UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ - UFC
CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO
PROJETO DE MÉTODOS NUMÉRICOS I

TEMA (2): Encontrar valor de PI

EQUIPE: πkachu

Equipe

- Caio Viktor
- Cristiano Melo
- Lucas Falcão
- Geraldo Braz
- Matheus Mayron

Objetivo

- **Encontrar e analisar aproximações de pi pelos métodos:**
- Posição falsa;
- Newton-Raphson;
- Secante.

Ferramentas de desenvolvimento

Função

* $f(x) = \cos(x) + (1 – a)$

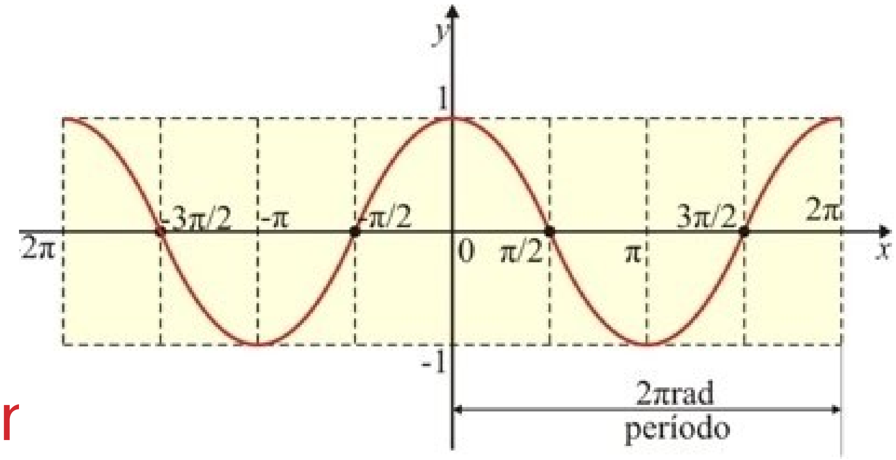
* Sabemos que π é a raíz:

$\cos(\pi) + (1 - a) = 0$

$\cos(\pi) = - (1 – a)$

* Visto que $\cos(\pi) = -1$, er

$-1 = -1 + a$, portanto, $a = 0$



Métodos

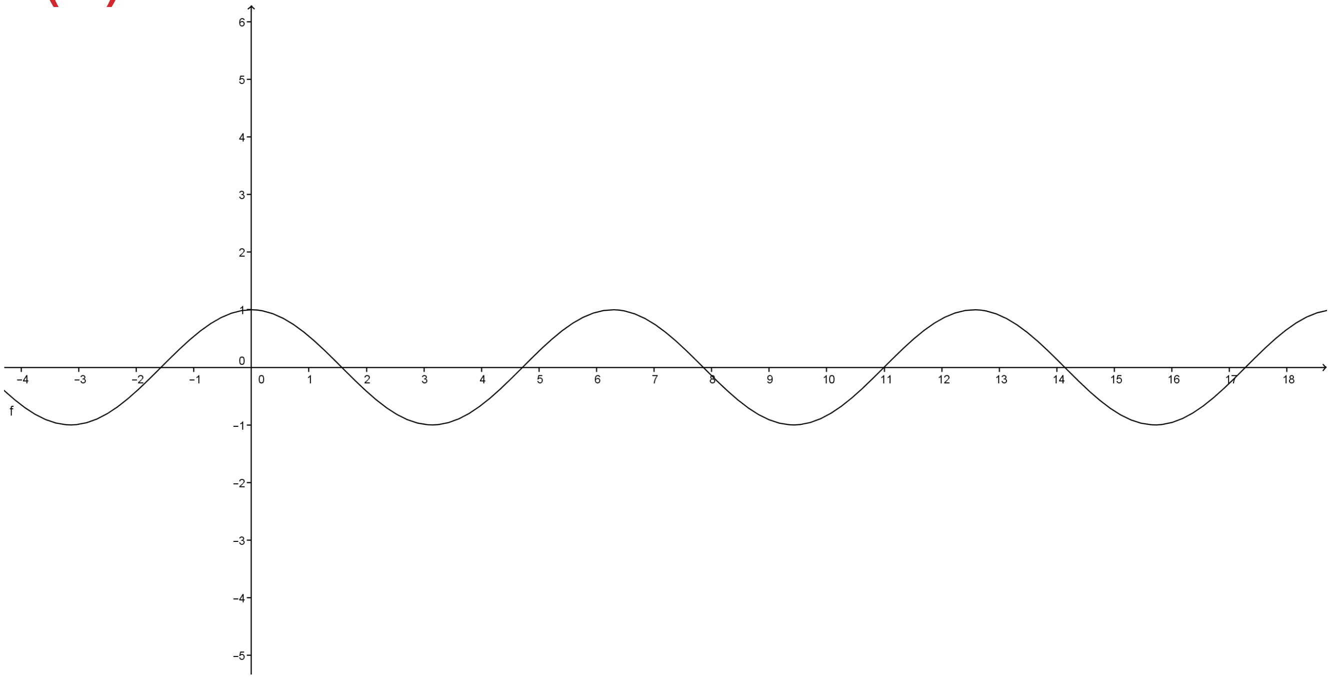
* Posição falsa:

```
:
:
repita
   x ← (aFb – bFa)/(Fb–Fa); Fx ← f(x)
   escreva k, a, Fa, b, Fb, x, Fx, intervX
   se abs(f(x)) < ε2 ou k ≥ iterMax então raiz ← x;
Fim.
   se Fa * Fx > 0 então a ← x; Fa ← Fx
   senão b ← x; Fb ← Fx
   intervX ← abs(b–a)
   se intervX ≤ ε1 então
      raiz ← escolha(a,b); Fim.
   fim se
   k ← k+1
fim repita
fim algoritmo
```

```
if( Fa * Fb < 0 ){

        range = fabs( b - a ); // Computing range
        k = 0;

        do{

                x = b - Fb*(b - a)/(Fb - Fa);
                Fx = this->Function(x);
                if( Fa * Fx > 0 ){
                        a = x;
                        Fa = Fx;
                }else{
                        b = x;
                        Fb = Fx;
                }
                range = fabs( b - a );
                k++;

        }while( fabs( Fx ) > error && k <= maxIter );

}else{

        cout << "There is no root in this range" << endl;

}
```

