

## Segunda lista de exercícios da disciplina de Finanças Quantitativas e Gerenciamento de Risco

Nome: Cristiano Martins Monteiro

Matrícula: 2019707211

Os códigos estão zipados junto a este arquivo.

Não vou continuar submetendo o código publicamente ao Github como fiz na Lista 1 porque começaram a fazer clone do repositório e pode ter sido algum outro aluno fazendo plágio que por acaso encontrou o código.

*Questão 1. Vamos buscar pares cointegrados, candidatos a uma estratégia de pairs trading (arbitragem estatística). O teste de Engle-Granger é uma forma de encontrar estes pares. Dadas duas séries temporais  $X$  e  $Y$ , os passos são os seguintes:*

*1. Verifique que ambas as séries são  $I(1)$ .*

*2. Encontre os coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$  da regressão linear:*

$$Y = \alpha + \beta X + \varepsilon$$

*3. Calcule a série temporal de resíduos  $\varepsilon$  e verifique se ela é  $I(0)$ . Caso sim, as séries são cointegradas.*

*Utilize as séries de preços diários entre o primeiro dia de 2018 e o primeiro dia de 2020. Encontre 3 pares cointegrados com o ativo PETR3 e indique a equação de regressão nestes casos. Plote também os gráficos dos resíduos, incluindo uma linha horizontal com a média dos mesmos. Através de inspeção visual dos mesmos, você acha que uma estratégia de pairs trading nestes pares neste período teria trazido lucro?*

Após comparação de p-valor no grupo da disciplina no Telegram, foi identificado que erros numéricos surgem ao aplicar o teste de Engle-Granger utilizando funções específicas para cada etapa. A fim de evitar falsos positivos, neste exercício dois ativos só são considerados cointegrados se passarem no teste de Engle-Granger implementado passo a passo, e se também passarem no teste da função “statsmodels.tsa.stattools.coint”, ambos com p-valor menor que 0.05.

Os três pares cointegrados com o ativo PETR3, de acordo com a implementação passo a passo e a função “statsmodels.tsa.stattools.coint” selecionados foram BBAS3, BBDC4 e CMIG4. Os valores apresentados nesta resposta são referentes à análise passo a passo, principalmente por que a função “statsmodels.tsa.stattools.coint” funciona como uma caixa-preta.

Primeiramente foi testado se a série de preços do PETR3 é  $I(1)$ . Após calcular a diferença entre dias, o teste de estacionariedade Augmented Dickey-Fuller retornou p-valor  $\approx 0,000$ . Este resultado indica que a série de preços do PETR3 é  $I(1)$ . Após isso, foi verificado se BBAS3, BBDC4 e CMIG4 são  $I(1)$  e se seus resíduos com PETR3 são estacionários. A análise para cada ativo é apresentada a seguir. O gráfico dos resíduos, bem como a avaliação visual se uma estratégia de *pairs trading* traria lucro é apresentada logo após cada análise.

- **BBAS3**

O teste de estacionariedade para a série de preços do BBAS3, após calcular a diferença entre dias, retornou p-valor  $\approx 0,000$ . Isso indica que a série de preços do BBAS3 também é  $I(1)$ .

Os coeficientes encontrados pela regressão linear foram  $\alpha = -2,869$  e  $\beta = 1,650$ . O teste de estacionariedade foi aplicado na série temporal de resíduos sem calcular previamente a diferença entre os preços diários. O p-valor obtido foi  $\approx 0,032$ , indicando

que a série de resíduos é  $I(0)$ . Como as séries de preço PETR3 e BBAS3 são  $I(1)$  e a série de resíduos é  $I(0)$ , PETR3 e BBAS3 são cointegradas.

A Figura 1 apresenta os resíduos entre PETR3 e BBAS3 com uma linha vermelha indicando a média. Analisando os resíduos, é possível que uma estratégia de *pairs trading* teria trazido lucros se o intervalo para trading fosse conservador, por exemplo, com o resíduo entre -5 e 5. Valores além deste intervalo poderiam ter causado prejuízos altos, principalmente no momento em que o resíduo chegou a ser menor que -15 e não voltou a variar novamente nem 10 “pontos” no resíduo para o período avaliado.

