



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ - UFC
CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO
PROJETO DE MÉTODOS NUMÉRICOS I

TEMA (2): Encontrar valor de π

EQUIPE: π kachu



Equipe

- * Caio Viktor
- * Cristiano Melo
- * Lucas Falcão
- * Geraldo Braz
- * Matheus Mayron

Objetivo

- * **Encontrar e analisar aproximações de π pelos métodos:**
 - Posição falsa;
 - Newton-Raphson;
 - Secante.

Ferramentas de desenvolvimento

C++



Função

- * $f(x) = \cos(x) + (1 - a)$

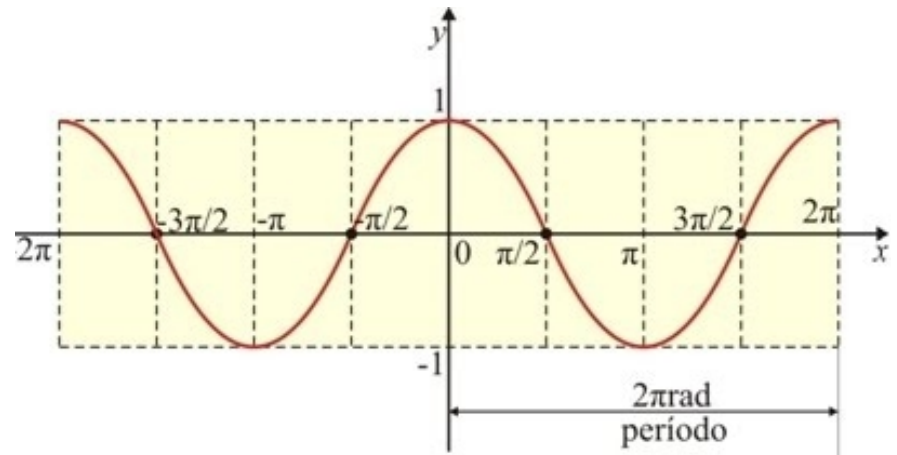
- * Sabemos que é a raiz:

$$\cos() + (1 - a) = 0$$

$$\cos() = -(1 - a)$$

- * Visto que $\cos() = -1$, então:

