Questionário: Agentes Lógicos

I. Consequência lógica no mundo do Wumpus

O agente não detectou nada em [1,1] e sentiu brisa em [2, 1]. Nessa condição há 8 modelos possíveis para ter o não ter poço nos quadrados adjacentes [1,2], [2,2] e [3,1] como mostra a Figura 1.

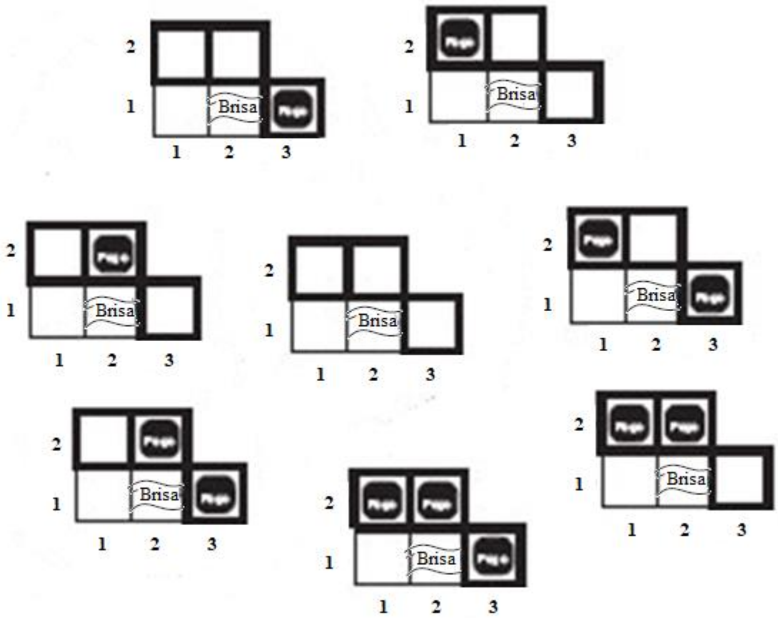

Figura 1

Suponha que o agente não detectou nada em [1,1] e sentiu brisa em [1, 2]. Nessa condição há 8 modelos possíveis para ter o não ter poço nos quadrados adjacentes [2,1], [2,2] e [1, 3] mostre graficamente os modelos possíveis.

II. Algoritmos de encadeamento para a frente e encadeamento para trás

Utilize encadeamento para a frente e encadeamento para trás e verifique se é possível obter z a partir das regras 1 a 5 e dos fatos de 6 a 8.

1. $p \wedge q \rightarrow z$
2. $r \wedge s \rightarrow p$
3. $w \wedge r \rightarrow p$
4. $t \wedge u \rightarrow q$
5. $v \rightarrow s$
6. v
7. r
8. q

III. Verificação de Modelos Proposicionais Eficientes

O algoritmo DPLL

Usado para resolver o problema de satisfabilidade booleana. O algoritmo DPLL decompõe um problema complexo em subproblemas mais simples. O objetivo do algoritmo DPLL é simplificar a fórmula até determinar que possui o valor verdade verdadeiro.

<u>Busca com retrocesso</u>

1. Iniciar designando de forma parcial uma solução candidata.
2. Aperfeiçoar a solução enquanto seja promissora.
3. Retroceder ao passo anterior caso se tenha alcançado um ponto em que a solução não é mais viável, e, escolher uma outra solução parcial.
4. Escolher outras soluções parciais enquanto solução completa não seja encontrada.

Exemplo: Seja a expressão $p \vee q$

a) Iniciar designando o valor verdade para $p = V$, então $p \vee q = V$.
b) Iniciar designando o valor verdade para $p = F$. Neste caso o resultado da fórmula não depende mais da letra sentencial p, então eliminamos p e resta a outra letra sentencial: q. A seguir designar o valor verdade para $q = V$, e a fórmula $p \vee q = V$.
c) Se no item (b) se designa o valor verdade para $q = F$, então $p \vee q = F$.

Tanto em (a) quanto (b) encontraram-se modelos para os quais a fórmula é satisfazível.

<u>Formas Normais</u>

Formas normais são fórmulas constituídas por conjunções, disjunções e negações que afetam a uma letra sentencial. Toda fórmula lógica pode ser expressa com formas normais. Uma forma normal pode ser disjuntiva ou conjuntiva. Cada parêntese é chamado de cláusula. Cada letra sentencial é chamada de literal positivo quando está afirmada e literal negativo quando está negada.