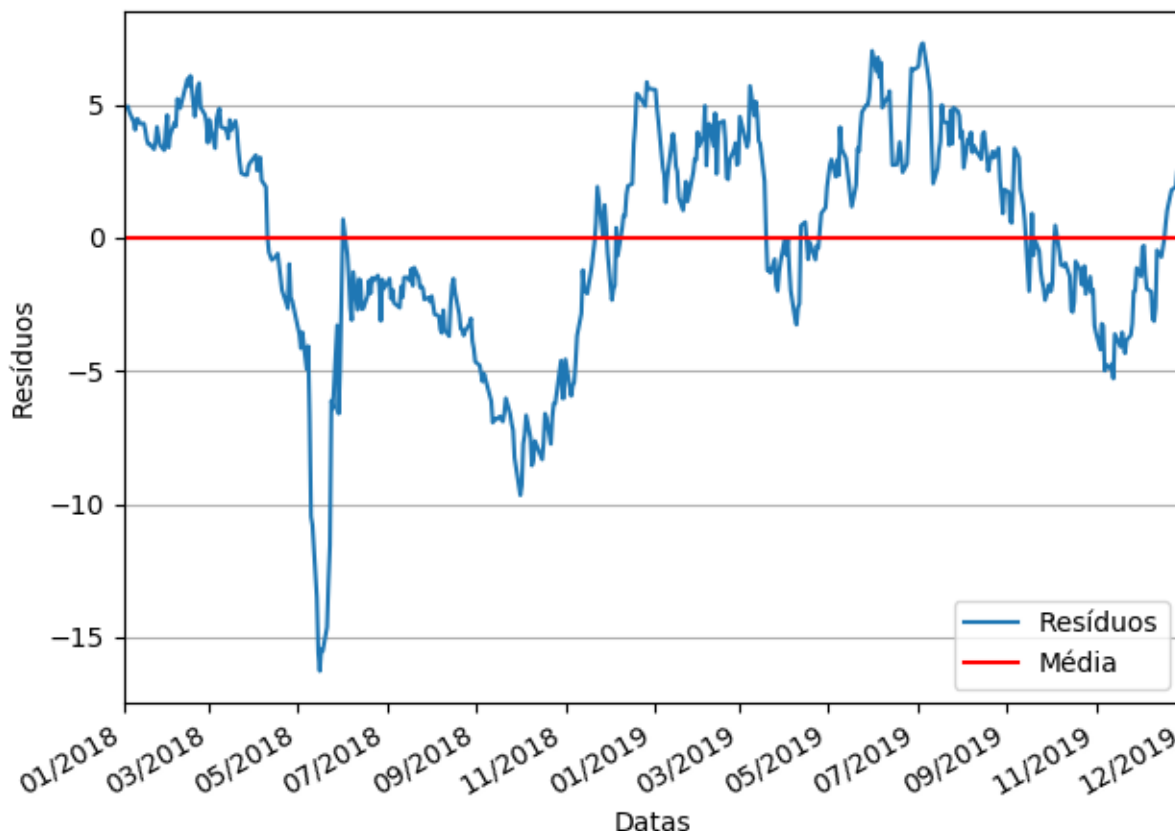


Figura 1 – Resíduos entre PETR3 e BBAS3

- **BBDC4**

O teste de estacionariedade para a série de preços do BBDC4, após calcular a diferença entre dias, retornou p-valor  $\approx 0,000$ . Isso indica que a série de preços do BBDC4 também é  $I(1)$ .

Os coeficientes encontrados pela regressão linear foram  $\alpha = 3,567$  e  $\beta = 0,880$ . O teste de estacionariedade foi aplicado na série temporal de resíduos sem calcular previamente a diferença entre os preços diários. O p-valor obtido foi  $\approx 0,030$ , indicando que a série de resíduos é  $I(0)$ . Como as séries de preço PETR3 e BBDC4 são  $I(1)$  e a série de resíduos é  $I(0)$ , PETR3 e BBDC4 são cointegradas.