$$-1 = -1 + a, \text{ portanto, } a = 0$$



Métodos

* Posição falsa:

```

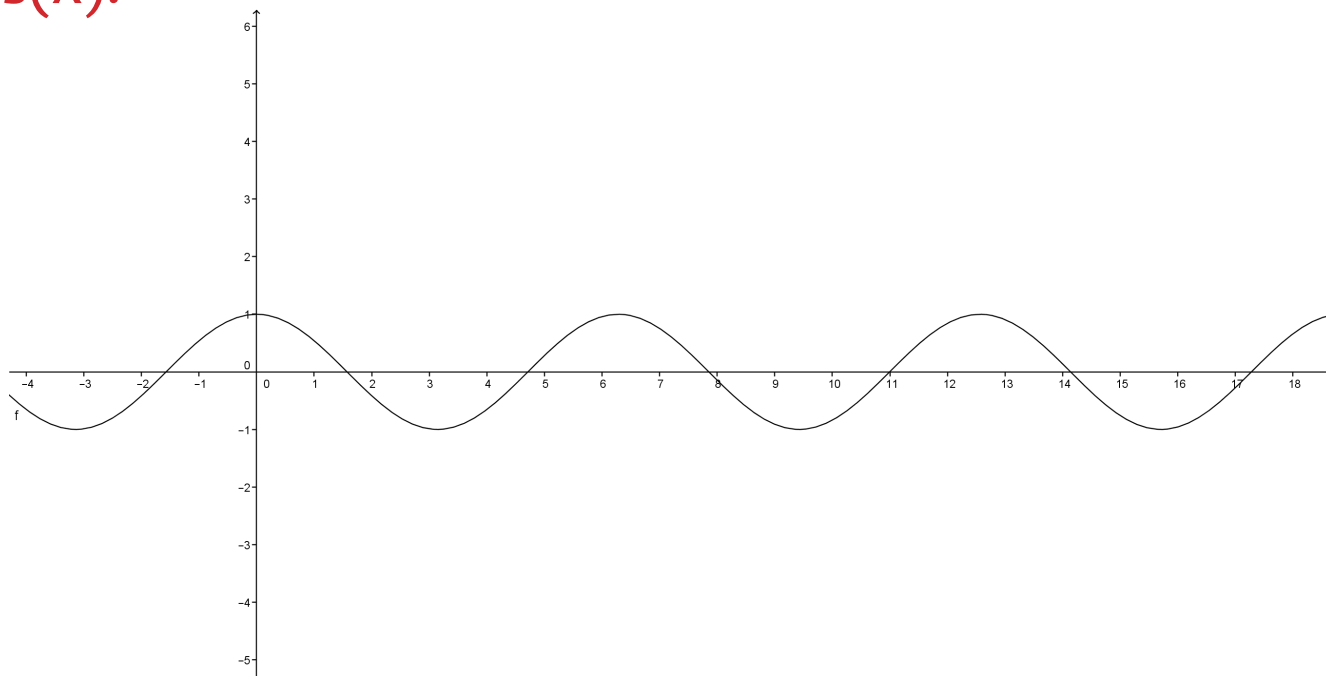
:
:
repita
   $x \leftarrow (aF_b - bF_a)/(F_b - F_a)$ ;  $F_x \leftarrow f(x)$ 
  escreva k, a,  $F_a$ , b,  $F_b$ , x,  $F_x$ , intervX
  se  $\text{abs}(f(x)) < \varepsilon_2$  ou  $k \geq \text{iterMax}$  então raiz  $\leftarrow x$ ;
Fim.
  se  $F_a * F_x > 0$  então a  $\leftarrow x$ ;  $F_a \leftarrow F_x$ 
  senão b  $\leftarrow x$ ;  $F_b \leftarrow F_x$ 
  intervX  $\leftarrow \text{abs}(b-a)$ 
  se  $\text{intervX} \leq \varepsilon_1$  então
    raiz  $\leftarrow \text{escolha}(a,b)$ ; Fim.
  fim se
  k  $\leftarrow k+1$ 
fim repita
fim algoritmo
```

```

104 if( Fa * Fb < 0 ){
105
106     range = fabs( b - a ); // Computing range
107     k = 0;
108
109     do{
110
111         x = b - Fb*(b - a)/(Fb - Fa);
112         Fx = this->Function(x);
113         if( Fa * Fx > 0 ){
114             a = x;
115             Fa = Fx;
116         }else{
117             b = x;
118             Fb = Fx;
119         }
120         range = fabs( b - a );
121         k++;
122
123     }while( fabs( Fx ) > error && k <= maxIter );
124
125 }else{
126
127     cout << "There is no root in this range" << endl;
128
129 }
```

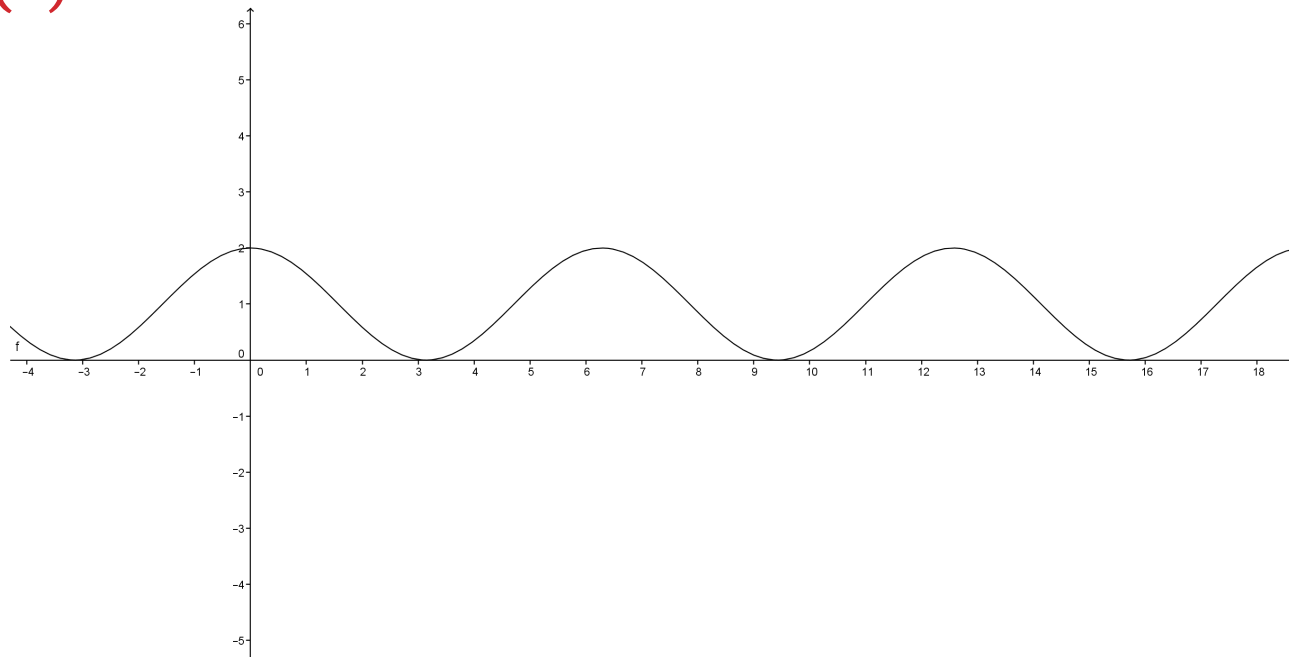
Estudo de caso: qual melhor valor de “a” na função para posição falsa?