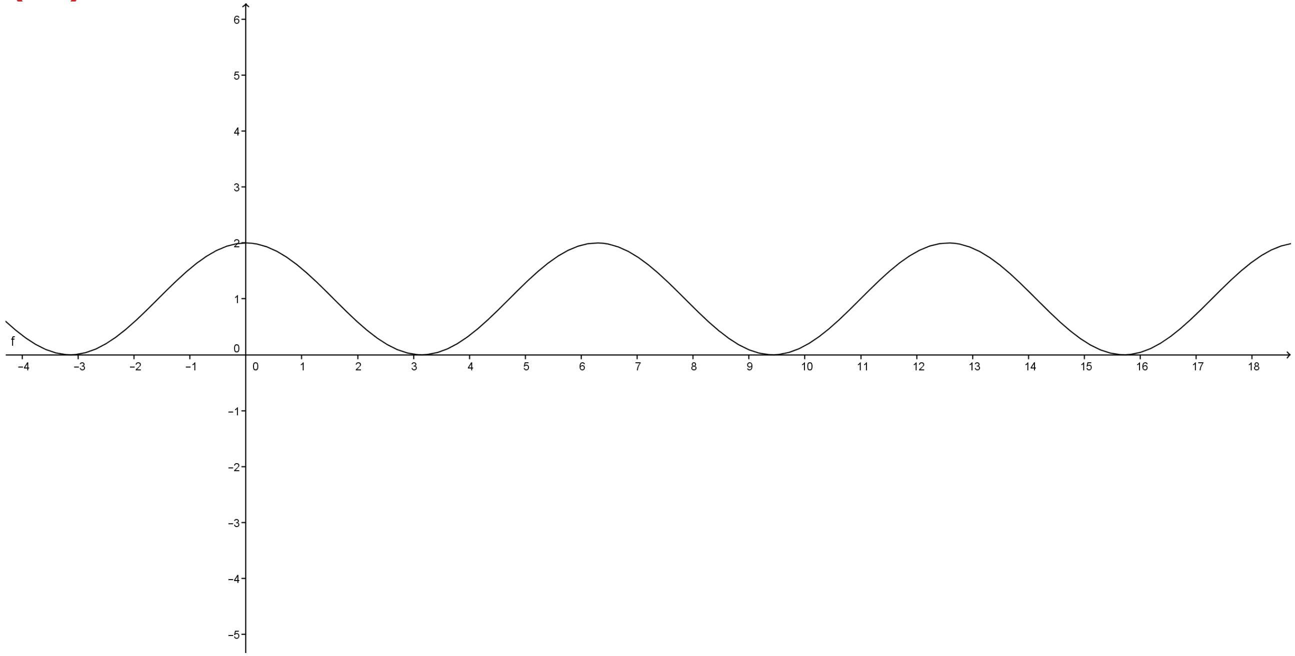
Estudo de caso: qual melhor valor de “a” na função para posição falsa?

* Veja a função cos(x)+(1 – a), para a = 1:
* cos(x):