A Figura 2 apresenta a série de resíduos entre PETR3 e BBDC4. A variação dos resíduos entre PETR3 e BBDC4 teve uma amplitude menor (resíduos contidos entre -8 e 5) que a amplitude da variação dos resíduos entre PETR3 e BBAS3 (que variou entre -15 e 5). Independentemente da amplitude da variação, os gráficos dos resíduos apresentaram forma similares, trazendo indícios visuais de que há certa correlação entre os três ativos. Uma abordagem de *pairs trading* poderia ser lucrativa entre PETR3 e BBDC4 principalmente se ocorrer entre limites conservadores dos resíduos, como -2 e 2, evitando variações muito intensas como as que ocorreram em maio de 2018.

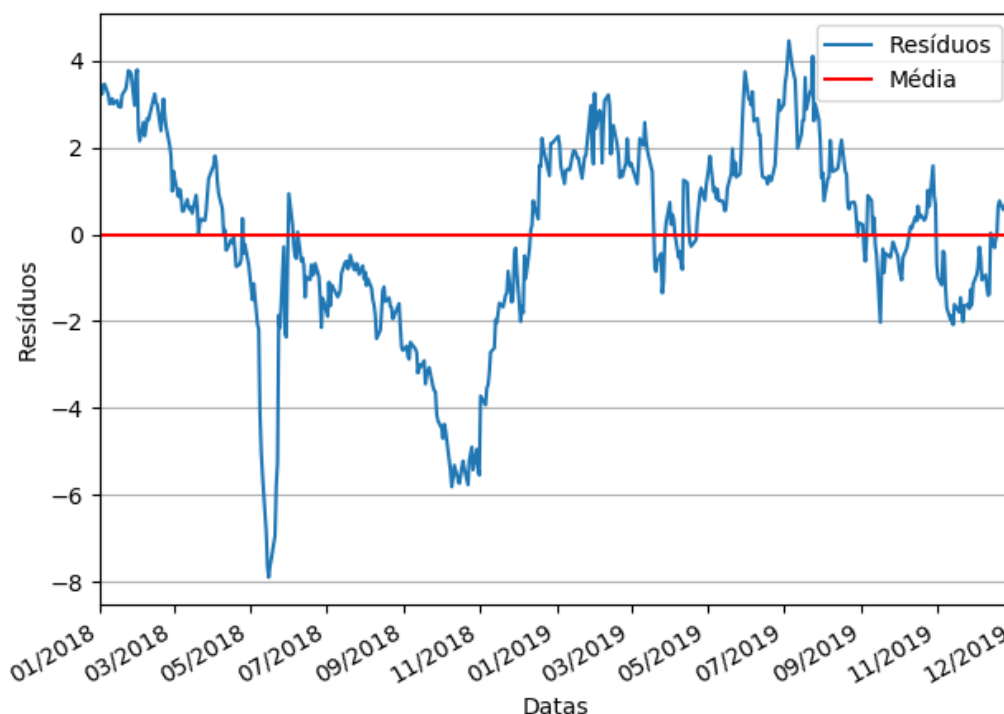


Figura 2 – Resíduos entre PETR3 e BBDC4

- **CMIG4**

O teste de estacionariedade para a série de preços do CMIG4, após calcular a diferença entre dias, retornou p-valor  $\approx 0,000$ . Isso indica que a série de preços do CMIG4 também é  $I(1)$ .

Os coeficientes encontrados pela regressão linear foram  $\alpha = -5,282$  e  $\beta = 0,592$ . O teste de estacionariedade foi aplicado na série temporal de resíduos sem calcular previamente a diferença entre os preços diários. O p-valor obtido foi  $\approx 0,013$ , indicando que a série de resíduos é  $I(0)$ . Como as séries de preço PETR3 e CMIG4 são  $I(1)$  e a série de resíduos é  $I(0)$ , PETR3 e CMIG4 são cointegradas.