- * Veja a função $\cos(x) + (1 - a)$, para $a = 1$:
- * $\cos(x)$:



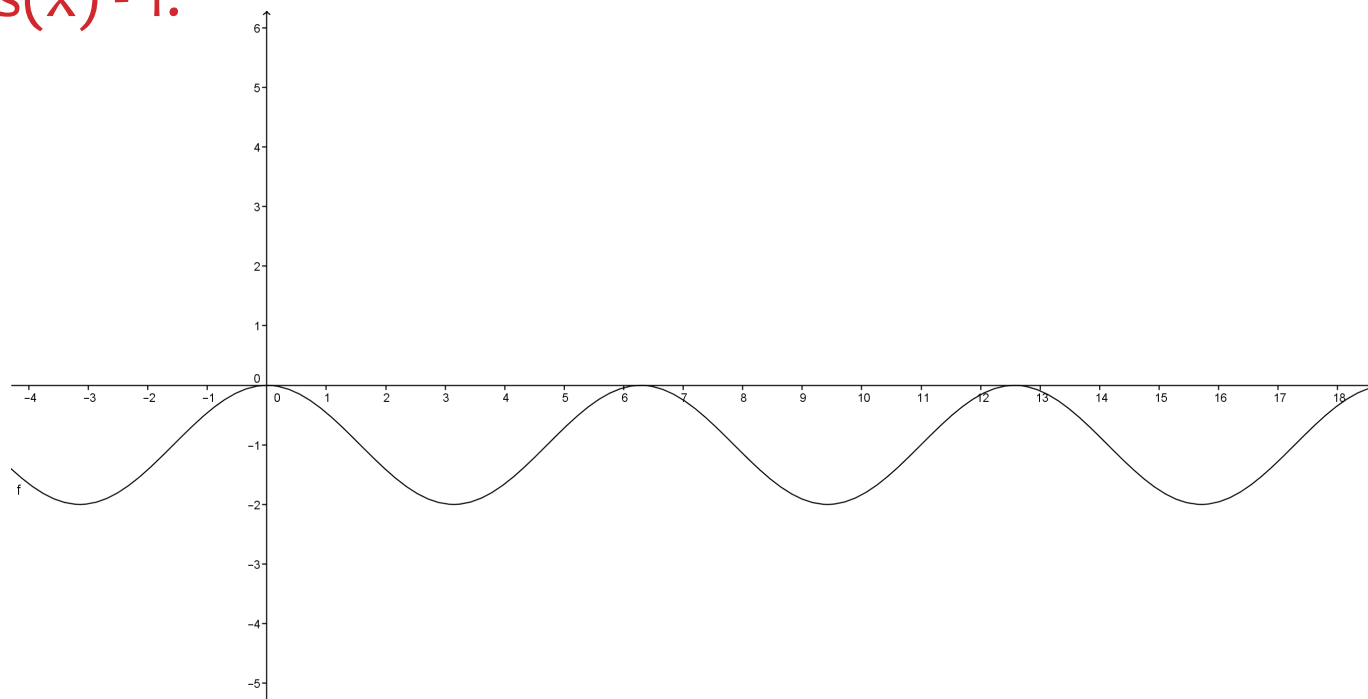
Estudo de caso: qual melhor valor de “a” na função para posição falsa?

