

Unidad III.

Estructura a gran escala

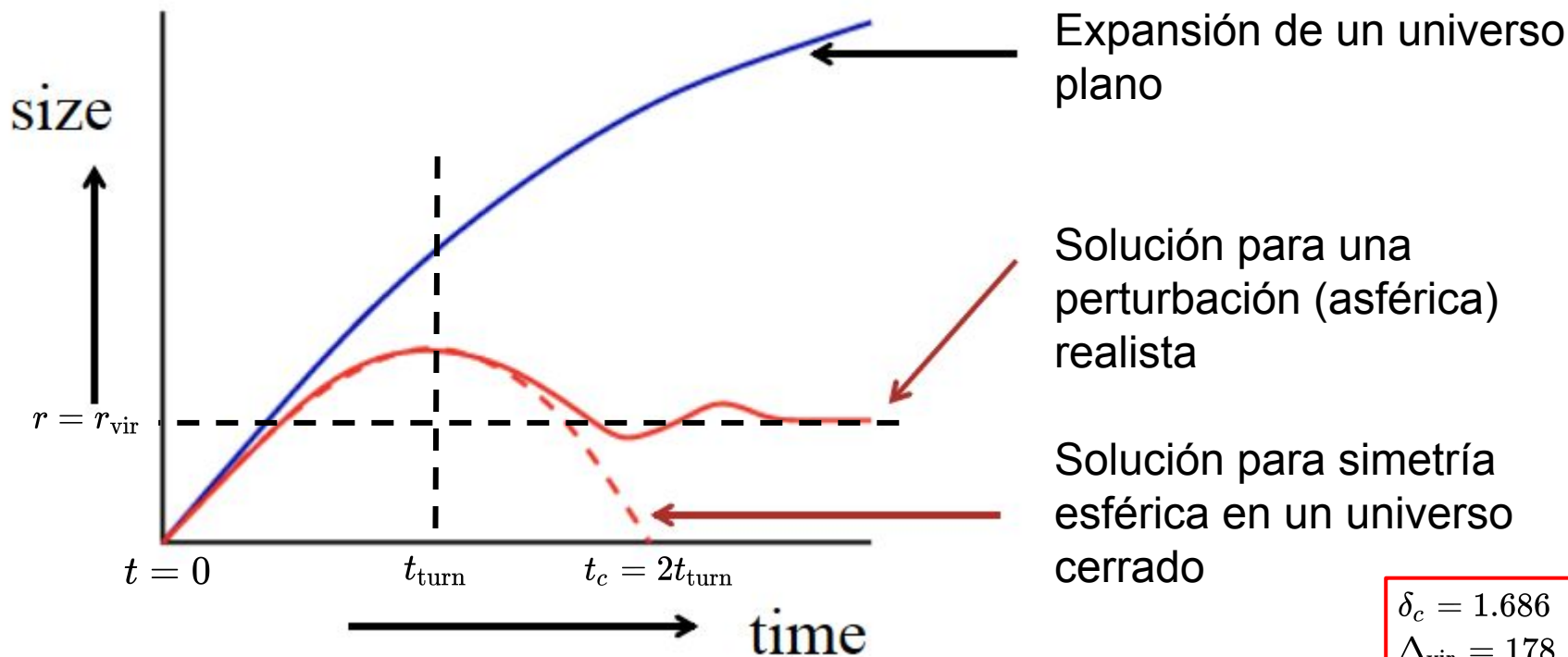
Unidad III.

