

Unidad III.

Estructura a gran escala

Parte 6: Cosmología con lentes gravitacionales

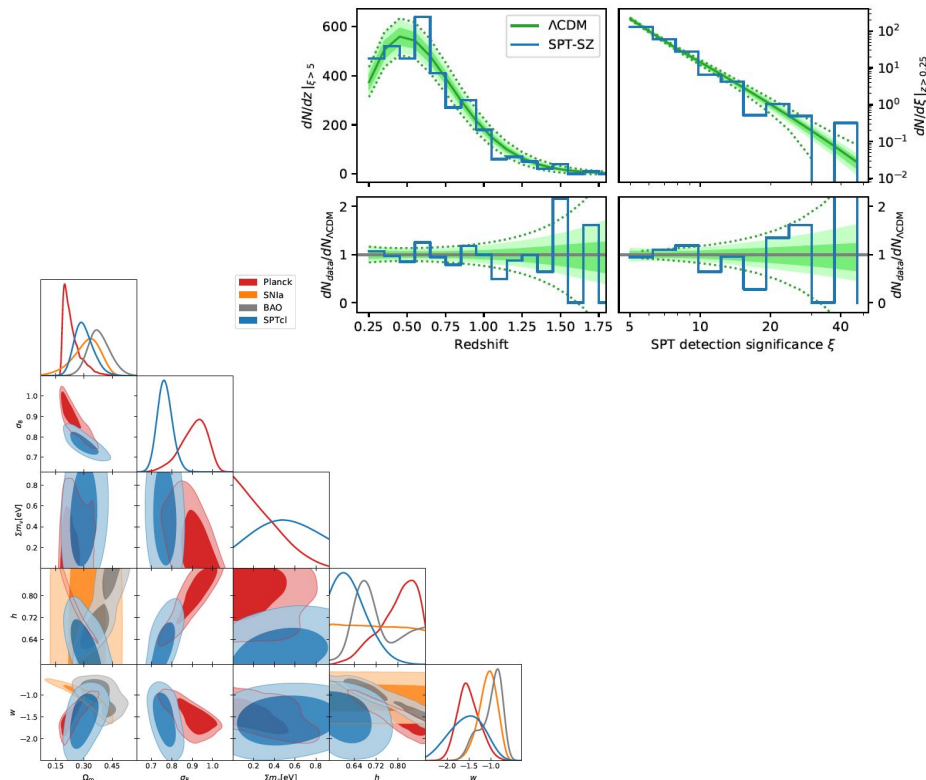
Recordatorio...

Cosmología con cúmulos de galaxias

La estadística más importante es la abundancia de cúmulos, especialmente si se cubre un rango amplio de redshifts. Actualmente la técnica que mejores resultados entrega es el efecto SZ calibrado con lentes gravitacionales.

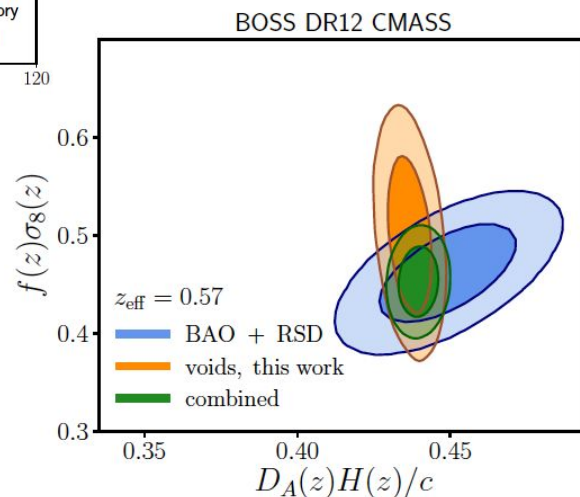
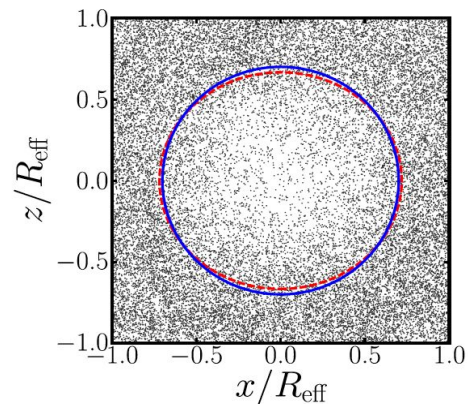
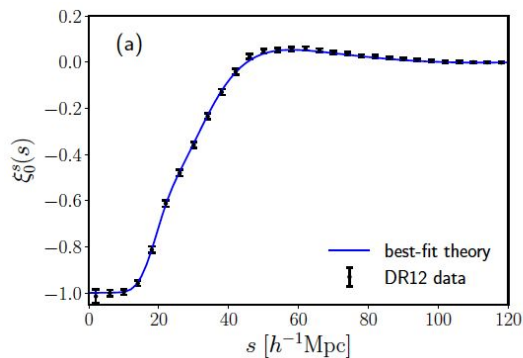
En el futuro, mediciones con cúmulos podrían acotar extensiones a Λ CDM como la ecuación de estado de la energía oscura y la suma de masas de neutrinos con alta precisión, gracias a la combinación de observaciones milimétricas y ópticas.