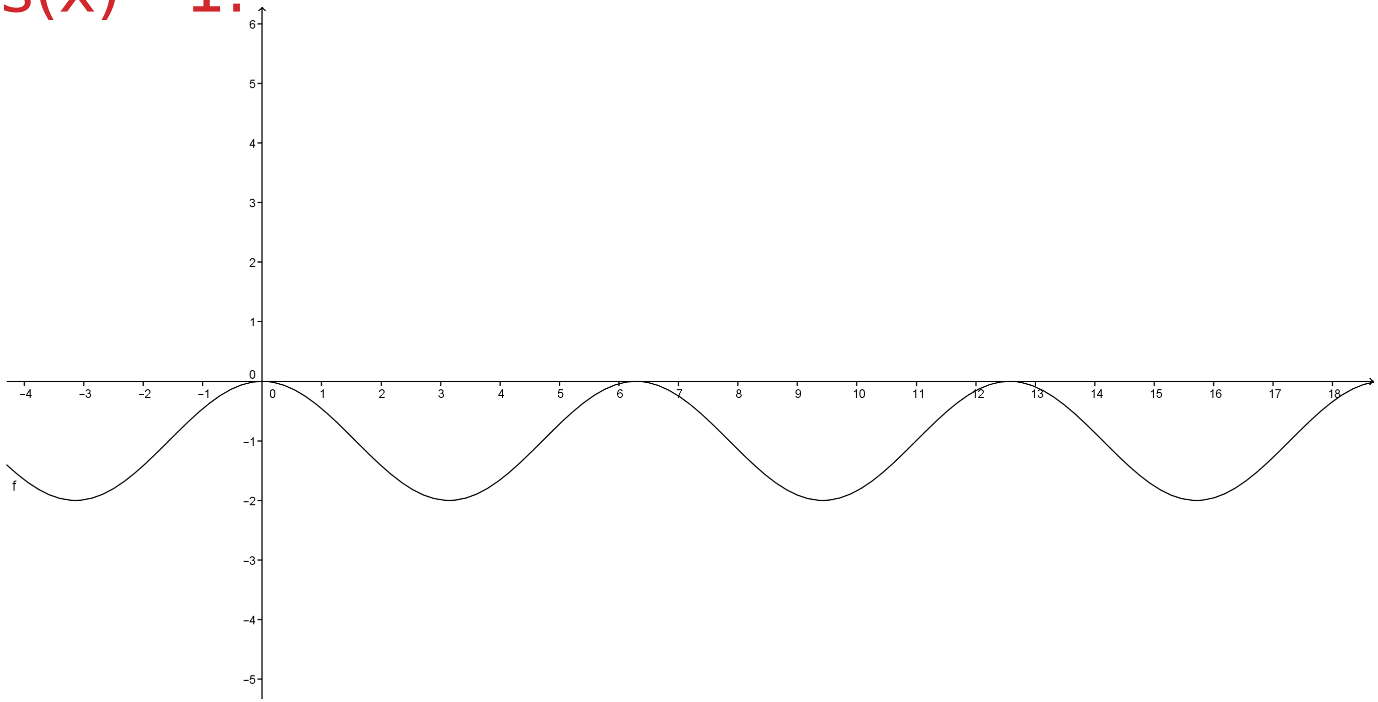
Estudo de caso: qual melhor valor de “a” na função para posição falsa?

* Veja a função cos(x)+(1 – a), para a = 0:
* cos(x) + 1:



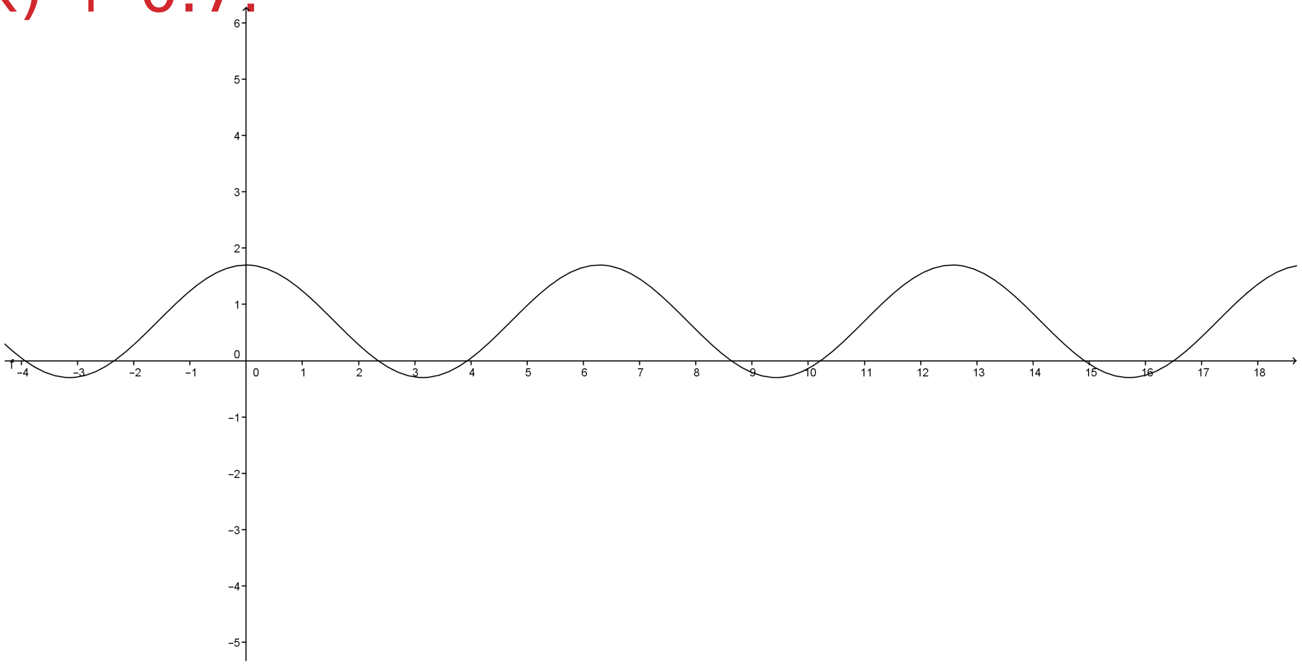
Estudo de caso: qual melhor valor de “a” na função para posição falsa?

* Veja a função cos(x)+(1 – a), para a = 2:
* cos(x) - 1:



Estudo de caso: qual melhor valor de “a” na função para posição falsa?

