

Prova scritta di Matematica Applicata - 19 luglio 2004

- Completare subito questa pagina con cognome, nome, matricola, corso di laurea e docente.
- Scrivere nome, cognome e matricola su ogni foglio.
- Scrivere solamente su questi fogli, *anche dietro* se occorre.
- Non sono ammessi libri, quaderni o altri fogli.
- *Le risposte non motivate non saranno prese in considerazione*

Cognome	Nome	Matricola	Corso di Laurea	Docente
---------	------	-----------	-----------------	---------

Tavole della funzione di ripartizione della legge $N(0, 1)$.

x	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.50000	.50399	.50798	.51197	.51595	.51994	.52392	.52790	.53188	.53586
0.1	.53983	.54380	.54776	.55172	.55567	.55962	.56356	.56750	.57142	.57535
0.2	.57926	.58317	.58706	.59095	.59483	.59871	.60257	.60642	.61026	.61409
0.3	.61791	.62172	.62552	.62930	.63307	.63683	.64058	.64431	.64803	.65173
0.4	.65542	.65910	.66276	.66640	.67003	.67364	.67724	.68082	.68439	.68793
0.5	.69146	.69497	.69847	.70194	.70540	.70884	.71226	.71566	.71904	.72240
0.6	.72575	.72907	.73237	.73565	.73891	.74215	.74537	.74857	.75175	.75490
0.7	.75804	.76115	.76424	.76731	.77035	.77337	.77637	.77935	.78230	.78524
0.8	.78814	.79103	.79389	.79673	.79955	.80234	.80511	.80785	.81057	.81327
0.9	.81594	.81859	.82121	.82381	.82639	.82894	.83147	.83398	.83646	.83891
1.0	.84134	.84375	.84614	.84850	.85083	.85314	.85543	.85769	.85993	.86214
1.1	.86433	.86650	.86864	.87076	.87286	.87493	.87698	.87900	.88100	.88298
1.2	.88493	.88686	.88877	.89065	.89251	.89435	.89617	.89796	.89973	.90147
1.3	.90320	.90490	.90658	.90824	.90988	.91149	.91309	.91466	.91621	.91774
1.4	.91924	.92073	.92220	.92364	.92507	.92647	.92786	.92922	.93056	.93189
1.5	.93319	.93448	.93574	.93699	.93822	.93943	.94062	.94179	.94295	.94408
1.6	.94520	.94630	.94738	.94845	.94950	.95053	.95154	.95254	.95352	.95449
1.7	.95543	.95637	.95728	.95819	.95907	.95994	.96080	.96164	.96246	.96327
1.8	.96407	.96485	.96562	.96638	.96712	.96784	.96856	.96926	.96995	.97062
1.9	.97128	.97193	.97257	.97320	.97381	.97441	.97500	.97558	.97615	.97670
2.0	.97725	.97778	.97831	.97882	.97933	.97982	.98030	.98077	.98124	.98169
2.1	.98214	.98257	.98300	.98341	.98382	.98422	.98461	.98500	.98537	.98574
2.2	.98610	.98645	.98679	.98713	.98745	.98778	.98809	.98840	.98870	.98899
2.3	.98928	.98956	.98983	.99010	.99036	.99061	.99086	.99111	.99134	.99158
2.4	.99180	.99202	.99224	.99245	.99266	.99286	.99305	.99324	.99343	.99361
2.5	.99379	.99396	.99413	.99430	.99446	.99461	.99477	.99492	.99506	.99520
2.6	.99534	.99547	.99560	.99573	.99585	.99598	.99609	.99621	.99632	.99643
2.7	.99653	.99664	.99674	.99683	.99693	.99702	.99711	.99720	.99728	.99736
2.8	.99745	.99752	.99760	.99767	.99774	.99781	.99788	.99795	.99801	.99807
2.9	.99813	.99819	.99825	.99831	.99836	.99841	.99846	.99851	.99856	.99861

Esercizio 1:

Tre urne contengono palline rosse e palline blu. La prima urna contiene 2 palline blu e 1 rossa, la seconda urna contiene 2 palline blu e 2 rosse, mentre la terza urna contiene 2 palline blu e 3 rosse.

(A) Scelta a caso un'urna, si estraggono due palline con reimmissione. Calcolare la probabilità che esse siano di colore differente.

(B) Sapendo che sono state estratte due palline di colore differente, determinare l'urna che ha la probabilità maggiore di essere stata prescelta.

Esercizio 2:

Dati gli eventi A e B con $P(B) > 0$, dare la definizione di probabilità condizionata di A dato B e dimostrare che soddisfa agli assiomi della probabilità.

Esercizio 3:

Sia X una v.a. esponenziale di parametro $\lambda > 0$. Calcolare

$$P(X^2 \geq 4 | X^2 \geq 1).$$

Esercizio 4:

Siano X e Y due v.a. indipendenti entrambe distribuite uniformemente su $(-1, 1)$.

Determinare la probabilità che l'equazione (del secondo grado in t)

$$t^2 + 2Xt + Y = 0$$

abbia radici reali.

Esercizio 5:

Siano X_1, X_2, \dots, X_n v.a. indipendenti con medesima funzione di densità data da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \frac{1}{1+x^2} & x > 0 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}.$$

Verificare che a tale successione di v.a. non si può applicare la legge debole dei grandi numeri (motivare la risposta).

Esercizio 6:

Dimostrare che c'è una probabilità non inferiore al 50% che in n lanci (per n grande) di una moneta non truccata la differenza in valore assoluto tra il numero delle teste uscite e quello delle croci sia maggiore di $\frac{2}{3}\sqrt{n}$.

(Sugg. Si usino le v.a $T_n =$ numero delle teste uscite in n lanci e $C_n =$ numero delle croci uscite in n lanci, con $T_n + C_n = n$.)