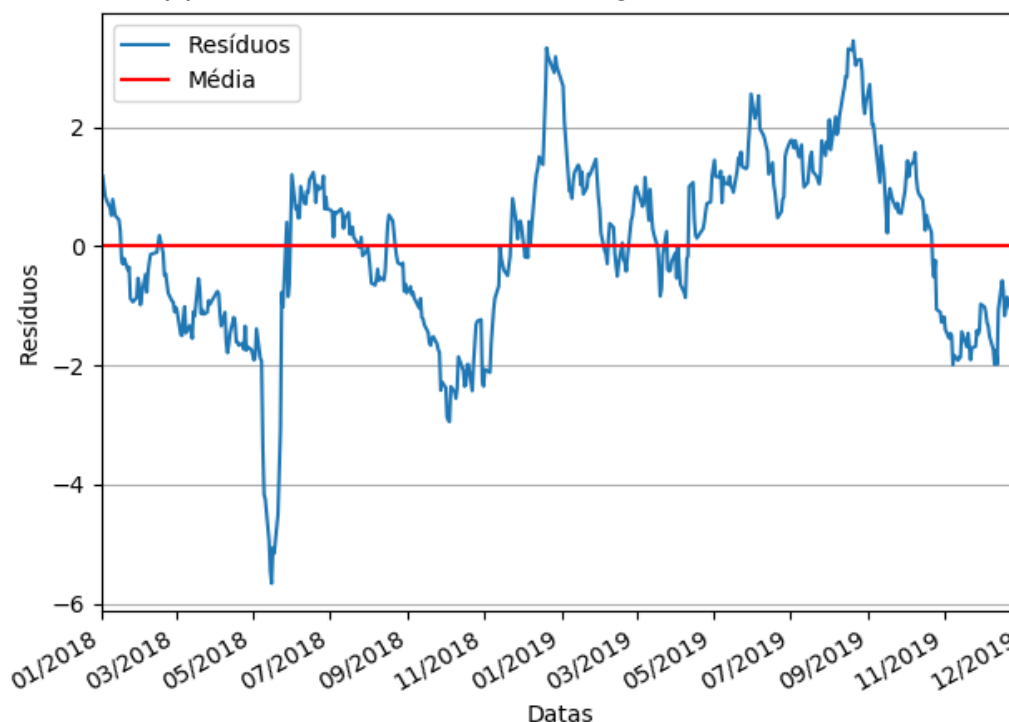
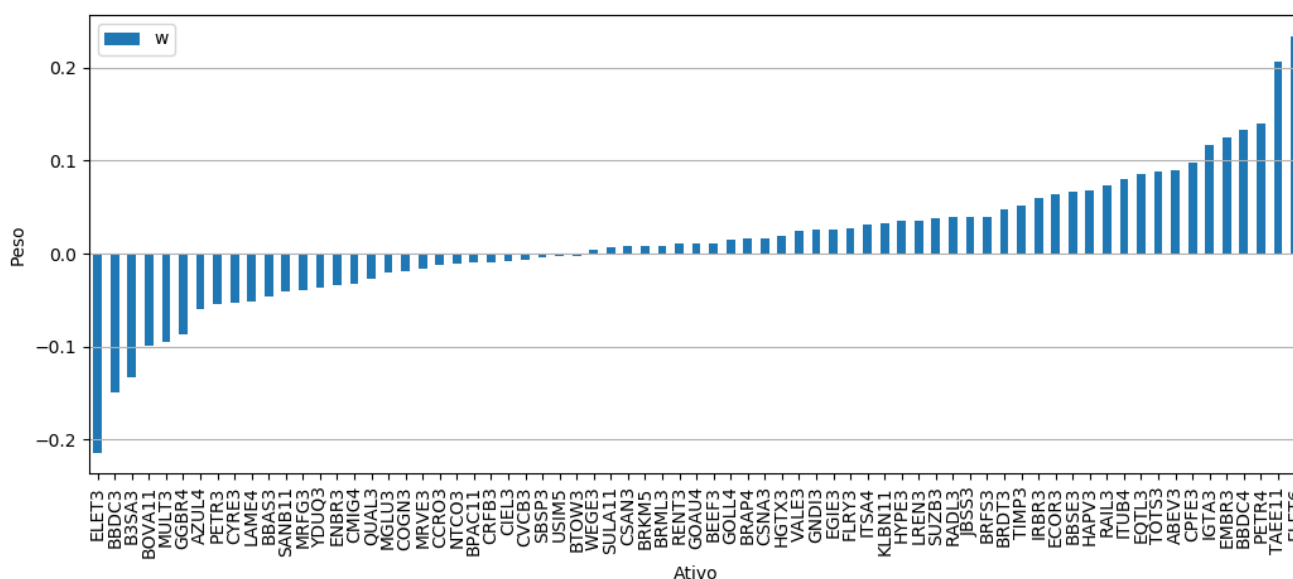