* Veja a função cos(x)+(1 – a), para a = 0.3:
* cos(x) + 0.7:



Métodos

* Newton-Raphson:

<u>Algoritmo: Newton-Raphson</u>
<u>Entrada</u>: x_0, ε_1, ε_2, iterMax
<u>Saída</u>: raiz

se $abs(f(x_0)) < \varepsilon_1$ **então** raiz $\leftarrow x_0$; **Fim.**
$k \leftarrow 1$
repita
  $x_1 \leftarrow x_0 - f(x_0)/f'(x_0)$
  escreva k, x_1, $f(x_1)$
  se $abs(f(x_1)) < \varepsilon_1$ **ou** $abs(x_1 - x_0) < \varepsilon_2$ **ou** $k \geq$ iterMax **então**
    raiz $\leftarrow x_1$; **Fim.**
  fim se
  $x_0 \leftarrow x_1$
  $k \leftarrow k+1$
fim repita
fim algoritmo

```
void GenericMethod::loop() {
    operacoesAntesDoLoop();
    do{
        calcularAproximacaoSeguinte();
        salvarEmLista();
    }while(!testeParadaErro1() && !testeParadaErro2() && (iterationsNumber < maxIteration));
    operacoesAposLoop();
    this->value = this->getAproximacaoAtualDaRaiz();
}
```

Métodos

* Secante:

<u>Algoritmo: Secante</u>
<u>Entrada</u>: x_0, x_1, ε_1, ε_2, iterMax
<u>Saída</u>: raiz
se abs($f(x_0)$) < ε_1 **então** raiz ← x_0; **Fim.**
se abs($f(x_1)$) < ε_1 **ou** abs(x_1-x_0) < ε_2 **então** raiz ← x_1; **Fim.**
k ← 1
repita
$x_2 \leftarrow x_1 - f(x_1)/(f(x_1) - f(x_0)) * (x_1-x_0)$
escreva k, x_2, $f(x_2)$
se abs($f(x_2)$) < ε_1 **ou** abs(x_2-x_1) < ε_2 ou k ≥ iterMax **então**
raiz ← x_2; **Fim.**
fim se
$x_0 \leftarrow x_1$
$x_1 \leftarrow x_2$
k ← k+1
fim repita
fim algoritmo

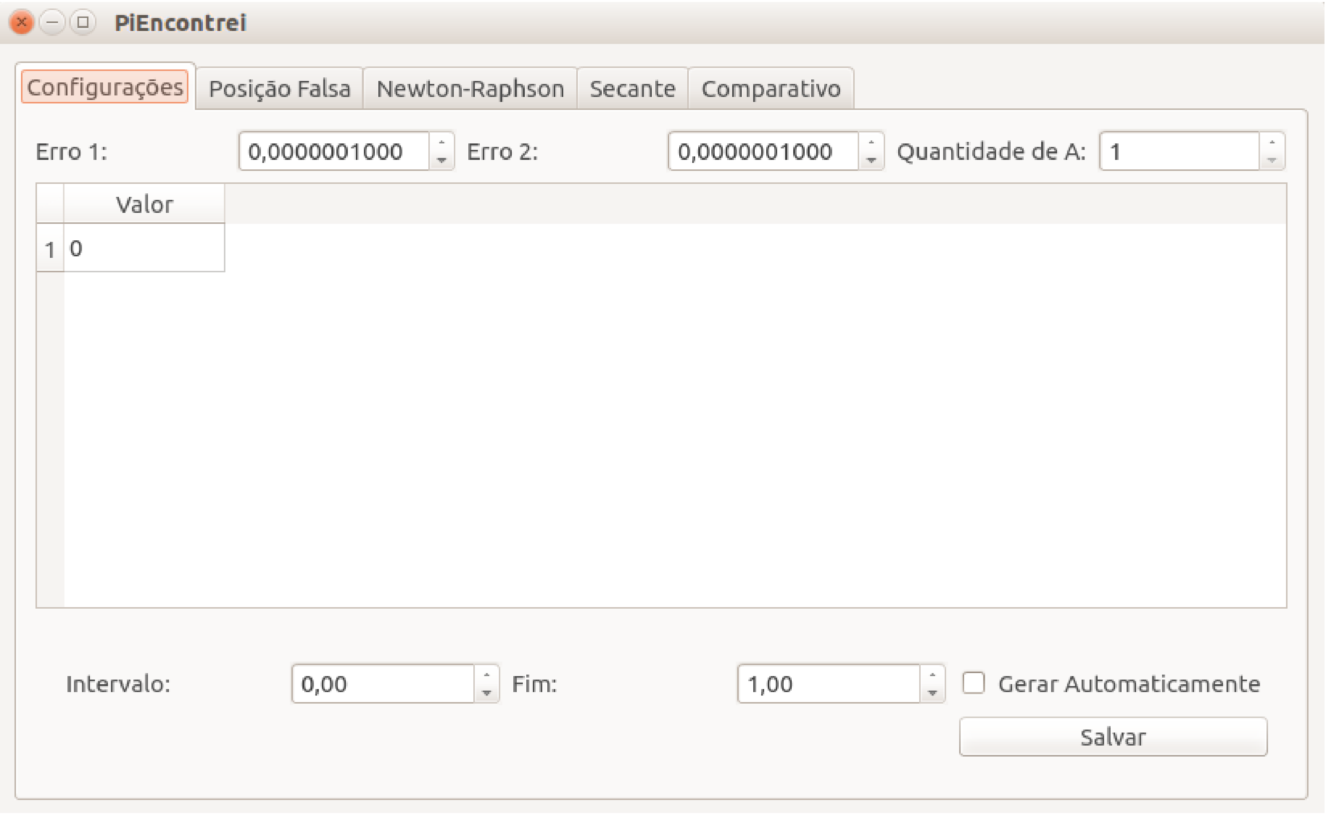
```
void GenericMethod::loop() {
    operacoesAntesDoLoop();
    do{
        calcularAproximacaoSeguinte();
        salvarEmLista();
    }while(!testeParadaErro1() && !testeParadaErro2() && (iterationsNumber < maxIteration));
    operacoesAposLoop();
    this->value = this->getAproximacaoAtualDaRaiz();
}
```