La función de correlación de cúmulos es un importante complemento.



Cosmología con vacíos de galaxias

Los vacíos de galaxias ofrecen mediciones complementarias a los cúmulos. Son las zonas menos afectadas por el crecimiento no-lineal de estructura y por lo tanto tienen gran potencial para acotar parámetros relacionados a la energía oscura, además de la tasa lineal de crecimiento.



Sigamos!

Cosmología con lentes gravitacionales

Ya vimos lentes gravitacionales para medir las masas de cúmulos de galaxias. Ahora, veremos otras dos aplicaciones de lentes gravitacionales:

- Mediciones de desfase temporal con lentes gravitacionales fuertes
- Mediciones del espectro de potencias de materia con la función de correlación de lentes gravitacionales débiles

Lentes gravitacionales

El efecto de lente gravitacional está descrito por la ecuación de lente,

$$\beta = \theta - \frac{D_{\text{ds}}}{D_s} \hat{\alpha}(D_d \theta) \equiv \theta - \alpha(\theta)$$

donde α es el ángulo de deflexión, que se relaciona con el potencial gravitatorio a través de

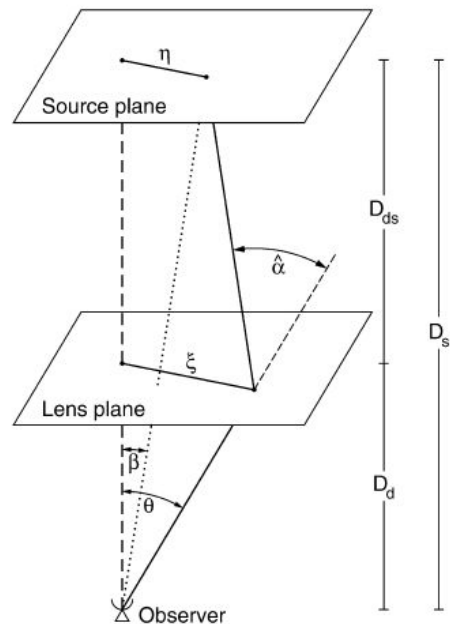
$$\alpha(\theta) = \frac{1}{\pi} \int d^2 \theta' \kappa(\theta') \frac{\theta - \theta'}{|\theta - \theta'|^2}$$

$$\alpha = \nabla \psi$$

donde la convergencia κ corresponde a la sobredensidad superficial local:

$$\kappa(\theta) = \frac{\Sigma(D_d \theta)}{\Sigma_{\text{crit}}}$$

definiendo la densidad superficial crítica $\Sigma_{\text{crit}} = \frac{c^2}{4\pi G} \frac{D_s}{D_d D_{\text{ds}}}$



Una masa puntual causa una deflexión en el marco de referencia del observador

$$\alpha = \frac{D_{ls}}{D_s} \hat{\alpha} = \frac{D_{ls}}{D_s} \frac{4GM}{c^2 \xi}$$

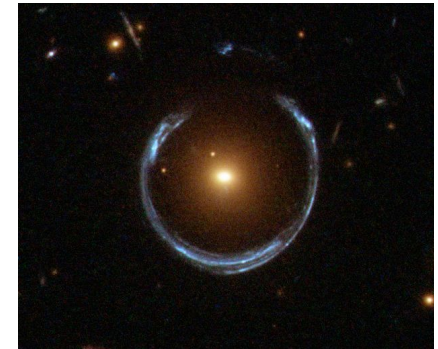
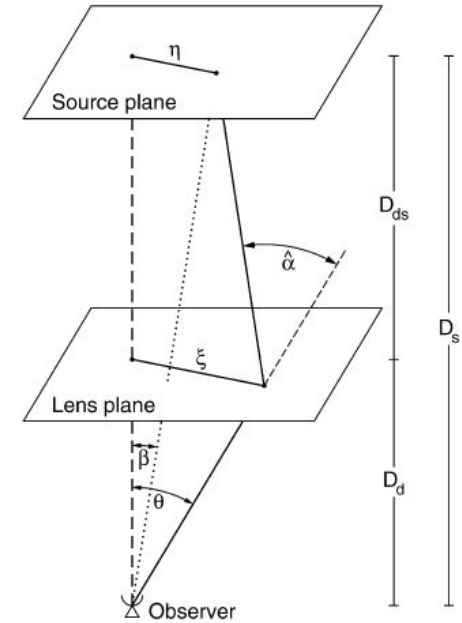
donde $\hat{\alpha}$ es la deflexión en el marco del lente, de manera que la ecuación de lente es

$$\beta = \theta - \frac{D_{ls}}{D_l D_s} \frac{4GM}{c^2 \theta}$$

Para una fuente ubicada exactamente detrás del lente, $\beta=0$. Esta situación define el **radio de Einstein**,

$$\theta_E \equiv \sqrt{\frac{4GM}{c^2} \frac{D_{ls}}{D_l D_s}}$$

que es el radio del **anillo de Einstein**. Esto permite definir los regímenes fuerte ($\beta < \theta_E$), donde se producen múltiples imágenes, y débil ($\beta > \theta_E$), donde sólo se produce una pequeña distorsión en la imagen de la galaxia fuente.