- * Veja a função $\cos(x) + (1 - a)$, para $a = 0$:
- * $\cos(x) + 1$:



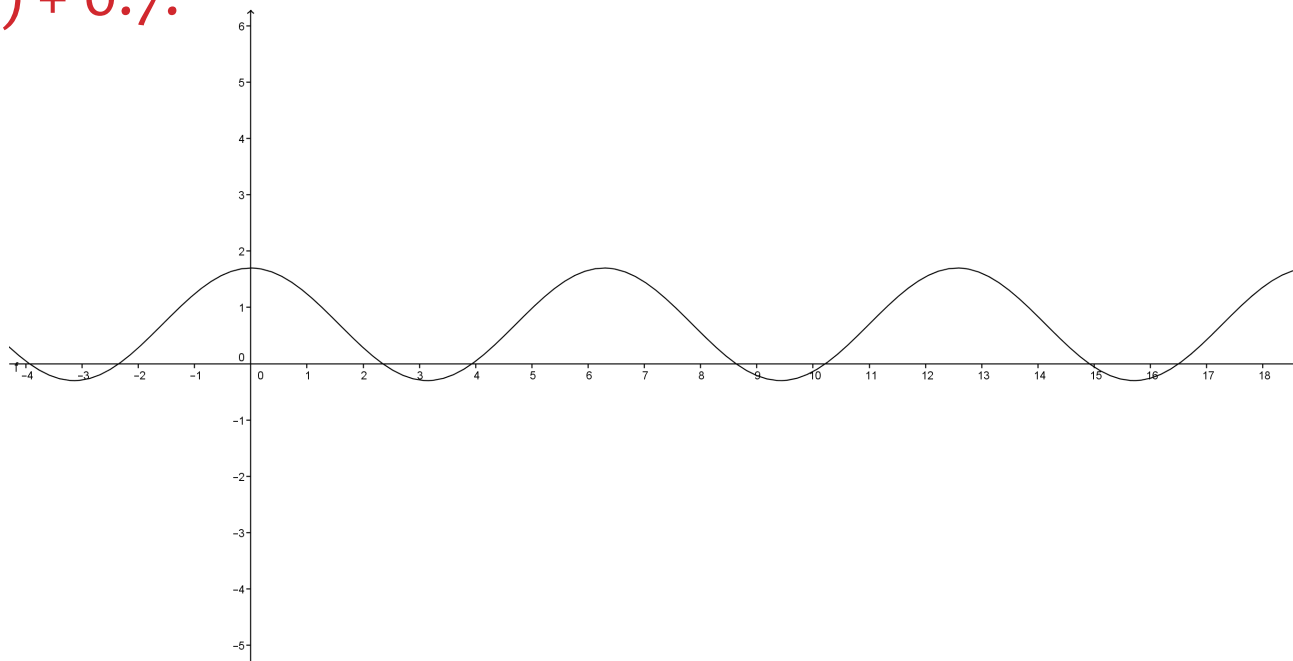
Estudo de caso: qual melhor valor de “a” na função para posição falsa?

- * Veja a função $\cos(x) + (1 - a)$, para $a = 2$:
- * $\cos(x) - 1$:



Estudo de caso: qual melhor valor de “a” na função para posição falsa?