Estructura a gran escala

Parte 2

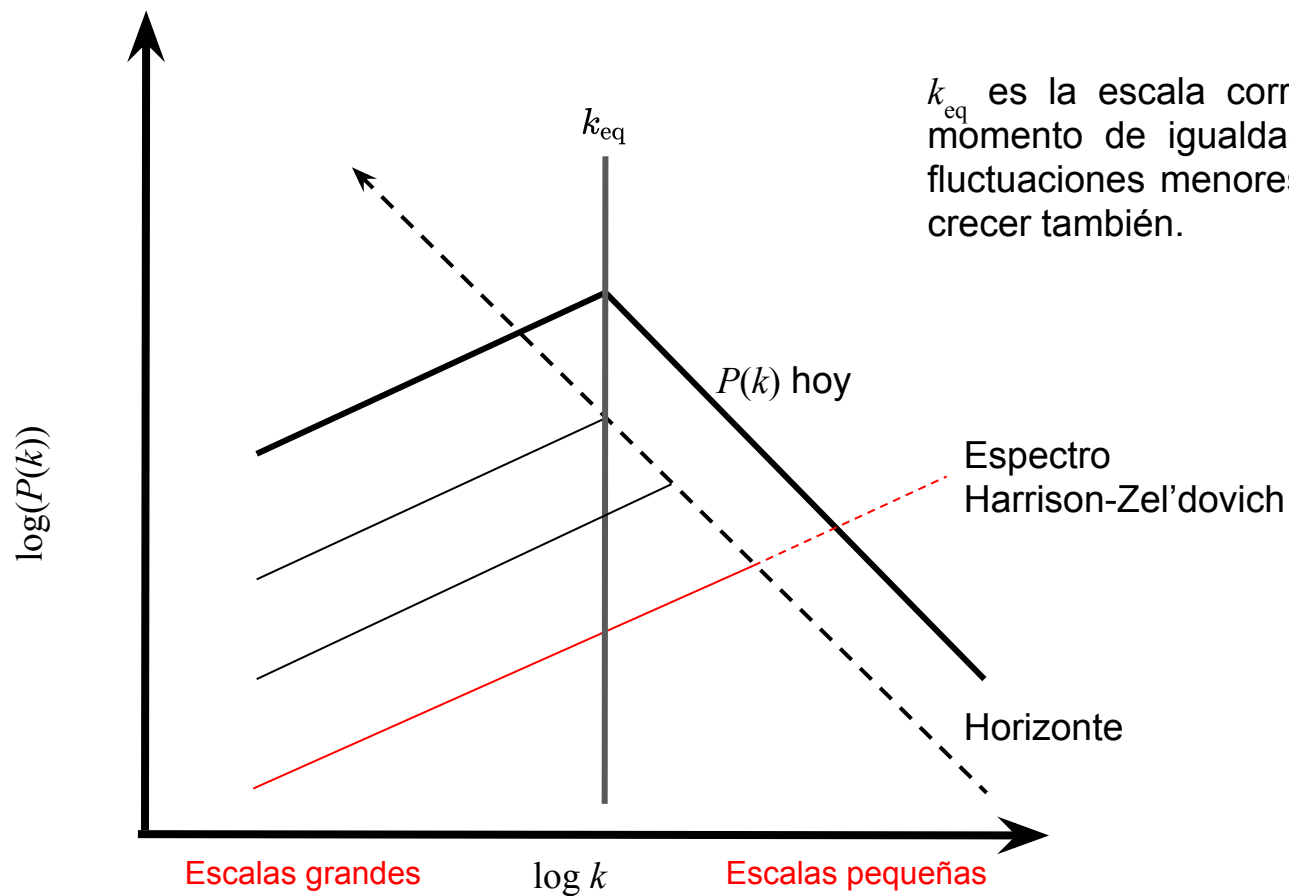
Recordatorio...

Esquema de colapso



Crédito: George Djorgovski

$$\begin{aligned}\delta_c &= 1.686 \\ \Delta_{\text{vir}} &= 178 \\ \delta &= \Delta - 1\end{aligned}$$



k_{eq} es la escala correspondiente al horizonte al momento de igualdad materia-radiación, cuando fluctuaciones menores al horizonte comenzaron a crecer también.