Cosmología con lentes gravitacionales fuertes

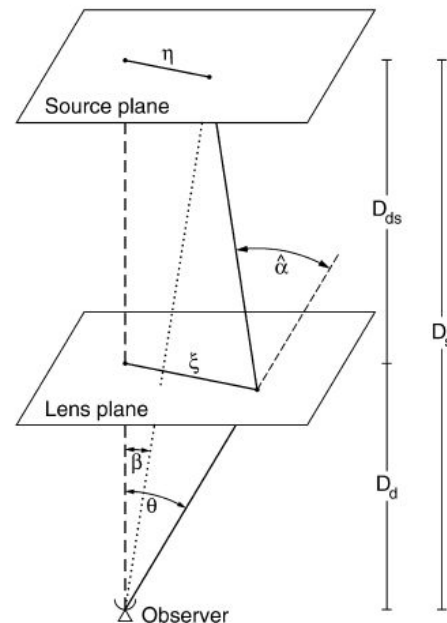
El desfase producido por la desviación tiene una componente geométrica y una gravitacional. En la imagen se ve que (en la aproximación del lente fino, donde $\theta_l \ll 1$),

$$\Delta t = t_{\text{geom}} + t_{\text{grav}} = \frac{(1+z_l)}{c} \frac{D_l D_s}{D_{ls}} \left[\frac{1}{2} |\vec{\theta} - \vec{\beta}|^2 - \psi(\theta) \right]$$

donde ψ es el potencial de lente gravitacional en dos dimensiones que ya vimos:

$$\psi(\theta) = \frac{1}{\pi} \int d^2\theta' \kappa(\theta') \ln |\theta - \theta'|^2$$

de manera que, conocido el potencial ψ (y medidas las distancias), el único parámetro desconocido es $H(z) = H_0 E(z)$.



Una primera aproximación al perfil de densidad de una galaxia (o un cúmulo) es el de una esfera isothermal singular (SIS), dado simplemente por

$$\rho(r) = \frac{\sigma^2}{2\pi G r^2}$$

cuyo potencial de lente es

$$\psi(\vec{x}) = bR \equiv \frac{4\pi\sigma^2}{c^2} \frac{D_{ls}}{D_s} R$$

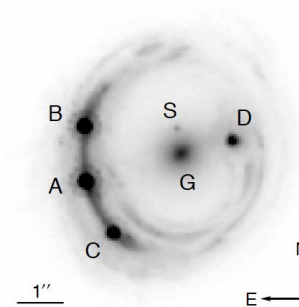
Para $|\beta| < b$, la SIS genera dos imágenes en

$$R_A = |\vec{\beta}| + b, \quad R_B = b - |\vec{\beta}|$$

y el desfase es

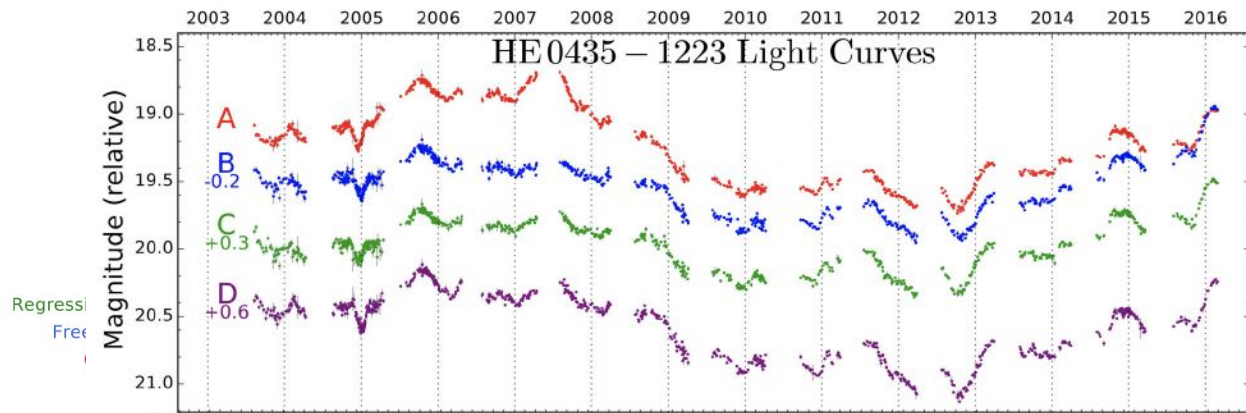
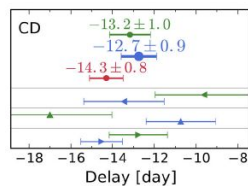
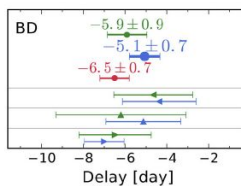
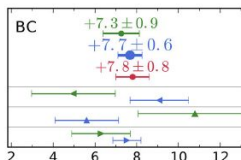
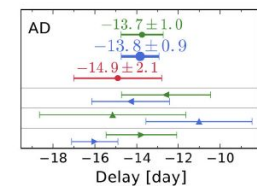
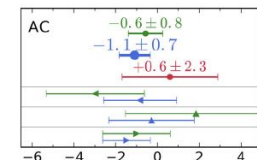
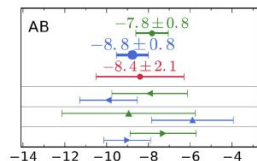
$$\Delta t_{\text{SIS}} = \frac{1}{2} \left[\frac{1+z_l}{c} \right] \left[\frac{D_l D_s}{D_{ls}} \right] (R_A^2 - R_B^2)$$