Exemplo:

Forma Normal disjuntiva (FND): $(p \wedge q \ \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Forma Normal conjuntiva (FNC): $(p \vee q \ \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee \neg q)$

<u>Cláusula unitária</u>

É a cláusula que possui um literal só. Uma fórmula se simplifica supondo que o literal de uma cláusula unitária é verdadeiro.
Um literal puro é aquele que aparece com o mesmo sinal afirmado (t) ou negado $(\neg t)$ em todas as cláusulas.

Exemplo: Na fórmula α: $(p \vee q \ \vee r) \wedge (p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge (\neg r)$
p é um literal puro, já q e r não são literais puros.

Algoritmo para simplificar fórmulas com cláusula unitária

proced simplifica (fórmula α na FNC) retorna fórmula na FNC:
cláusula C, C';
enquanto α contém uma cláusula unitária l **faça**
$\alpha \leftarrow$ resultado de remover de α toda cláusula que contém l
se $\alpha = \{\,\}$ então retorna falso **fimse**;
para cada cláusula C de α quecontém $\neg l$ **faça**
$C' \leftarrow C - \{l\}$;
se $C = \{\,\}$ então retorne falso **fimse**;
$\alpha \leftarrow$ resultado de substituir, em α C por C'
fimpara
fimenquanto;
retorne α
fim simplifica

Quando designamos à variável ou letra sentencial s o valor verdade verdadeiro, então estamos formando um literal da forma $l = s$. Se designamos ao valor verdade falso, obtemos o literal complementar.

1. Toda cláusula que contenha o literal l pode ser eliminada da fórmula, pois, a cláusula é verdadeira.
2. Se uma cláusula contém o literal complementar $\neg l$, então apagamos o literal complementar da cláusula, pois, é falso e o resultado da cláusula não depende mais desse literal.
3. Se há uma cláusula vazia na fórmula $\alpha = \{\,\}$, retorna falsa (cláusula vazia ocorre quando temos $(p) \wedge (\neg p)$)

Exemplo: Seja $\alpha: (p \vee q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee \neg q)$

Escolhemos o literal $l = p$:
1. Eliminamos a primeira cláusula
2. Apagamos o literal complementar na segunda cláusula, o resultado é uma fórmula com uma única cláusula:

$$\alpha: (\neg q)$$

O algoritmo descobriu um modelo para a fórmula:
- $I[p] = V$, iniciamos com o literal p que faz da primeira cláusula ser V;
- $I[q] = F$, no passo 2 apagamos o literal complementar $(\neg p)$ da segunda cláusula e restou apenas $\neg q$.

A fórmula é satisfazível.

Procedimento para o algoritmo $DPLL(\alpha)$

proced DPLL(fórmula α na FNC) retorna {verdadeiro, falso}:
    literal l;
    $\alpha \leftarrow$ **simplifica** (α);
    se $\alpha = V$ então
        retorne verdadeiro
    senãose $\alpha = F$ então
        retorne falso
    fimse;
    $l \leftarrow$ escolha um literal em α;
    se $DPLL(\alpha(l))$ então
        retorne verdadeiro
    senão
        retorne $DPLL(\alpha(\neg l))$
    fimse
fim DPLL

Exemplo: Seja a fórmula α: $(p) \wedge (\neg p) = \{\ \}$

$$DPLL(\alpha) = F$$

Exemplo:
Seja a fórmula α: $(p \vee \neg q \ \vee \neg r) \wedge (p \vee r) \wedge (\neg r \vee \neg p) \wedge (\neg q)$

Escolhemos o literal $l = \neg q$:
Consideramos $\neg q = V$, eliminamos a primeira e a última cláusula

$$DPLL(\alpha(\neg q)) \colon (p \vee r) \wedge (\neg r \vee \neg p)$$

Escolhemos o literal $l = \neg p$:
Consideramos $\neg p = V$, eliminamos a última cláusula e o complementar da primeira cláusula e obtemos

$$DPLL(\alpha) \colon r$$

O algoritmo descobriu um modelo para a fórmula:

- $I[q] \ = F$, iniciamos com a cláusula unitária $\neg q$
- $I[p] \ = F$, escolhemos o literal $\neg p$
- $I[r] \ = \ V$, a cláusula que restou.