Abajo hay algunos ejemplos de cómo varía el espectro de potencias de materia para distintas cosmologías. (Las líneas verticales muestran k_{eq} .)

```
[68]: %matplotlib inline

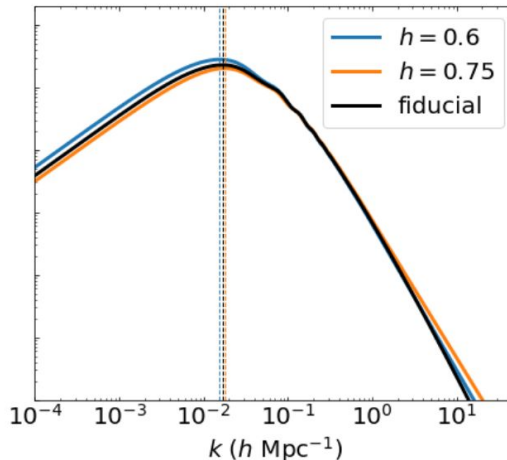
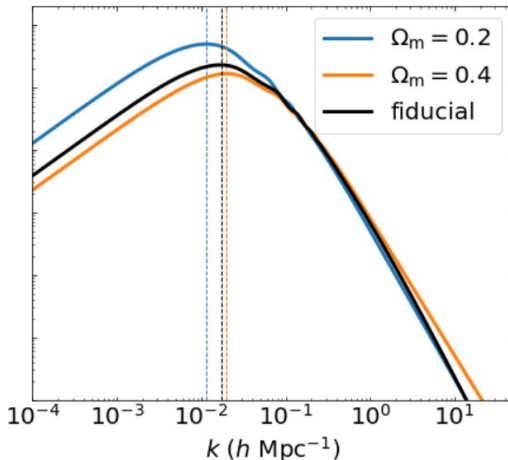
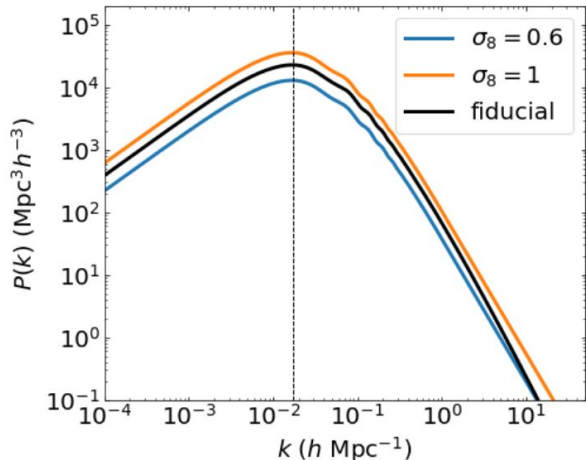
from astropy.cosmology import FlatLambdaCDM
from hmf import MassFunction
from itertools import count
from matplotlib import pyplot as plt, rcParams
import numpy as np

# parametros de Planck18
Tcmb0=2.725
h = 0.673
Om0 = 0.316
cparams_fid = dict(H0=100*h, Om0=Om0, Ob0=0.022/h**2, Tcmb0=Tcmb0)
cosmo_fid = FlatLambdaCDM(**cparams_fid)
sigma8_fid = 0.81
hmf_fiducial = MassFunction(
    cosmo_model=cosmo_fid, transfer_model='EH', sigma_8=sigma8_fid)

rcParams['font.size'] = 20
rcParams['lines.linewidth'] = 3
fig, axes = plt.subplots(figsize=(20,6), ncols=3)
# Variando amplitud de fluctuaciones
for i, s8 in enumerate((0.6, 1)):
    hmf = MassFunction(cosmo_model=cosmo_fid, sigma_8=s8)
    axes[0].plot(hmf.k, hmf.power, 'C{0}'.format(i), label=r'$\sigma_8={0}$'.format(s8))
    axes[0].axvline(hmf.k[np.argmax(hmf.power)], ls='--', color='C{0}'.format(i), lw=1)
# Variando densidad de materia (oscura)
for i, Om in enumerate((0.2, 0.4)):
    cparams = cparams_fid.copy()
```

```
cparams['Om0'] = Om
cparams['Ob0'] += (Om/Om0)
cosmo = FlatLambdaCDM(**cparams)
hmf = MassFunction(cosmo_model=cosmo, sigma_8=sigma8_fid)
axes[1].plot(hmf.k, hmf.power, 'C{0}'.format(i), label=r'$\Omega_m={0}$'.format(Om))
axes[1].axvline(hmf.k[np.argmax(hmf.power)], ls='--', color='C{0}'.format(i), lw=1)
# Variando curvatura
for i, h in enumerate((0.60, 0.75)):
    cparams = cparams_fid.copy()
    cparams['H0'] = 100*h
    cosmo = FlatLambdaCDM(**cparams)
    hmf = MassFunction(cosmo_model=cosmo, sigma_8=sigma8_fid)
    axes[2].plot(hmf.k, hmf.power, 'C{0}'.format(i), label=r'$h={0}$'.format(h))
    axes[2].axvline(hmf.k[np.argmax(hmf.power)], ls='--', color='C{0}'.format(i), lw=1)

for ax in axes:
    ax.plot(hmf_fiducial.k, hmf_fiducial.power, 'k-',
            label='fiducial')
    ax.axvline(hmf_fiducial.k[np.argmax(hmf_fiducial.power)], ls='--', color='k', lw=1)
    ax.legend()
    ax.set_xscale('log')
    ax.set_yscale('log')
    ax.set_xlim(1e-4, 50)
    ax.set_ylim(0.1, 2e5)
    ax.set_xlabel('$k$ ($h$ Mpc$^{-1}$)')
axes[0].set_ylabel('$P(k)$ (Mpc$^3 h^{-3}$)')
for ax in axes[1:]:
    ax.set_ylabel('$P(k)$ (Mpc$^3 h^{-3}$)')
    ax.set_yticklabels([])
fig.tight_layout()
```



