia entre si y además nunca se intersecan, aún en sus prolongaciones. Por ejemplo las rectas A y B de la figura.



## ÁNGULOS DETERMINADOS POR DOS RECTAS Y UNA RECTA TRANSVERSAL.

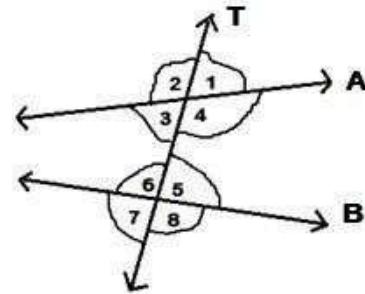
Cuando dos rectas A y B, que están en un mismo plano, son cortadas ambas, por una recta Transversal T, se forman ocho ángulos, como veremos en la siguiente figura. Los mismos se clasifican en internos y externos.

- **Ángulos Internos:**(Interiores a las secantes A y B)

$\hat{3}, \hat{4}, \hat{5}$  y  $\hat{6}$

- **Ángulos Externos:**(Exteriores a las secantes A y B)

$\hat{1}, \hat{2}, \hat{7}$  y  $\hat{8}$



## Ángulos Alternos

- Internos: Son los pares de ángulos internos que están en distintos semiplanos respecto de la transversal y no son adyacentes.

$\hat{3}$  y  $\hat{5}$

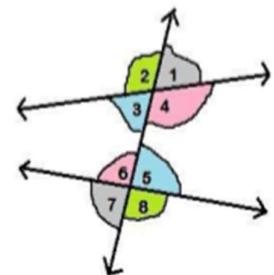
$\hat{4}$  y  $\hat{6}$

- Externos: son los pares de ángulos

externos que están en distintos semiplanos respecto de la transversal y no son adyacentes.

$\hat{2}$  y  $\hat{8}$

$\hat{1}$  y  $\hat{7}$



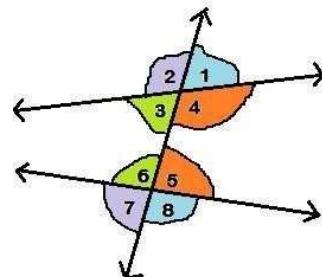
## Ángulos Conjugados

- Internos: Son los pares de ángulos internos que están en el mismo semiplano respecto de la transversal.

$\hat{3}$  y  $\hat{6}$  y  $\hat{4}$  y  $\hat{5}$

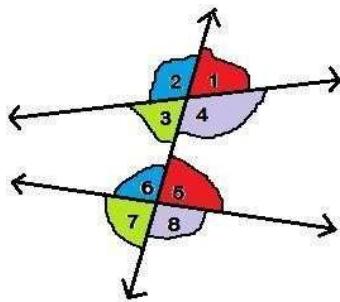
- Externos: Son los pares de ángulos externos que están en el mismo semiplano respecto de la transversal.

$\hat{1}$  y  $\hat{8}$  y  $\hat{2}$  y  $\hat{7}$



## Ángulos Correspondientes

Son los pares de ángulos que están en el mismo semiplano respecto de la transversal, pero uno es interno y el otro es externo y no son adyacentes.

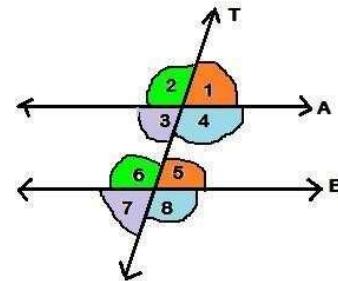


## ÁNGULOS ENTRE RECTAS PARALELAS. PROPIEDADES

> **Ángulos Correspondientes** entre paralelas cortadas por una transversal, **son iguales**.