- * Veja a função $\cos(x) + (1 - a)$, para $a = 0.3$:
- * $\cos(x) + 0.7$:



Métodos

* Newton-Raphson:

Algoritmo: Newton-Raphson

Entrada: x_0 , ϵ_1 , ϵ_2 , iterMax

Saída: raiz

```
se  $\text{abs}(f(x_0)) < \epsilon_1$  então raiz  $\leftarrow x_0$ ; Fim.  
k  $\leftarrow 1$   
repita  
   $x_1 \leftarrow x_0 - f(x_0)/f'(x_0)$   
  escreva k,  $x_1$ ,  $f(x_1)$   
  se  $\text{abs}(f(x_1)) < \epsilon_1$  ou  $\text{abs}(x_1 - x_0) < \epsilon_2$  ou  $k \geq \text{iterMax}$  então  
    raiz  $\leftarrow x_1$ ; Fim.  
  fim se  
   $x_0 \leftarrow x_1$   
  k  $\leftarrow k + 1$   
fim repita  
fim algoritmo
```

```
17 void GenericMethod::loop() {  
18     operacoesAntesDoLoop();  
19     do{  
20         calcularAproximacaoSeguinte();  
21         salvarEmLista();  
22     }while(!testeParadaErro1() && !testeParadaErro2() && (iterationsNumber < maxIteration));  
23     operacoesAposLoop();  
24     this->value = this->getAproximacaoAtualDaRaiz();  
25 }
```

Métodos

* Secante:

Algoritmo: Secante

Entrada: x_0 , x_1 , ϵ_1 , ϵ_2 , iterMax

Saída: raiz

```
se  $\text{abs}(f(x_0)) < \epsilon_1$  então raiz  $\leftarrow x_0$ ; Fim.  
se  $\text{abs}(f(x_1)) < \epsilon_1$  ou  $\text{abs}(x_1 - x_0) < \epsilon_2$  então raiz  $\leftarrow x_1$ ; Fim.  
 $k \leftarrow 1$   
repita  
   $x_2 \leftarrow x_1 - f(x_1)/(f(x_1) - f(x_0)) * (x_1 - x_0)$   
  escreva  $k$ ,  $x_2$ ,  $f(x_2)$   
  se  $\text{abs}(f(x_2)) < \epsilon_1$  ou  $\text{abs}(x_2 - x_1) < \epsilon_2$  ou  $k \geq \text{iterMax}$  então  
    raiz  $\leftarrow x_2$ ; Fim.  
  fim se  
   $x_0 \leftarrow x_1$   
   $x_1 \leftarrow x_2$   
   $k \leftarrow k + 1$   
fim repita  
fim algoritmo
```

```
17 void GenericMethod::loop() {  
18     operacoesAntesDoLoop();  
19     do{  
20         calcularAproximacaoSeguinte();  
21         salvarEmLista();  
22     }while(!testeParadaErro1() && !testeParadaErro2() && (iterationsNumber < maxIteration));  
23     operacoesAposLoop();  
24     this->value = this->getAproximacaoAtualDaRaiz();  
25 }
```

Critério de parada

```
33 bool GenericMethod::testeParadaErro1() {  
34     if(this->useTest1)  
35         return (abs(function(getAproximacaoSeguinteDaRaiz())) < getErro1());  
36     else  
37         return false;  
38 }  
39  
40 bool GenericMethod::testeParadaErro2() {  
41  
42     return (abs(getAproximacaoSeguinteDaRaiz() - getAproximacaoAtualDaRaiz()) < getErro2());  
43 }
```

Pessoal, é importante observar que os critérios de paradas são os mesmos para o método da secante e do Newton-Raphson, pois ambos são derivados do ponto fixo.



Interface

PIEncontrei

Configurações Posição Falsa Newton-Raphson Secante Comparativo

Erro 1: 0,0000001000 Erro 2: 0,0000001000 Quantidade de A: 1

	Valor
1	0

Intervalo: 0,00 Fim: 1,00 ☐ Gerar Automaticamente

Salvar

Interface

Interface of the **PiEncontrei** application.

Configurações | Posição Falsa | Newton-Raphson | Secante | Comparativo

Valor de A: 0.25

	Valor de Pi	F(Pi)	Xa	F(Xa)	Xb	F(Xb)	Erro Absoluto
1	3.713522518	-0.0908579...	3.713522518	-0.0908579...	4	0.0963563...	0.286477
2	3.852554412	-0.0077346...	3.852554412	-0.0077346...	4	0.0963563...	0.147446
3	3.863510551	-0.0005397...	3.863510551	-0.0005397...	4	0.0963563...	0.136489
4	3.864270803	-3.7104693...	3.864270803	-3.7104693...	4	0.0963563...	0.135729
5	3.864323049	-2.5482754...	3.864323049	-2.5482754...	4	0.0963563...	0.135677
6	3.864326637	-1.7499804...	3.864326637	-1.7499804...	4	0.0963563...	0.135673
7	3.864326883	-1.2017605...	3.864326883	-1.2017605...	4	0.0963563...	0.135673