Sigamos!

Cómo medimos el espectro de potencias?

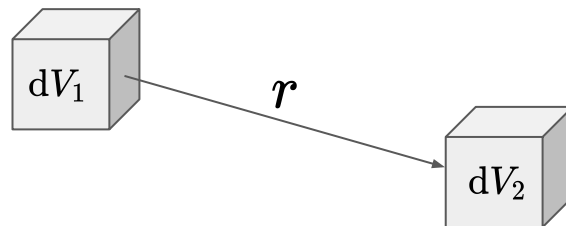
Como ya dijimos, el espectro de potencias es la transformada de Fourier de la función de correlación,

$$P(k) = \int d^3\mathbf{k} \xi(r) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \quad \text{con} \quad \xi(r) \equiv \langle \delta(\mathbf{x}) \delta(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \rangle$$

es decir, la función es el producto de densidades en dos posiciones separadas por una distancia r :

Se define la función de correlación como el exceso de probabilidad de encontrar un objeto en un volumen dV_2 a una distancia r de una partícula de prueba (que ocupa un volumen dV_1), respecto de la probabilidad dada una distribución aleatoria:

$$dP_{12} = \bar{n}^2 (1 + \xi(r)) dV_1 dV_2$$



Tomando en cuenta esta definición, la función de correlación se mide contando pares de galaxias dada una distancia r , y contrastando esa cuenta con aquella obtenida a partir de una distribución aleatoria de galaxias. Tres estimadores populares son:

Estimador estándar $w(r) = \frac{2DD}{RR} - 1$

Estimador de Landy-Szalay $w(r) = \frac{DD - 2DR + RR}{RR}$

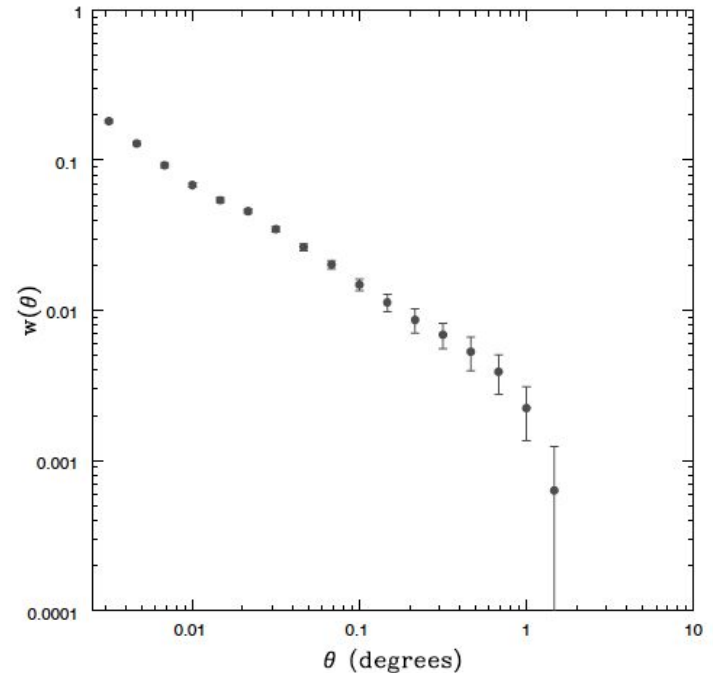
Estimador de Hamilton $w(r) = \frac{4DD \times DR}{(DR)^2 - 1}$

donde DD es número de pares medido a partir de los datos, RR es el número de pares medido a partir de una distribución aleatoria, y DR es el número de pares combinando ambos catálogos.

El estimador de Landy-Szalay es el estimador de preferencia, porque es más preciso a escalas grandes que otros estimadores, y requiere relativamente menos muestras aleatorias (Kerscher+00).

Abajo, la función de correlación (en unidades angulares) de galaxias usando el primer catálogo de SDSS (Connolly+02). Esta función es típicamente parametrizada como una ley de potencias,

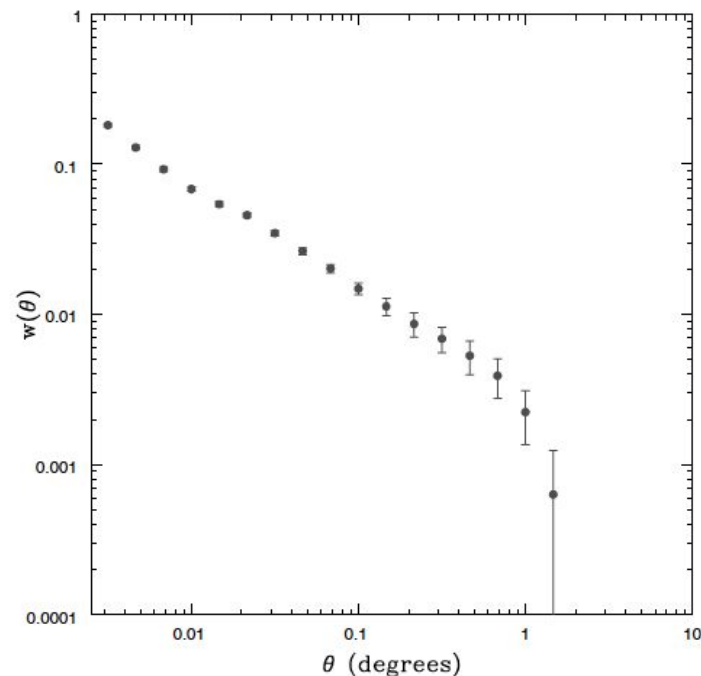
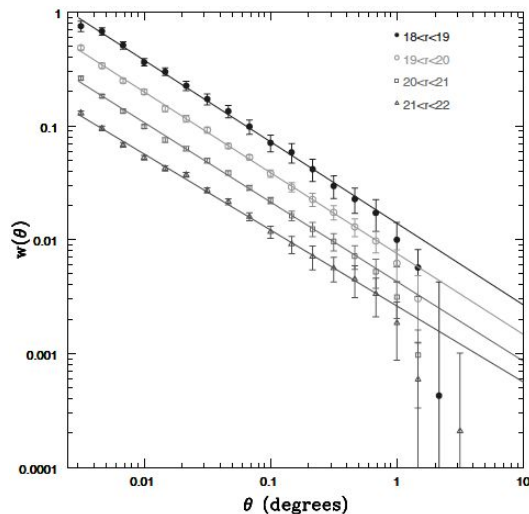
$$\xi_g(r) = \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-\gamma}$$