Por suerte, para lentes producidos por galaxias, estos desfases son típicamente del orden de días o meses. Por lo tanto, estos desfases se pueden observar para fuentes variables, donde el desfase se ve reflejado en las variaciones en el flujo de las distintas imágenes. Los objetos preferidos en este sentido son los quásares, que no sólo tienen variaciones notorias sino además son fuentes (cuasi) puntuales, de manera que las posiciones de las imágenes se pueden determinar con mejor precisión.

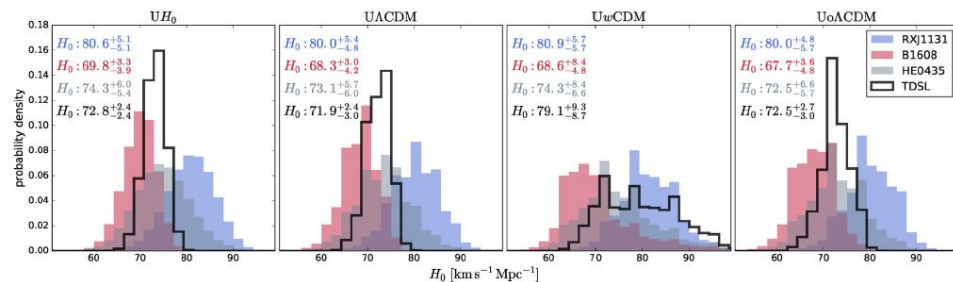


Bonvin et al. (2017) H0LiCOW

HE 0435 – 1223

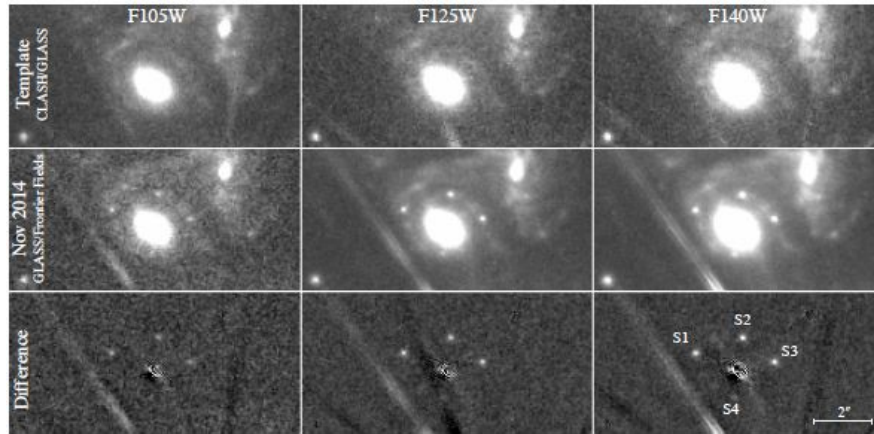


- 2003-2016
- ◀ 2003-2007
- ▲ 2008-2012
- ▶ 2013-2016

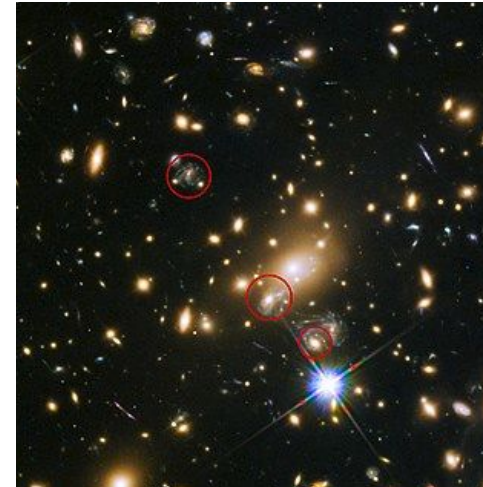


SN Refsdal

Una oportunidad única se dio en 2016 cuando se descubrieron 4 imágenes de una supernova en una galaxia afectada por lente gravitacional fuerte en un cúmulo de galaxias. Los modelos de lente predecían la aparición de una quinta imagen unos meses después.