Critério de parada

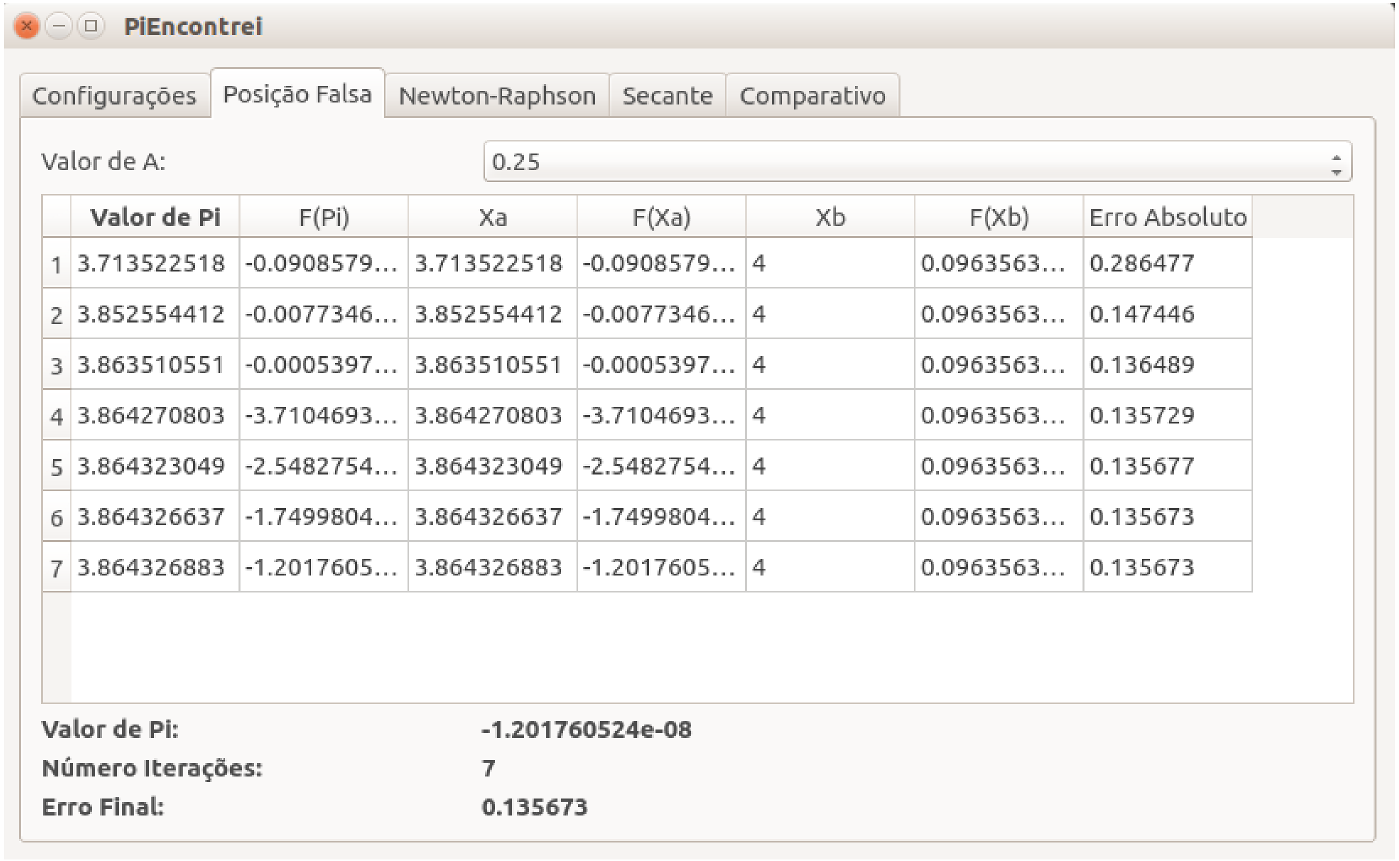
```
bool GenericMethod::testeParadaErro1() {
    if(this->useTest1)
        return (abs(function(getAproximacaoSeguinteDaRaiz())) < getErro1());
    else
        return false;
}

bool GenericMethod::testeParadaErro2() {

    return (abs(getAproximacaoSeguinteDaRaiz() - getAproximacaoAtualDaRaiz()) < getErro2());
}
```

Pessoal, é importante observar que os critérios de paradas são os mesmos para o método da secante e do Newton-Raphson, pois ambos são derivados do ponto fixo.

