

Prova scritta di Matematica Applicata - 15 settembre 2004

- Completare subito questa pagina con cognome, nome, matricola, corso di laurea e docente.
- Scrivere nome, cognome e matricola su ogni foglio.
- Scrivere solamente su questi fogli, *anche dietro* se occorre.
- Non sono ammessi libri, quaderni o altri fogli.
- *Le risposte non motivate non saranno prese in considerazione*

Cognome	Nome	Matricola	Corso di Laurea	Docente
---------	------	-----------	-----------------	---------

Tavole della funzione di ripartizione della legge $N(0, 1)$.

x	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.50000	.50399	.50798	.51197	.51595	.51994	.52392	.52790	.53188	.53586
0.1	.53983	.54380	.54776	.55172	.55567	.55962	.56356	.56750	.57142	.57535
0.2	.57926	.58317	.58706	.59095	.59483	.59871	.60257	.60642	.61026	.61409
0.3	.61791	.62172	.62552	.62930	.63307	.63683	.64058	.64431	.64803	.65173
0.4	.65542	.65910	.66276	.66640	.67003	.67364	.67724	.68082	.68439	.68793
0.5	.69146	.69497	.69847	.70194	.70540	.70884	.71226	.71566	.71904	.72240
0.6	.72575	.72907	.73237	.73565	.73891	.74215	.74537	.74857	.75175	.75490
0.7	.75804	.76115	.76424	.76731	.77035	.77337	.77637	.77935	.78230	.78524
0.8	.78814	.79103	.79389	.79673	.79955	.80234	.80511	.80785	.81057	.81327
0.9	.81594	.81859	.82121	.82381	.82639	.82894	.83147	.83398	.83646	.83891
1.0	.84134	.84375	.84614	.84850	.85083	.85314	.85543	.85769	.85993	.86214
1.1	.86433	.86650	.86864	.87076	.87286	.87493	.87698	.87900	.88100	.88298
1.2	.88493	.88686	.88877	.89065	.89251	.89435	.89617	.89796	.89973	.90147
1.3	.90320	.90490	.90658	.90824	.90988	.91149	.91309	.91466	.91621	.91774
1.4	.91924	.92073	.92220	.92364	.92507	.92647	.92786	.92922	.93056	.93189
1.5	.93319	.93448	.93574	.93699	.93822	.93943	.94062	.94179	.94295	.94408
1.6	.94520	.94630	.94738	.94845	.94950	.95053	.95154	.95254	.95352	.95449
1.7	.95543	.95637	.95728	.95819	.95907	.95994	.96080	.96164	.96246	.96327
1.8	.96407	.96485	.96562	.96638	.96712	.96784	.96856	.96926	.96995	.97062
1.9	.97128	.97193	.97257	.97320	.97381	.97441	.97500	.97558	.97615	.97670
2.0	.97725	.97778	.97831	.97882	.97933	.97982	.98030	.98077	.98124	.98169
2.1	.98214	.98257	.98300	.98341	.98382	.98422	.98461	.98500	.98537	.98574
2.2	.98610	.98645	.98679	.98713	.98745	.98778	.98809	.98840	.98870	.98899
2.3	.98928	.98956	.98983	.99010	.99036	.99061	.99086	.99111	.99134	.99158
2.4	.99180	.99202	.99224	.99245	.99266	.99286	.99305	.99324	.99343	.99361
2.5	.99379	.99396	.99413	.99430	.99446	.99461	.99477	.99492	.99506	.99520
2.6	.99534	.99547	.99560	.99573	.99585	.99598	.99609	.99621	.99632	.99643
2.7	.99653	.99664	.99674	.99683	.99693	.99702	.99711	.99720	.99728	.99736
2.8	.99745	.99752	.99760	.99767	.99774	.99781	.99788	.99795	.99801	.99807
2.9	.99813	.99819	.99825	.99831	.99836	.99841	.99846	.99851	.99856	.99861

Esercizio 1:

Si considerino tre lanci indipendenti di una moneta con probabilità p che esca croce. Sapendo che gli eventi $A = \{\text{nei 3 lanci esce al più una testa}\}$ e $B = \{\text{i 3 lanci danno tutti lo stesso risultato}\}$ sono indipendenti, dimostrare che

(A) la moneta può essere equa;

(B) nell'ipotesi $0 < p < 1$, la moneta deve necessariamente essere equa.

Esercizio 2:

Enunciare e dimostrare il teorema delle probabilità totali .

Esercizio 3:

Siano X e Y due v.a indipendenti con X di tipo esponenziale di parametro λ e Y di tipo Poisson di parametro μ . Determinare i valori di λ e μ affinché

$$E[X + Y] = 3, \quad Var(X + Y) = 5.$$

Esercizio 4:

Data la seguente tabella

$\frac{X}{Y}$	-4	1	2
0	p^2	0	$\frac{5}{6}(1-p)$
1	0	$\frac{1}{3}$	0

determinare i valori di p per cui essa rappresenta una densità congiunta per la coppia di v.a. X e Y .

In corrispondenza ai valori trovati, le v.a. sono correlate? In caso affermativo, sono indipendenti?

Esercizio 5:

Enunciare e dimostrare le Legge Debole dei Grandi Numeri.

Esercizio 6:

Da un'urna, contenente 10 palline di cui R rosse, si estrae una pallina e si vince 1 se la pallina estratta è rossa, altrimenti si perdono 2.

Calcolare il numero minimo di palline rosse contenute nell'urna affinché, dopo 100 estrazioni con reimmissione, la probabilità che il giocatore stia vincendo 10 sia non inferiore al 50%.

(Sugg. Si usino le v.a $X_i = \begin{cases} 1 & \text{se all}'i\text{-sima estrazione esce una pallina rossa} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$.)