Kelly et al. (2015)



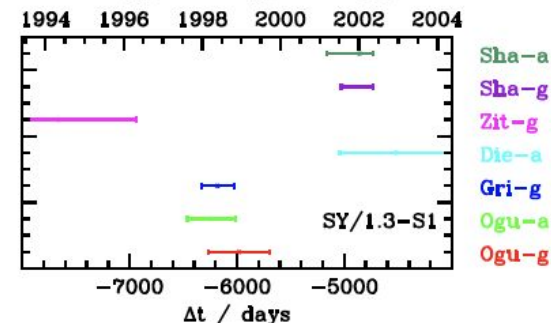
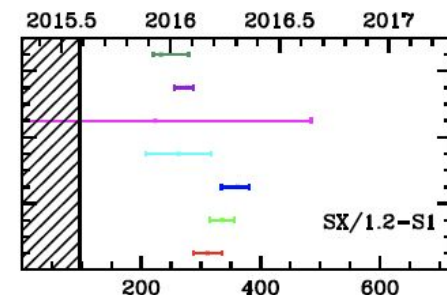
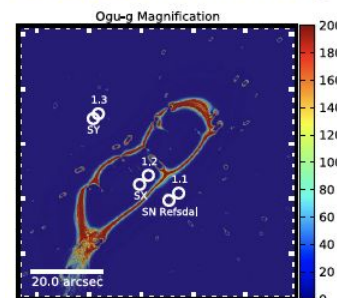
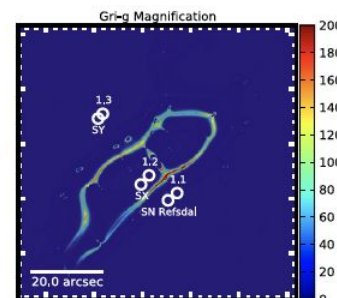
MACS J1149.6+2223 HST



“REFSDAL” MEETS POPPER: COMPARING PREDICTIONS OF THE RE-APPEARANCE OF THE MULTIPLY IMAGED SUPERNOVA BEHIND MACSJ1149.5+2223

T. TREU^{1,28}, G. BRAMMER², J. M. DIEGO³, C. GRILLO⁴, P. L. KELLY⁵, M. OGURI^{6,7,8}, S. A. RODNEY^{9,10,29}, P. ROSATI¹¹, K. SHARON¹², A. ZITRIN^{13,29}, I. BALESTRA¹⁴, M. BRADAC¹⁵, T. BROADHURST^{16,17}, G. B. CAMINHA¹¹, A. HALKOLA, A. HOAG¹⁵, M. ISHIGAKI^{7,18}, T. L. JOHNSON¹², W. KARMAN¹⁹, R. KAWAMATA²⁰, A. MERCURIO²¹, K. B. SCHMIDT²², L.-G. STOLGER^{2,23}, S. H. SUYU²⁴, A. V. FILIPPENKO⁵, R. J. FOLEY^{25,26}, S. W. JHA²⁷, AND B. PATEL²⁷

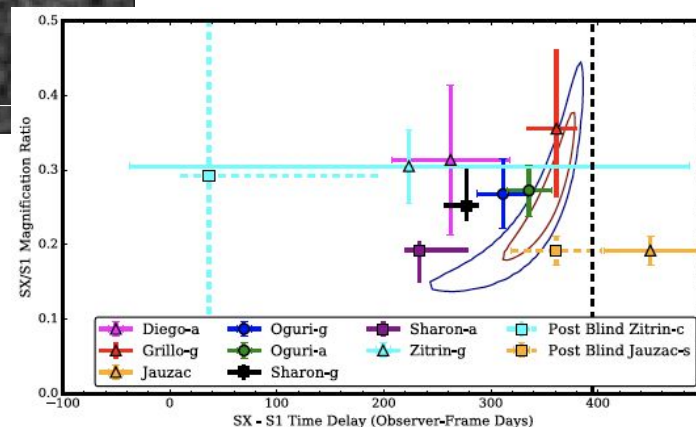
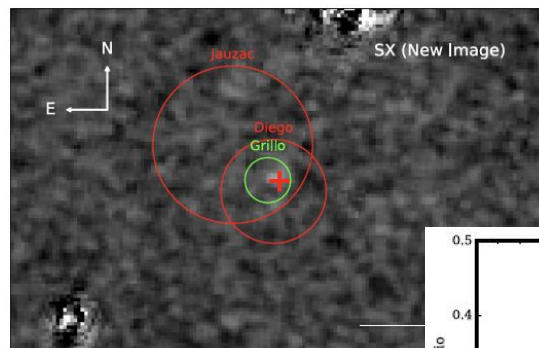
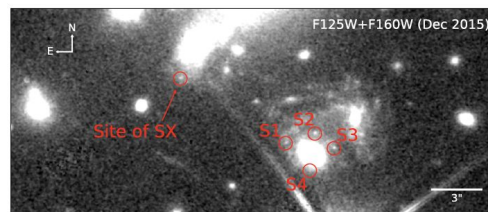
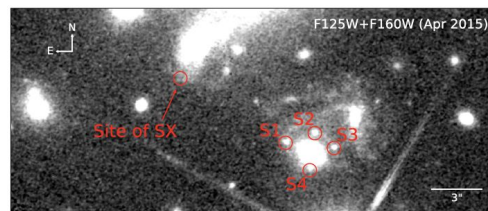
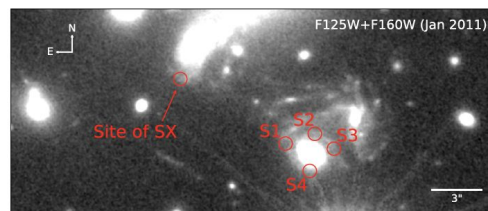
A la izquierda, dos ejemplos de los modelos que produjo la observación de SN Refsdal. A la derecha, las predicciones para las dos imágenes predichas. Este artículo fue producido durante 2015, de manera que se predijo la aparición de Sx solo unos meses después.





