

# Taller de geometría. Prácticas de ordenador

1.— Comprobar que no existe recta (geodésica) de Euler en el modelo del disco de Poincaré del plano hiperbólico.

2.— Construir, utilizando regla y compás, una herramienta que calcule el punto medio de un segmento (Proposición 10 de los Elementos de Euclides). Construir otra herramienta que divida un segmento en tres partes iguales.

3.— Construir, utilizando regla y compás, una herramienta que calcule una geodésica perpendicular a una geodésica dada por un punto de dicha geodésica (Proposición 11 de los Elementos de Euclides).

4.— Construir, utilizando regla y compás, una herramienta que calcule una geodésica perpendicular a una geodésica dada por un punto exterior a dicha geodésica (Proposición 12 de los Elementos de Euclides).

5.— Consideramos una geodésica  $L$ , y un punto  $P$  exterior. Se calculan la perpendicular  $L'$  a  $L$  que pasa por  $P$ , y la perpendicular  $L''$  a  $L'$  que pasa por  $P$ . Sea  $Q$  el punto de intersección de  $L$  y  $L'$ , y sea  $R$  un punto en  $L$  distinto de  $Q$ . Se traza por  $R$  la perpendicular a  $L''$  y se interseca con la circunferencia de centro  $P$  y radio  $d(Q, R)$ . De los dos puntos obtenidos, sea  $T$  el más próximo a  $L$ . Entonces la geodésica que pasa por  $P$  y  $T$  es una de las geodésicas límite a  $L$  que pasa por  $P$ . Construir una herramienta que realice esta construcción partiendo de la geodésica  $L$  (determinada por dos puntos) y el punto  $P$  exterior a dicha geodésica. Comprobar que se verifica la fórmula de Lobachevsky-Bolyai para dicha configuración geométrica:

$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = e^{-d(P,L)},$$

donde  $\alpha$  es el ángulo  $\angle QPT$ .

