

Seconda prova parziale di Matematica Applicata - 18 giugno 2004

- Completare subito questa pagina con cognome, nome, matricola, corso di laurea e docente.
- Scrivere nome, cognome e matricola su ogni foglio.
- Scrivere solamente su questi fogli, *anche dietro* se occorre.
- Non sono ammessi libri, quaderni o altri fogli, è ammesso l'uso di una calcolatrice tascabile.
- *Le risposte non motivate non saranno prese in considerazione*

Cognome	Nome	Matricola	Corso di Laurea	Docente
---------	------	-----------	-----------------	---------

Esercizio 1:

Sia $X \sim \text{Exp}(1)$ e $Z = 4X^2$. Determinare la funzione di densità della v.a. Z e calcolare $E[Z]$.

Esercizio 2:

Da un sacchetto, che contiene sia monete d'oro che monete d'argento, si effettuano due estrazioni con reimmissione. Sia X la v.a. uguale alla differenza tra monete d'oro e monete d'argento nel campione estratto e Y la v.a. definita da

$$Y = \begin{cases} 1 & \text{se le monete estratte sono di metallo differente} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Detta q la probabilità di estrarre una moneta d'argento, determinare il valore di q per cui le v.a X e Y sono non correlate.

Le v.a. X e Y sono indipendenti?

Esercizio 3:

Enunciare e dimostrare la Legge Debole dei Grandi Numeri.

Esercizio 4:

Dare la definizione di funzione caratteristica di una variabile aleatoria e mostrare quale relazione sussiste tra la varianza e la funzione caratteristica.

Esercizio 5:

Determinare se le seguenti funzioni possono rappresentare una funzione di densità congiunta per una coppia di v.a. (X, Y) e, in caso affermativo, verificare se X e Y sono indipendenti. Determinare inoltre la funzione di densità condizionata di X dato $Y = y$ con $y > 0$.

$$f(x, y) = \begin{cases} 15xy^2 & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$g(x, y) = \begin{cases} 15xy^2 & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, y \leq x \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Esercizio 6:

Dimostrare che la varianza campionaria è uno stimatore distorto per la varianza e determinarne uno stimatore non distorto.

Esercizio 7:

Si effettuino n lanci di un dado non truccato. Determinare per quali valori di n è maggiore del 60% la probabilità che la frequenza con la quale si ottiene 6 sia compresa tra $1/12$ e $1/4$.