Valor de Pi: -1.201760524e-08
Número Iterações: 7
Erro Final: 0.135673

Interface

PIEncontrei

Configurações Posição Falsa **Newton-Raphson** Secante Comparativo

Valor de A: 0

	Valor de Pi	Xa	F(Xa)	Xb	F(Xb)	Erro Absoluto
1	3	3	0.0100075...	3.070914844	0.0024966...	0.0709148
2	3.070914844	3.070914844	0.0024966...	3.106268467	0.0006238...	0.0353536
3	3.106268467	3.106268467	0.0006238...	3.123932397	0.0001559...	0.0176639
4	3.123932397	3.123932397	0.0001559...	3.132762755	3.8983302...	0.00883036
5	3.132762755	3.132762755	3.8983302...	3.137177733	9.7457464...	0.00441498
6	3.137177733	3.137177733	9.7457464...	3.139385197	2.4364316...	0.00220746
7	3.139385197	3.139385197	2.4364316...	3.140488926	6.0910760...	0.00110373
8	3.140488926	3.140488926	6.0910760...	3.14104079	1.5227688...	0.000551864
9	3.14104079	3.14104079	1.5227688...	3.141316722	3.8069219...	0.000275932

Valor de Pi: 3.14104079

Número Iterações: 9

Erro Final: 0.000275932

☒ Usar teste 1

Plotar

Interface

PiEncontrei

Configurações Posição Falsa Newton-Raphson **Secante** Comparativo

Valor de A:

	Valor de Pi	Xa	F(Xa)	Xb	F(Xb)	Erro Absoluto
1	3	3	0.0100075...	4	0.3463563...	1
2	4	4	0.3463563...	2.970246657	0.0146438...	1.02975
3	2.970246657	2.970246657	0.0146438...	2.92478697	0.0234104...	0.0454597
4	2.92478697	2.92478697	0.0234104...	3.046183193	0.0045480...	0.121396
5	3.046183193	3.046183193	0.0045480...	3.075453786	0.0021863...	0.0292706
6	3.075453786	3.075453786	0.0021863...	3.102551995	0.0007619...	0.0270982
7	3.102551995	3.102551995	0.0007619...	3.117048436	0.0003011...	0.0144964
8	3.117048436	3.117048436	0.0003011...	3.126523883	0.0001135...	0.00947545
9	3.126523883	3.126523883	0.0001135...	3.132256327	4.3583177...	0.00573244

Valor de Pi: 3.141072724

Número Iterações: 16

Erro Final: 0.000198597

☒ Usar teste 1

Interface

PiEncontrei

Configurações Posição Falsa Newton-Raphson Secante **Comparativo**

Valor de A:

☒ Usar Teste 1

Posição Falsa:

	Valor de Pi	Erro Relativo
1		

Newton-Raphson:

	Valor de Pi	Erro Relativo
1	3	0.0100075
2	3.070914844	0.00249664
3	3.106268467	0.000623834
4	3.123932397	0.000155938
5	3.132762755	3.89833e-05
6	3.137177733	9.74575e-06
7	3.139385197	2.43643e-06
8	3.140488926	6.09108e-07

Secante:

	Valor de Pi	Erro Relativo
1	3	0.0100075
2	4	0.346356
3	2.970246657	0.0146438
4	2.92478697	0.0234104
5	3.046183193	0.00454803
6	3.075453786	0.00218638
7	3.102551995	0.00076199
8	3.117048436	0.000301194

Melhor Valor de Pi: 3.141072724
Número Iterações: 16
Erro Final: 1.35164e-07
Método: Secante

Valor de Pi mais rápido: 3.14104079
Número Iterações: 9
Erro Final: 1.52277e-07
Método: Newton-Raphson

Conclusão

- Dificuldades encontradas:
 - Ponta pé inicial
 - Cansaço



Monstro Imaginado



Monstro Encontrado.

Conclusão

- “Novidades” testadas nesse trabalho.
 - O uso de um Design Pattern.
 - Documentação só onde é realmente necessário.