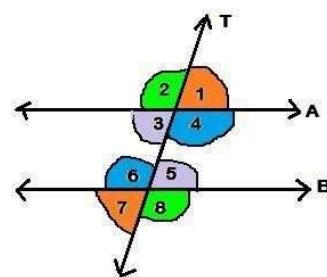
$$\hat{2} = \hat{6} \quad \hat{3} = \hat{7}$$

$$\hat{1} = \hat{5} \quad \hat{4} = \hat{8}$$



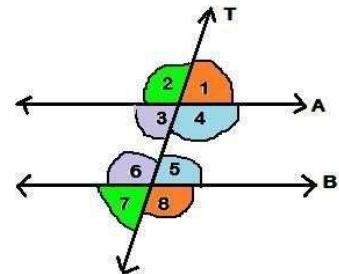
**Ángulos Alternos entre Paralelas**, los ángulos alternos entre rectas paralelas cortadas por una recta transversal **son iguales**.

- Alternos Internos       $\hat{3} = \hat{5}$        $\hat{4} = \hat{6}$
- Alternos Externos       $\hat{2} = \hat{8}$        $\hat{1} = \hat{7}$



**Ángulos conjugados entre paralelas**, los ángulos entre rectas paralelas cortadas por una transversal **son suplementarios**.

- Conjugados Internos:       $\hat{3} + \hat{6} = 180^\circ$        $\hat{4} + \hat{5} = 180^\circ$
- Conjugados Externos:       $\hat{1} + \hat{8} = 180^\circ$        $\hat{2} + \hat{7} = 180^\circ$



**Cálculo de ángulos de una figura, a partir de un valor conocido. Ejemplo.**

- Calcular el valor de todos los ángulos marcados en la figura si el ángulo 1 es igual a  $58^\circ$

  
 $\hat{2} = 180^\circ - 58^\circ = 122^\circ$ , (por ser adyacente a  $\hat{1}$ )

$\hat{3} = 58^\circ$  por ser opuesto por el vértice b  $\hat{1} =$

$122^\circ$  por ser adyacente a 2

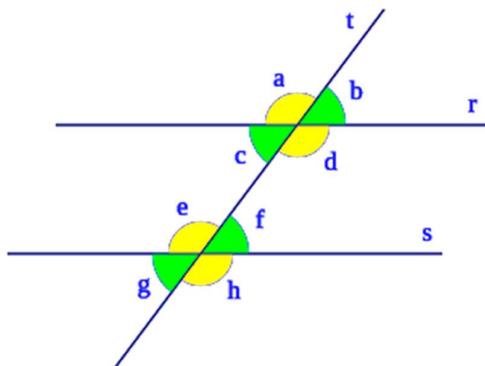
$\hat{4} = 58^\circ$  por ser opuestos por el vértice con 2

$\hat{5} = 122^\circ$  por ser alterno interno a 3

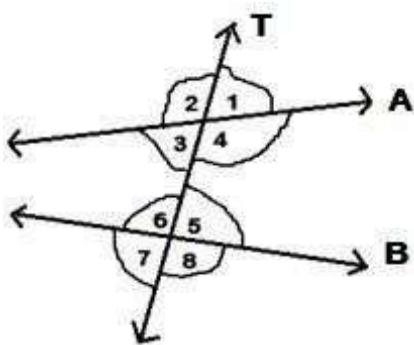
$\hat{6} = 58^\circ$  por ser alterno externo a 4

$\hat{7} = 122^\circ$  por ser conjugado externo a 2

$\hat{8}$



**Actividades:** A) observa la figura y completa las oraciones



1.  $\hat{a}$  y  $\hat{e}$  son ángulos

2.  $\hat{a}$  y  $\hat{h}$  Son ángulos

3.  $\hat{d}$  y  $\hat{f}$  son ángulos conjugados

4.  $\hat{b}$  es con  $\hat{g}$ .

5.  $\hat{d}$  se corresponde con el ángulo por lo tanto tienen

6. Son ángulos alternos internos, el ángulo \_\_\_\_\_ con el ángulo \_\_\_\_\_.

B) Calcula el valor de los ángulos marcados en la figura anterior, si se sabe que el valor del ángulo  $a$  es  $125^\circ$ . Justifica tu respuesta en cada caso.

$$\hat{a} = 125^\circ$$

$$\hat{b} =$$

$$\hat{c} =$$

$$\hat{d} =$$

$$\hat{e} =$$

$$\hat{f} =$$

$$\hat{g} =$$

$$\hat{h} =$$



























