

Seconda prova parziale di Matematica Applicata - 18 giugno 2004

- Completare subito questa pagina con cognome, nome, matricola, corso di laurea e docente.
- Scrivere nome, cognome e matricola su ogni foglio.
- Scrivere solamente su questi fogli, *anche dietro* se occorre.
- Non sono ammessi libri, quaderni o altri fogli, è ammesso l'uso di una calcolatrice tascabile.
- *Le risposte non motivate non saranno prese in considerazione*

Cognome	Nome	Matricola	Corso di Laurea	Docente
---------	------	-----------	-----------------	---------

Esercizio 1:

Sia $X \sim N(0, 1)$ e $Y = X^2$. Determinare la funzione di densità della v.a. Y e calcolare $E[Y]$.

Esercizio 2:

Da un'urna, che contiene sia palline bianche che palline nere, si effettuano due estrazioni con reimmissione. Sia X la v.a. definita da

$$X = \begin{cases} 1 & \text{se le palline estratte sono dello stesso colore} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

e Y la v.a. uguale alla differenza tra palline bianche e palline nere nel campione estratto.

Detta p la probabilità di estrarre una pallina bianca, determinare il valore di p per cui le v.a X e Y sono non correlate.

Le v.a. X e Y sono indipendenti?

Esercizio 3:

Enunciare e dimostrare le Legge Debole dei Grandi Numeri.

Esercizio 4:

Dare la definizione di funzione caratteristica di una variabile aleatoria e mostrare quale relazione sussiste tra la varianza e la funzione caratteristica.

Esercizio 5:

Determinare se le seguenti funzioni possono rappresentare una funzione di densità congiunta per una coppia di v.a. (X, Y) e, in caso affermativo, verificare se X e Y sono indipendenti. Determinare inoltre la funzione di densità condizionata di Y dato $X = x$ con $x > 0$.

$$f(x, y) = \begin{cases} 2e^{-(x+y)} & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$g(x, y) = \begin{cases} 2e^{-(x+y)} & x > 0, y > 0, y > x \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Esercizio 6:

Dimostrare che la varianza campionaria è uno stimatore distorto per la varianza e determinarne uno stimatore non distorto.

Esercizio 7:

Si effettuino n lanci di una moneta equa. Determinare per quali valori di n è maggiore del 68% la probabilità che la frequenza con la quale è uscita testa sia compresa tra 0,4 e 0,6.