Abajo, la función de correlación (en unidades angulares) de galaxias usando el primer catálogo de SDSS (Connolly+02). Esta función es típicamente parametrizada como una ley de potencias,

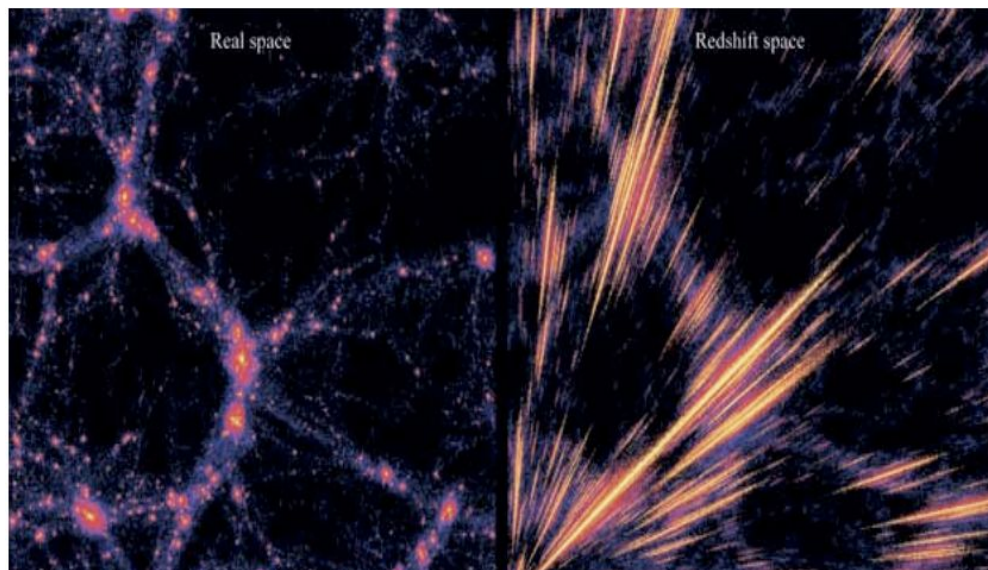
$$\xi_g(r) = \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-\gamma}$$

Galaxias más brillantes tienen una correlación más fuerte, pero todas siguen la misma ley de potencias. Así mismo, galaxias rojas (que típicamente habitan cúmulos de galaxias) tienen una correlación más alta que galaxias azules.



Distorsiones en espacio de redshift

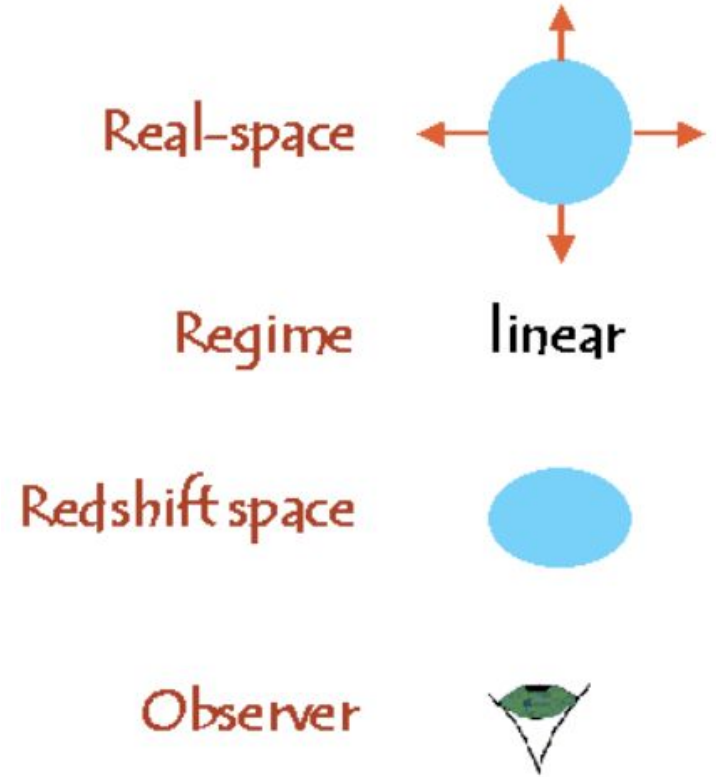
Las distancias a las que nos hemos referido hasta ahora son distancias en 3 dimensiones. En la práctica, medimos distancias en dos dimensiones y velocidades en la tercera, que como ya dijimos son la combinación de la velocidad del Flujo de Hubble (cosmológica) y las velocidades peculiares de cada galaxia.



