STRUCTURI ALGEBRICE ÎN INFORMATICĂ

Seminar 1
01.10.2019

Mulțimi

$\in \rightarrow$ element
$= \rightarrow$ mulțime

<u>Axioma extinderii</u>: 2 mulțimi sunt egale $\Leftrightarrow$ conțin aceleași elemente

$A \subset B \Rightarrow (\forall) x \in A \rightarrow x \in B$
$A \subset A, (\forall) A$ (reflexivitate)

<u>Axioma specificării</u> Fie A o mulțime și $P(x)$ o propoziție (x este o variabilă liberă) $\rightarrow \exists$ o mulțime B a.î.

$b \in B \Leftrightarrow b \in A$ și $P(b)$ este adevărată

<u>Exemplu (Paradoxul lui RUSSEL)</u>

Fie A o mulțime oarecare
$P(x): x \notin x$
A.S. oferă mulțimea $B = \{x \in A \mid x \notin x\}$
<u>Întrebare</u>: $B \in A$?
Presupunem prin R.A. că $B \in A$. Avem 2 posibilități:

$$\left.\begin{array}{l} \text{I. } B \in B \Rightarrow B \notin B \text{ contradicție} \\ \text{II. } \left.\begin{array}{l} B \notin B \\ B \in A \end{array}\right\} \Rightarrow B \in B \text{ contradicție} \end{array}\right\} \Rightarrow \text{Pres. făcută este falsă} \rightarrow B \notin A$$

<u>Axioma cuplării</u>: $P(x): (x = a) \vee (x = b) \overset{A.S.}{\Longrightarrow} B = \{x \in A \mid x = a \text{ sau } x = b\}$

(cuplul neordonat format din a și b)

$$\left.\begin{array}{l} B = \{a, b\} \\ \text{Dacă } a = b \end{array}\right\} \Rightarrow B = \{a, a\} = \{a\}$$

Fie A o mulţime $\Big|\overset{A.S}{\Rightarrow} B = \{x \in A \mid x \neq x\}$
Fie şi $P(x): x \neq x$

$x \neq x$ e un fals universal $\Big\} \Rightarrow B$ nu conţine elemente

B se notează cu $\emptyset$ (mulţimea vidă)

$(\forall)$ A o mulţime $\Rightarrow \emptyset \subseteq A$

$0 \overset{def}{=} \emptyset$

$1 \overset{def}{=} \{\emptyset\}$

$2 \overset{def}{=} \{\emptyset, \{\emptyset\}\} = \{0, 1\}$

$\vdots$