DEJA VU ALL OVER AGAIN: THE REAPPEARANCE OF SUPERNOVA REFSDAL

P. L. KELLY¹, S. A. RODNEY², T. TREU^{3,25}, L.-G. STROLGER⁴, R. J. FOLEY^{5,6}, S. W. JHA⁷, J. SELSING⁸, G. BRAMMER⁴, M. BRADAC⁹,
S. B. CENKO^{10,11}, O. GRAUR^{12,13}, A. V. FILIPPENKO¹, J. HJORTH⁸, C. MCCULLY^{14,15}, A. MOLINO^{16,17}, M. NONINO¹⁸,
A. G. RIESS^{4,19}, K. B. SCHMIDT^{15,20}, B. TUCKER²¹, A. VON DER LINDEN²², B. J. WEINER²³, AND A. ZITRIN²⁴



Cosmología con lentes gravitacionales débiles

En el régimen de lente gravitacional débil, no es la convergencia lo que medimos, sino la deflexión o “ruptura” (*shear*), g . Dada una galaxia con elipticidad intrínseca (compleja) ε^s , y definiendo la elipticidad como*

$$\varepsilon = \frac{a-b}{a+b} e^{2i\phi}$$

esta fractura produce una elipticidad observada

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon^s + g}{1 + g^* \varepsilon^s} \approx \varepsilon^s + g$$

donde la aproximación corresponde al régimen débil, cuando $|g| \ll 1$. Si la elipticidad intrínseca de las galaxias observadas no tiene orientación preferente (no hay “alineamiento intrínseco”), entonces la elipticidad observada es un estimador no-sesgado de la fractura:

$$\langle \varepsilon^s \rangle = 0 \quad \rightarrow \quad \langle \varepsilon \rangle = g$$

La elipticidad rms de las galaxias es

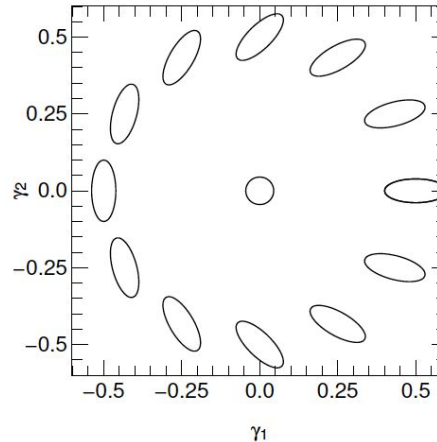
$$\sigma_{\varepsilon} = \langle |\varepsilon|^2 \rangle^{1/2} \sim 0.3$$

mientras que las distorsiones inducidas por la estructura a gran escala son del orden de $\gamma \sim 0.03$. Por lo tanto, la señal a ruido de una medición involucrando N galaxias corresponde a

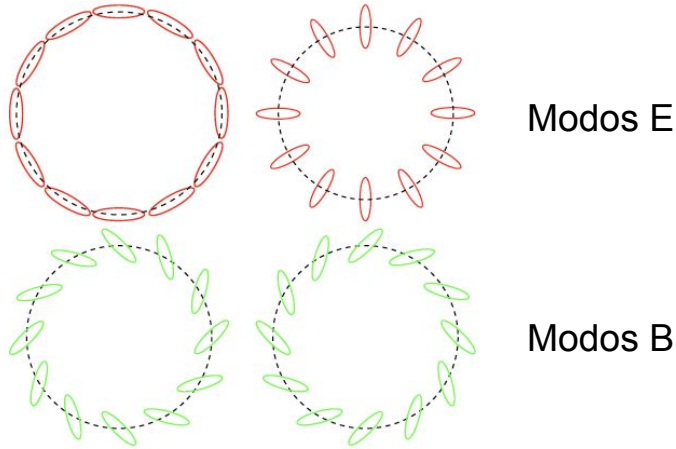
$$S/N = \frac{\gamma}{\sigma_{\varepsilon}} N^{1/2}$$

requiriendo, en un escenario ideal, 100 galaxias para obtener $S/N=1$ y 10^4 galaxias para $S/N=10$.

Estos números complejos se definen con coordenadas con periodicidad π :



La ventaja de esta definición es que permite descomponer la elipticidad, respecto del lente, en una componente radial/tangencial (“modos E”, físicos) y una a 45 grados de esos ejes (“modos B” que, por isotropía, deben ser cero en promedio):



Los lentes gravitacionales producen una distorsión tangencial, por lo que usualmente se define la columna izquierda como ε (ó γ) positivo, y la columna derecha como ε (ó γ) negativo.