Crédito: Cristiano Porciani

Qué vemos entonces?

Consideremos un grupo de galaxias que están cerca de 'girar' hacia el colapso. La gravedad disminuye la velocidad con que las galaxias se alejan unas de otras por la expansión del Universo, por lo que al convertir las velocidades en distancias el grupo se ve ligeramente achatado en la dirección del redshift.

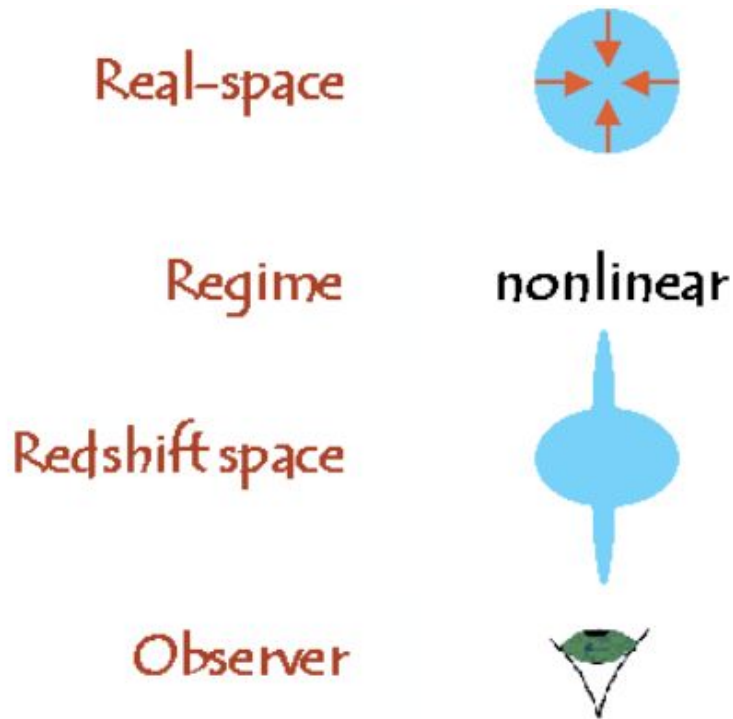


Qué vemos entonces?

Consideremos un grupo de galaxias que están cerca de 'girar' hacia el colapso. La gravedad disminuye la velocidad con que las galaxias se alejan unas de otras por la expansión del Universo, por lo que al convertir las velocidades en distancias el grupo se ve ligeramente achatado en la dirección del redshift.

Pero al virializarse, las grandes velocidades que alcanzan las galaxias generan un efecto de estiramiento en la dirección del redshift (ver imagen anterior). Este efecto se conoce como **Distorsión de Espacio de Redshift** (RSD), o efecto Dedos de Dios (Finger of God).

Este efecto (también) fue descrito por primera vez por Nick Kaiser (Kaiser87).