A fórmula é satisfazível.

Exemplo:
Seja a fórmula $\alpha : (\neg p \ \vee \ q) \ \wedge \ (\neg q \ \vee \ p) \ \wedge \ (p \ \vee \ q) \ \wedge \ (\neg p \ \vee \ \neg q)$

Escolhemos o literal $l = p$:
Consideramos $p = V$, eliminamos a segunda e a terceira cláusula e o literal complementar na primeira e na última cláusula e obtemos a cláusula vazia:

$$\alpha(p) \colon (\ q) \wedge (\neg\ q) = \{\ \}$$

Ocorre a chamada recursiva para tentar achar outra solução
Escolhemos o literal $l = q$:
Consideramos $q = V$, eliminamos a primeira e a terceira cláusula e o literal complementar na segunda e na última cláusula, e obtemos a cláusula vazia:

$$\alpha(q): (p) \wedge (\neg\, p) = \{\,\}$$

A fórmula é insatisfazível.

Exemplo:
Seja a fórmula $\alpha : (\neg p \vee q \vee r) \wedge (p \vee r \vee s) \wedge (p \vee q \vee \neg s) \wedge (p \vee \neg q \vee s) \wedge (p \vee \neg q \vee \neg s) \wedge (\neg q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee r)$

$(\neg p \vee q \vee r)$	
$(p \vee r \vee s)$	$(r \vee s)$
$(p \vee q \vee \neg s)$	$(q \vee \neg s)$
$(p \vee \neg q \vee s)$	$(\neg q \vee s)$
$(p \vee \neg q \vee \neg s)$	$(\neg q \vee \neg s)$
$(\neg q \vee \neg r)$	$(\neg q \vee \neg r)$
$(\neg p \vee q \vee \neg r)$	
$(\neg p \vee \neg q \vee r)$	

Escolhemos o literal $l = \neg p$:

Eliminar cláusulas que contenham o literal e o literal complementar nas cláusulas que o contenham.

$(r \vee s)$	$(r \vee s)$
$(q \vee \neg s)$	
$(\neg q \vee s)$	(s)
$(\neg q \vee \neg s)$	$(\neg s)$
$(\neg q \vee \neg r)$	$(\neg r)$

Escolhemos o literal $l = q$
Eliminar cláusulas que contenham o literal e o literal complementar nas cláusulas que o contenham.
Encontramos a cláusula vazia

$$(s) \wedge (\neg\, s) = \{\,\}$$

$(r \vee s)$	$(r \vee s)$
$(q \vee \neg s)$	$(\neg s)$
$(\neg q \vee s)$	
$(\neg q \vee \neg s)$	
$(\neg q \vee \neg r)$	

Retorna ao passo anterior, escolhemos $l = \neg q$.
Eliminar cláusulas que contenham o literal e o literal complementar nas cláusulas que o contenham.

$(r \vee s)$	(r)
$(\neg s)$	

Escolhemos o literal $l = \neg s$
Eliminar cláusulas que contenham o literal e o literal complementar nas cláusulas que o contenham.
Obtemos uma cláusula unitária, então supõe-se que o literal da cláusula unitária é verdadeiro.

$$DPLL(\alpha) = r$$

O algoritmo descobriu um modelo para a fórmula:

- $I[p] = F$, iniciamos com $\neg p$
- $I[q] = F$, escolhemos o literal $\neg q$
- $I[s] = F$, escolhemos o literal $\neg s$
- $I[r] = V$, a cláusula que restou.

A fórmula é satisfazível.

Perguntas:

1. Determine usando o algoritmo DPLL se a fórmula a seguir é satisfazível

$$(p1) \wedge (\neg p1 \vee \neg p2) \wedge (p1 \vee q1) \wedge (p1 \vee r) \wedge (\neg p1 \vee \neg q1 \vee r) \wedge (\neg p2 \vee \neg r) \wedge (p2 \vee \neg q1 \vee q2) \wedge (q1 \vee q3)$$

2. Qual é importância de uma fórmula ter literais puros em termos de tempo de processamento do algoritmo DPLL?
3. A forma de escolha do literal influencia na eficiência do algoritmo DPLL?