La relación entre la fractura y la convergencia, en espacio de Fourier, es

$$\tilde{\gamma}(\ell) = \frac{(\ell_1 + i\ell_2)^2}{\ell^2} \tilde{\kappa}(\ell) = e^{2i\beta_\ell} \tilde{\kappa}(\ell)$$

con β_ℓ el ángulo polar del vector $\ell = \ell_1 + i\ell_2$. El espectro de potencias de la convergencia está definido por

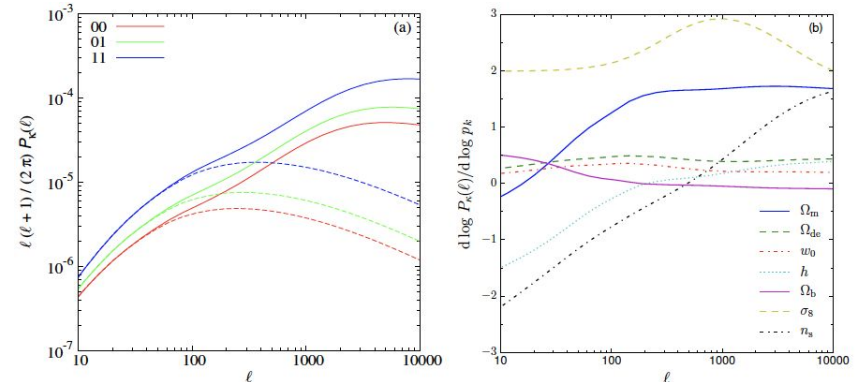
$$\langle \tilde{\kappa}(\ell) \tilde{\kappa}^*(\ell') \rangle = (2\pi)^2 \delta_D(\ell - \ell') P_\kappa(\ell)$$

$$P_\kappa(\ell) = \frac{9}{4} \Omega_m^2 \left(\frac{H_0}{c} \right)^4 \int_0^{\chi_{\max}} d\chi \frac{g^2(\chi)}{a^2(\chi)} P_\delta \left(k = \frac{\ell}{D_M(\chi)}, \chi \right)$$

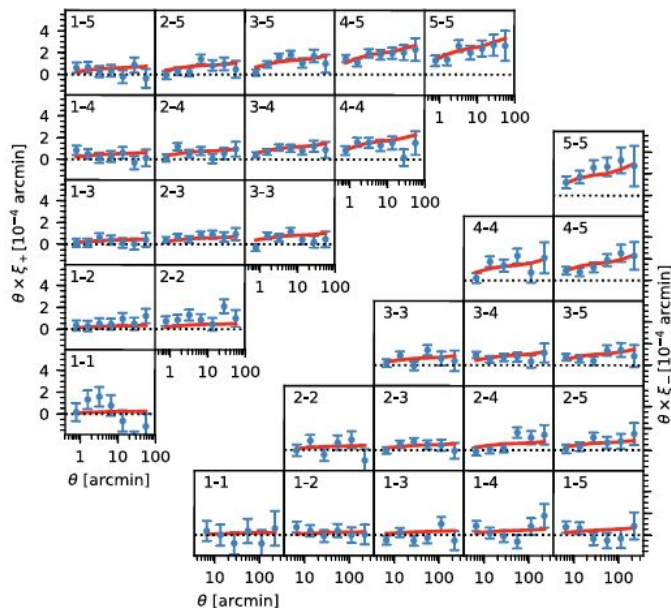
donde χ es la distancia comóvil (\sim redshift), g es la fractura, a es el factor de escala, y D_M es la distancia transversal comóvil.

A la izquierda se muestran las componentes auto- y cros- del espectro de potencias lineal (líneas cortadas) y no-lineal (líneas sólidas) entre 2 bins en redshift ($[0.5, 0.7]$ y $[0.9, 1.1]$).

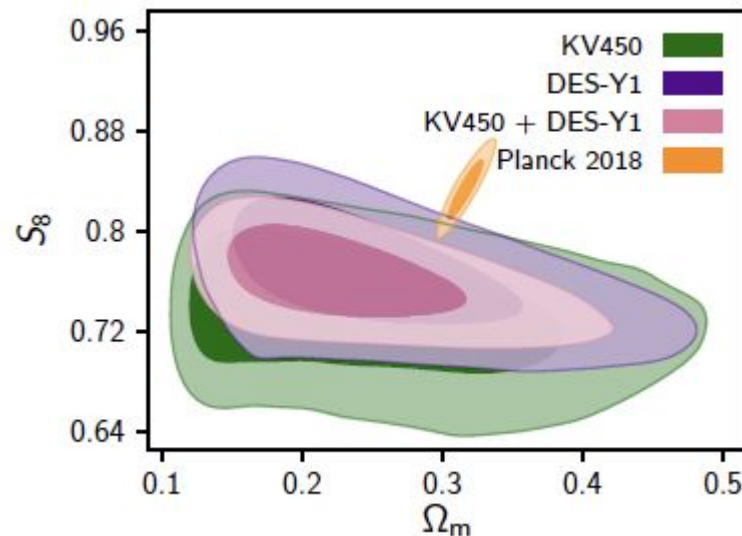
A la derecha, la derivada del espectro de potencias con distintos parámetros cosmológicos para $z = [0.9, 1.1]$.