Interface


PiEncontrei
Configurações
Posição Falsa
Newton-Raphson
Secante
Comparativo
Erro 1:
0,0000001000
Erro 2:
0,0000001000
Quantidade de A:
1
Valor
1
0
Intervalo:
0,00
Fim:
1,00
Gerar Automaticamente
Salvar

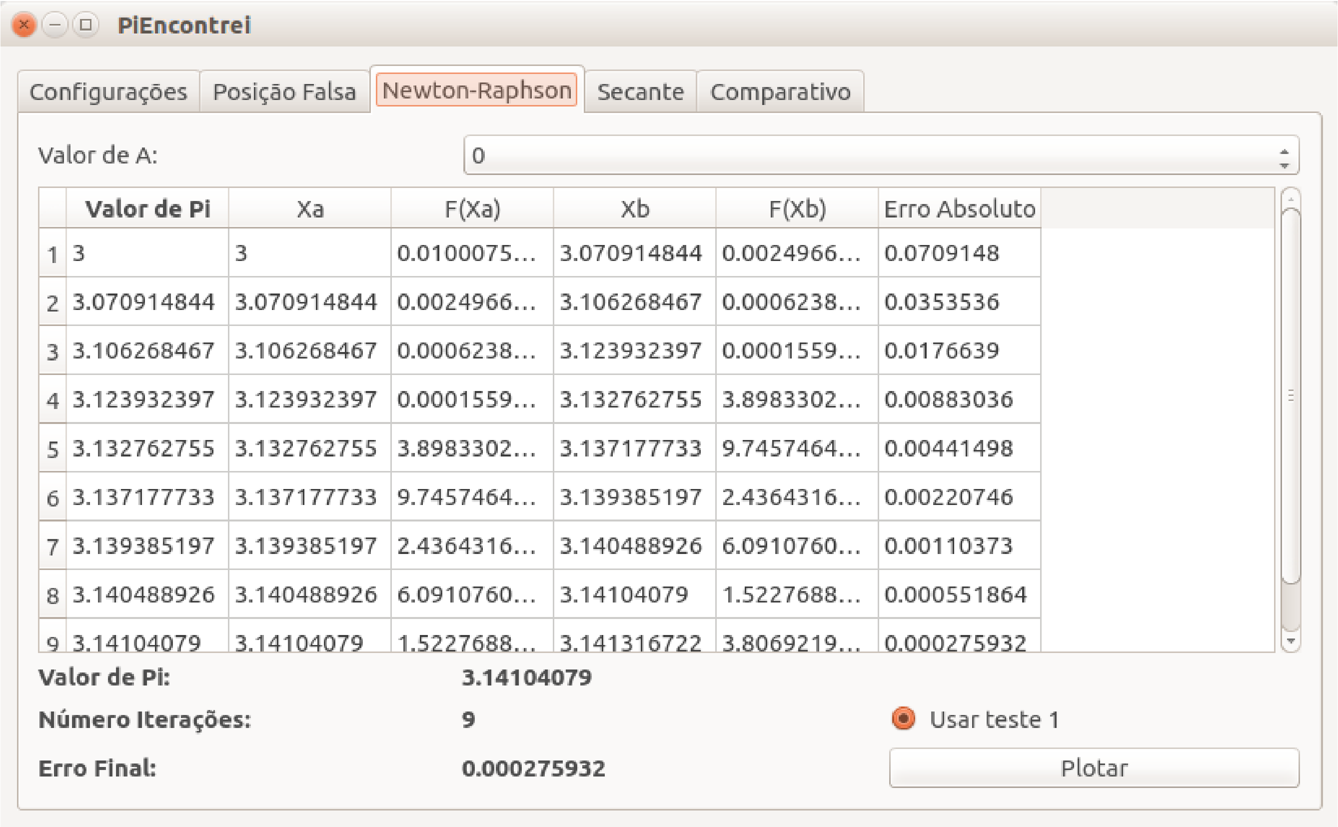
Interface



	Valor de Pi	F(Pi)	Xa	F(Xa)	Xb	F(Xb)	Erro Absoluto
1	3.713522518	-0.0908579...	3.713522518	-0.0908579...	4	0.0963563...	0.286477
2	3.852554412	-0.0077346...	3.852554412	-0.0077346...	4	0.0963563...	0.147446
3	3.863510551	-0.0005397...	3.863510551	-0.0005397...	4	0.0963563...	0.136489
4	3.864270803	-3.7104693...	3.864270803	-3.7104693...	4	0.0963563...	0.135729
5	3.864323049	-2.5482754...	3.864323049	-2.5482754...	4	0.0963563...	0.135677
6	3.864326637	-1.7499804...	3.864326637	-1.7499804...	4	0.0963563...	0.135673
7	3.864326883	-1.2017605...	3.864326883	-1.2017605...	4	0.0963563...	0.135673