Figura 3 – Resíduos entre PETR3 e CMIG4

A Figura 3 apresenta o gráfico dos resíduos entre PETR3 e CMIG4. Estes resíduos foram os de menor amplitude de variação, entre -6 e 4, dentre os ativos analisados. Alguns padrões se repetiram, como a queda acentuada dos resíduos em maio de 2018. Uma abordagem de *pairs trading* poderia trazer lucros principalmente entre limites de -2 e 2.

(a) O portfólio de variância mínima global  $P1$ . Calcule  $\mu$  e  $\sigma$ , e plote um gráfico de barras com os pesos de todos os ativos  $i$  onde  $w_i \geq 0,0001$  ou  $w_i \leq -0,0001$ .



(b) O portfólio de variância mínima global, sem shorting, P2. Calcule  $\mu$  e  $\sigma$ , e plote um gráfico de barras com os pesos de todos os ativos  $i$  onde  $w_i \geq 0,0001$ .

(c) O portfolio eficiente sem shorting e com retorno esperado mínimo 0.3%, P3. Novamente, calcule  $\mu$  e  $\sigma$  e plote um gráfico de barras com os pesos de todos os ativos  $i$  onde  $w_i \geq 0,0001$ .

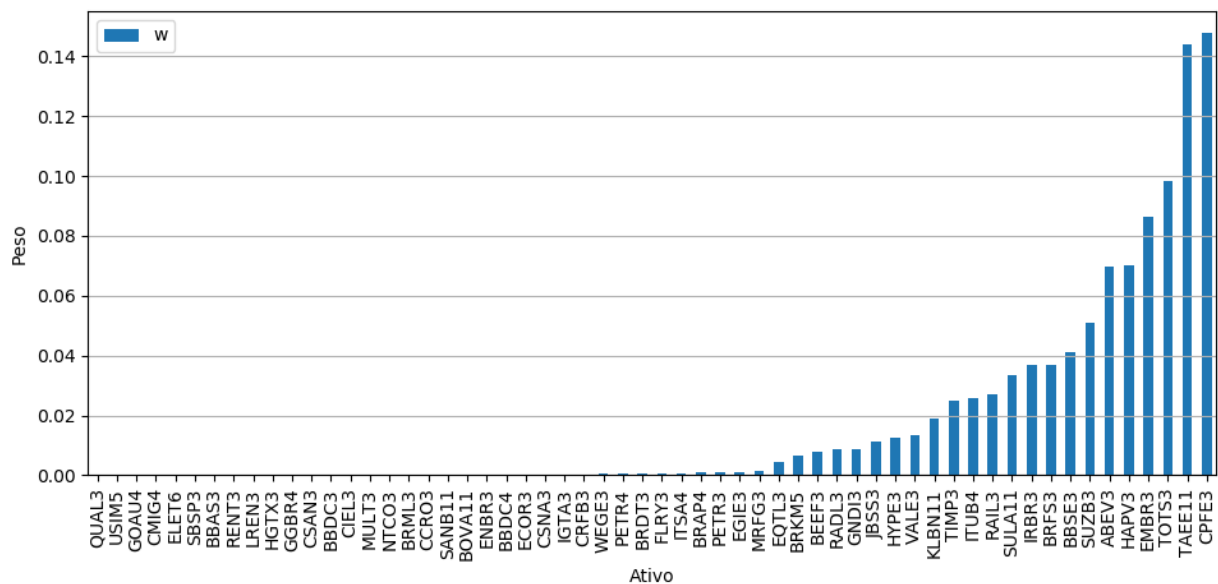


Figura 5 – Pesos do Portfólio de Variância Mínima Global sem *Shorting*

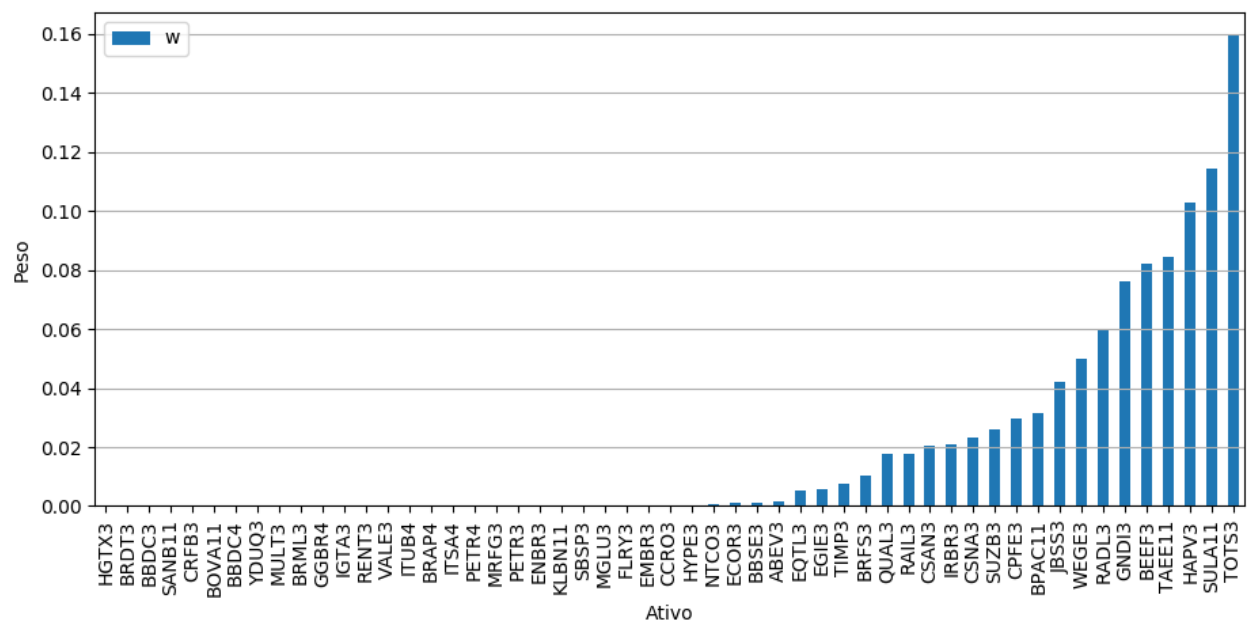


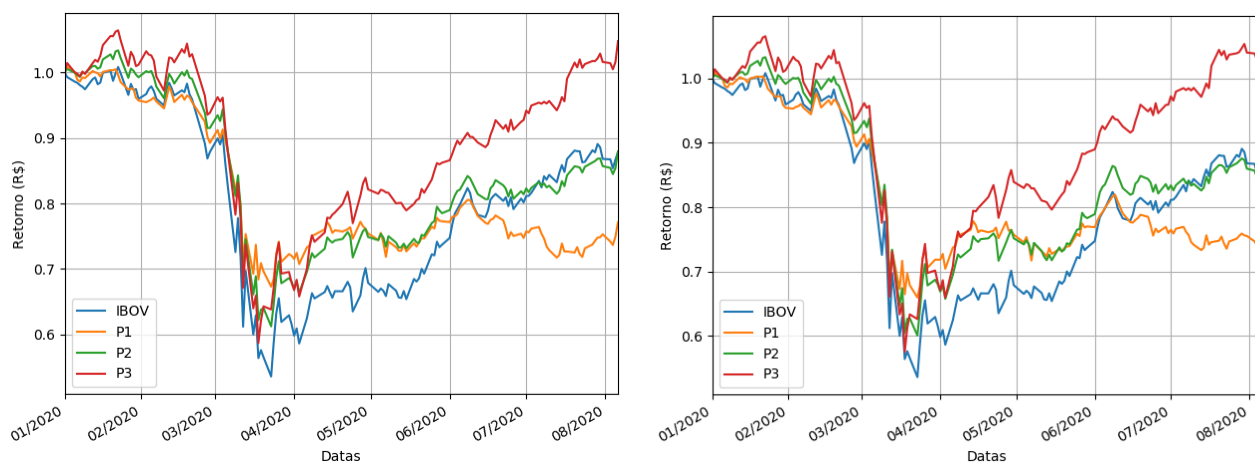
Figura 6 – Portfólio de Variância Mínima Global s/ *Shorting* e com retorno mín. de 0.3%