Al efecto de lente gravitacional producido por la estructura a gran escala (en contraposición a una muestra específica de galaxias o cúmulos) se denomina **ruptura cósmica** (*cosmic shear*). La medición de este efecto ha sido uno de los principales objetivos de todos los proyectos de observación óptica post-SDSS (incluidos los planeados LSST y Euclid). Los resultados más recientes fueron presentados por el Kilo-Degree Survey (KiDS):



Hildebrandt et al. (2020)

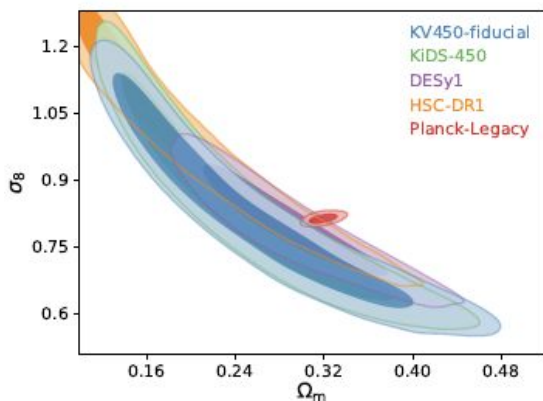


Joudaki et al. (2019)

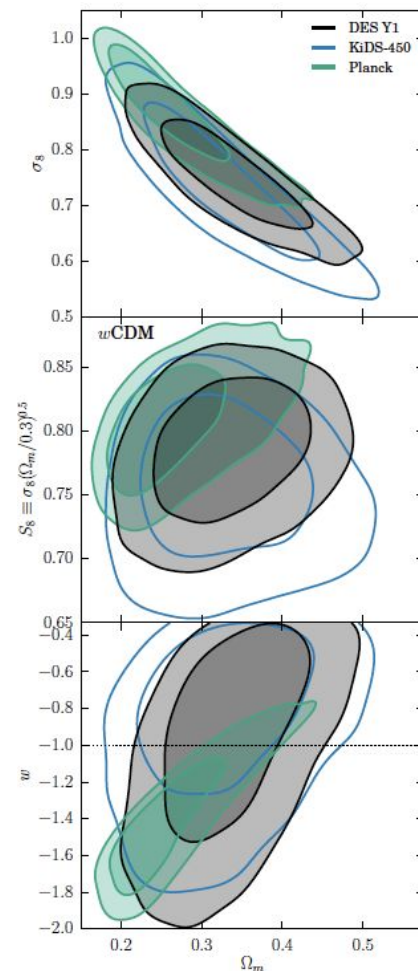
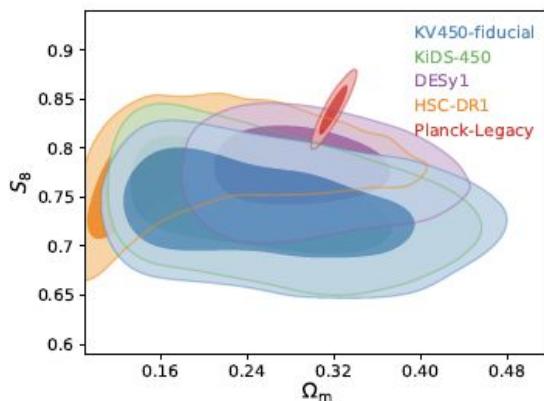
Como ya comentamos en el caso de cosmología con cúmulos de galaxias, la fortaleza de las mediciones del espectro de potencias de materia se maximiza en la proyección

$$S_8 \equiv \sigma_8 (\Omega_m / 0.3)^{0.5}$$

Aún así, en el presente estas mediciones no compiten con los resultados entregados por Planck - por el momento.



Hildebrandt et al. (2020)



Troxel et al. (2018)

Referencias

- Bonvin, V., et al., 2017. *H0LiCOW - V. New COSMOGRAIL time delays of HE 0435-1223: H_0 to 3.8 per cent precision from strong lensing in a flat Λ CDM model.* [MNRAS, 465, 4914](#)
- Hildebrandt, H., et al., 2020. *KiDS+VIKING-450: Cosmic shear tomography with optical and infrared data.* [A&A, 633, A69](#)
- Joudaki, S., et al., 2019. *KiDS+VIKING-450 and DES-Y1 combined: Cosmology with cosmic shear.* [arXiv:1906.09262](#)
- Kelly, P., et al., 2015. *Multiple images of a highly magnified supernova formed by an early-type cluster galaxy lens.* [Science, 347, 1123](#)
- Kelly, P., et al., 2016. *Deja Vu All Over Again: The Reappearance of Supernova Refsdal.* [ApJL, 819, 8](#)
- Kilbinger, M., 2015. *Cosmology with cosmic shear observations: a review.* [RPPh, 78, 086901](#)
- Treu, T., et al., 2016. *"Refsdal" Meets Popper: Comparing Predictions of the Re-appearance of the Multiply Imaged Supernova Behind MACSJ1149.5+2223.* [ApJ, 817, 60](#)
- Troxel, M., et al., 2018. *Dark Energy Survey Year 1 results: Cosmological constraints from cosmic shear.* [PhRvD, 98, 043528](#)