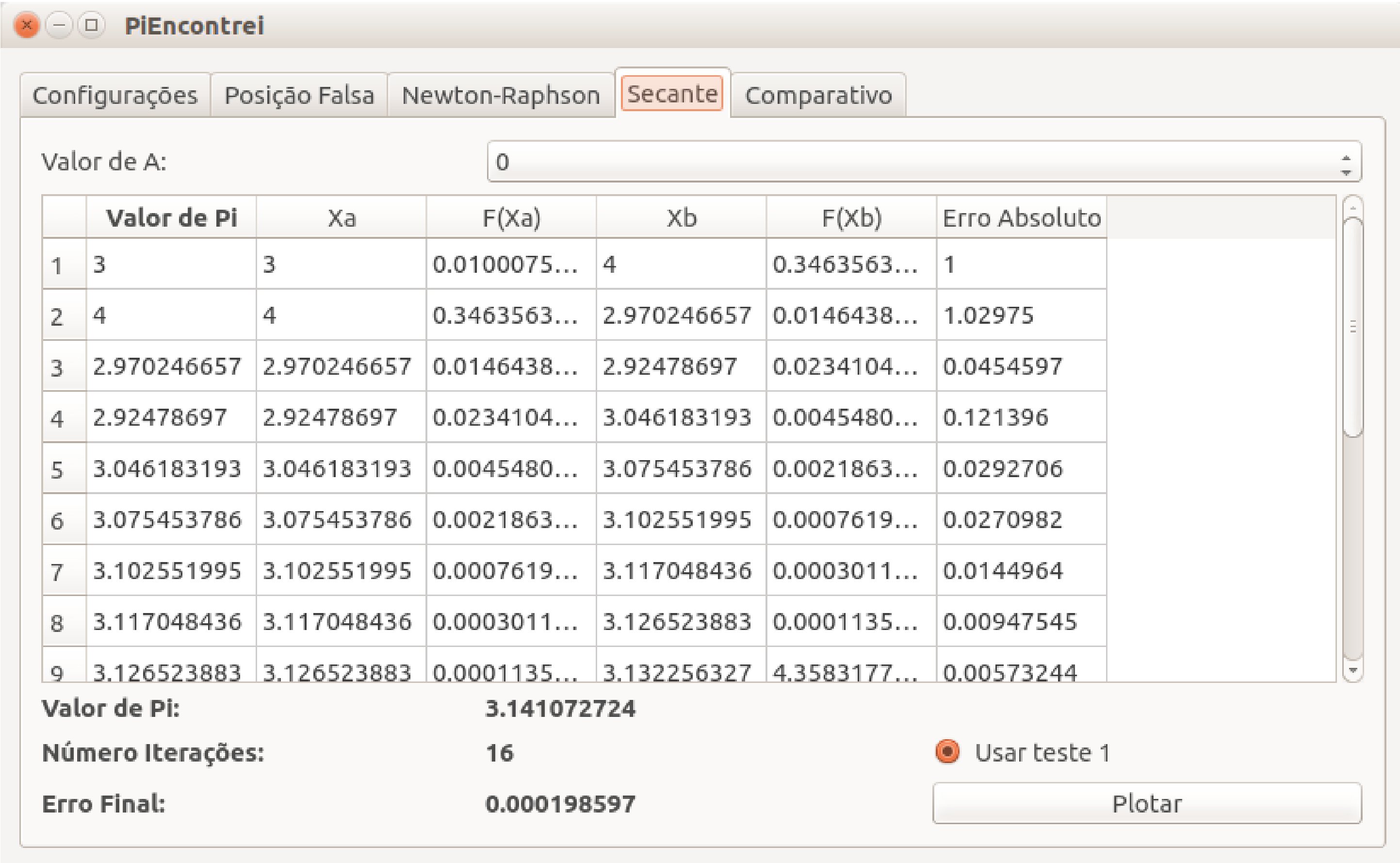
Valor de Pi: -1.201760524e-08
Número Iterações: 7
Erro Final: 0.135673

Interface



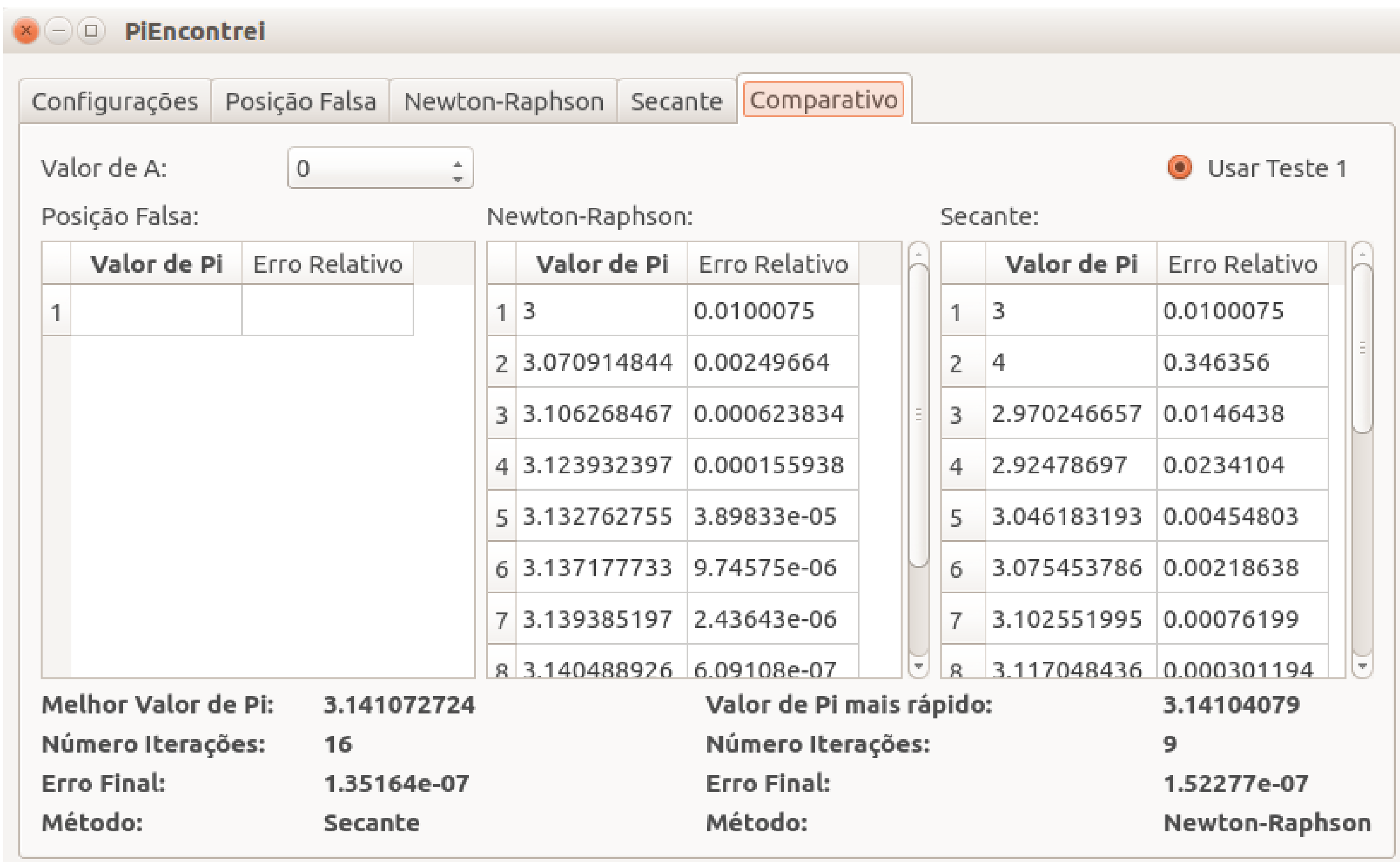
	Valor de Pi	Xa	F(Xa)	Xb	F(Xb)	Erro Absoluto
1	3	3	0.0100075...	3.070914844	0.0024966...	0.0709148
2	3.070914844	3.070914844	0.0024966...	3.106268467	0.0006238...	0.0353536
3	3.106268467	3.106268467	0.0006238...	3.123932397	0.0001559...	0.0176639
4	3.123932397	3.123932397	0.0001559...	3.132762755	3.8983302...	0.00883036
5	3.132762755	3.132762755	3.8983302...	3.137177733	9.7457464...	0.00441498
6	3.137177733	3.137177733	9.7457464...	3.139385197	2.4364316...	0.00220746
7	3.139385197	3.139385197	2.4364316...	3.140488926	6.0910760...	0.00110373
8	3.140488926	3.140488926	6.0910760...	3.14104079	1.5227688...	0.000551864
9	3.14104079	3.14104079	1.5227688...	3.141316722	3.8069219...	0.000275932