(d) Calcule as séries *out-of-sample* dos três portfolios assumindo um investimento inicial de R\$1. Plote um gráfico comparativo com a performance dos mesmos no período *out-of-sample*. Inclua também a série do índice iBov - normalize o iBov para começar de 1.

As séries foram calculadas no período *out-of-sample* considerando o cenário pedido no enunciado da questão 2: com rebalanceamento diário e sem recálculo de estratégia, e utilizando Buy and Hold. A Figura 7 apresenta os dois gráficos. As estratégias geraram padrões semelhantes, porém, os portfólios avaliados e o índice iBov tiveram performances diferentes principalmente a partir de abril de 2020.

Dentre as estratégias e portfólios avaliados, o de melhor performance foi P3 (sem *shorting* e com retorno mínimo de 0.3%) com rebalanceamento diário e sem recálculo de estratégia. Uma possível explicação para esse portfólio ter obtido melhor performance está na maior procura por ações baratas (após a queda de março) que geraram maior retorno no ano anterior (dados *in-sample*). O rebalanceamento diário contribuiu para o

padrão de comprar mais ações com retorno esperado maior após queda dos preços. As maiores diferenças entre os dois gráficos da Figura 7 podem ser notadas a partir de junho de 2020. O portfólio com pior retorno médio foi o P1. O P2 teve retorno similar ao IBOV com exceção do período entre metade de março e começo de junho, em que P2 variou menos e teve rendimento melhor que o IBOV.



a) Buy And Hold

b) Rebalanceamento Diário

Figura 7 – Comparação entre Portfólios e Estratégias de Investimento

*(e) Calcule o retorno médio e o desvio padrão diários das séries out-of-sample para cada portfólio. Estes valores estão condizentes com os valores calculados in-sample?*

Em relação à estratégia Buy and Hold, a média dos retornos para o P1 foi -0,00151 (menor que in-sample e inclusive negativo) e o desvio-padrão foi 0,02143 (maior que in-sample). Assim como o P1, o P2 também piorou no out-of-sample: teve média dos retornos de -0,00050 e desvio-padrão de 0,02658. O P3 conseguiu um retorno médio positivo de 0,00080, porém ainda menor que o in-sample e também teve um desvio-padrão maior: 0,03082.

A estratégia com rebalanceamento foi levemente melhor para os três portfólios. P1 teve Média dos retornos de -0,00150 e desvio-padrão de 0,02277, P2 teve média dos retornos de -0,00047 e desvio-padrão de 0,02832, e P3 teve média dos retornos de 0,00099 e desvio-padrão 0,03220.

**Questão 3.** No problema acima, suponha que você quisesse adicionar novas restrições:

(a) Nenhum ativo pode ter peso maior que 10% ou menor que -10%.

(b) Seja  $W \subset N$  o conjunto de ativos que fazem parte do setor de tecnologia. Você quer que seu portfólio tenha no máximo 30% em ações deste setor.

Escreva as restrições adicionais que você incluiria no seu modelo para garantir estas condições. Não é necessário resolver o modelo acima com estas restrições adicionais.

a) Para que nenhum ativo tenha seu peso maior que 10% ou menor que -10% são necessários dois conjuntos de restrições, aplicados para todas as ações:

$$w_i \leq 0,1 \forall i \in N$$

$$w_i \geq -0,1 \forall i \in N$$

b) Para que o conjunto de ações de tecnologia não ultrapasse 30% do total investido:

$$\sum_{i=1}^W w_i \leq 0,3$$