Interface



	Valor de Pi	Xa	F(Xa)	Xb	F(Xb)	Erro Absoluto
1	3	3	0.0100075...	4	0.3463563...	1
2	4	4	0.3463563...	2.970246657	0.0146438...	1.02975
3	2.970246657	2.970246657	0.0146438...	2.92478697	0.0234104...	0.0454597
4	2.92478697	2.92478697	0.0234104...	3.046183193	0.0045480...	0.121396
5	3.046183193	3.046183193	0.0045480...	3.075453786	0.0021863...	0.0292706
6	3.075453786	3.075453786	0.0021863...	3.102551995	0.0007619...	0.0270982
7	3.102551995	3.102551995	0.0007619...	3.117048436	0.0003011...	0.0144964
8	3.117048436	3.117048436	0.0003011...	3.126523883	0.0001135...	0.00947545
9	3.126523883	3.126523883	0.0001135...	3.132256327	4.3583177...	0.00573244

Interface


PiEncontrei
Configurações
Posição Falsa
Newton-Raphson
Secante
Comparativo
Valor de A:
0
Usar Teste 1
Posição Falsa:
Valor de Pi
Erro Relativo
1
Newton-Raphson:
Valor de Pi
Erro Relativo
1 3 0.0100075
2 3.070914844 0.00249664
3 3.106268467 0.000623834
4 3.123932397 0.000155938
5 3.132762755 3.89833e-05
6 3.137177733 9.74575e-06
7 3.139385197 2.43643e-06
8 3.140488926 6.09108e-07
Secante:
Valor de Pi
Erro Relativo
1 3 0.0100075
2 4 0.346356
3 2.970246657 0.0146438
4 2.92478697 0.0234104
5 3.046183193 0.00454803
6 3.075453786 0.00218638
7 3.102551995 0.00076199
8 3.117048436 0.000301194
Melhor Valor de Pi: 3.141072724
Número Iterações: 16
Erro Final: 1.35164e-07
Método: Secante
Valor de Pi mais rápido: 3.14104079
Número Iterações: 9
Erro Final: 1.52277e-07
Método: Newton-Raphson

Análise dos valores de “a”

O erro relativo da aproximação de Pi cresce junto ao |a| nos casos onde os métodos convergem.

Ou seja, quanto mais distante de 0 for o valor de “a” pior será a aproximação encontrada.

Comparativo

Método: **Secante**

Plotar

	Valor de A	Aproximação	Iterações	Erro relativo
1	0	3.141072724	16	0.00303067
2	0.25	3.864319058	6	0.0360882
3	0.5	4.188793592	6	0.0674714
4	0.75	4.459709352	6	0.173396

Valor mais preciso: **3.141072724** Valor de A: **0** Iterações: **16**

Valor mais rápido: **3.864319058** Valor de A: **0.25** Iterações: **6**

Análise dos valores de “a” Gráfico do Crescimento do erro

Conclusão

- Dificuldades encontradas:
  - Ponta pé inicial
  - Cansaço

Monstro Imaginado

Monstro Encontrado.

Conclusão

- “Novidades” testadas nesse trabalho.
  - O uso de um Design Pattern.
  - Documentação só onde é realmente necessário.