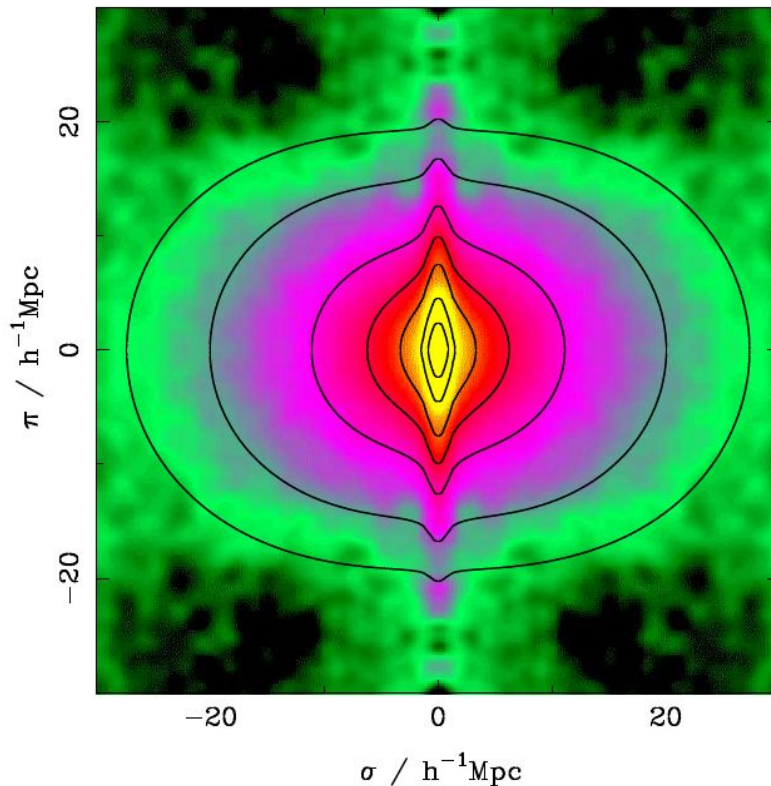


Qué vemos entonces?

Consideremos un grupo de galaxias que están cerca de 'girar' hacia el colapso. La gravedad disminuye la velocidad con que las galaxias se alejan unas de otras por la expansión del Universo, por lo que al convertir las velocidades en distancias el grupo se ve ligeramente achatado en la dirección del redshift.

Pero al virializarse, las grandes velocidades que alcanzan las galaxias generan un efecto de estiramiento en la dirección del redshift (ver imagen anterior). Este efecto se conoce como **Distorsión de Espacio de Redshift** (RSD), o efecto Dedos de Dios (Finger of God).

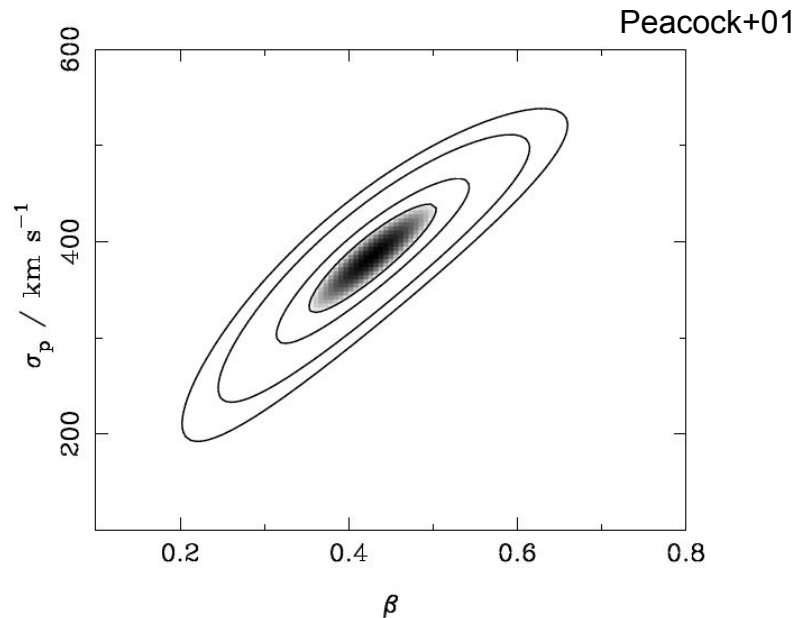
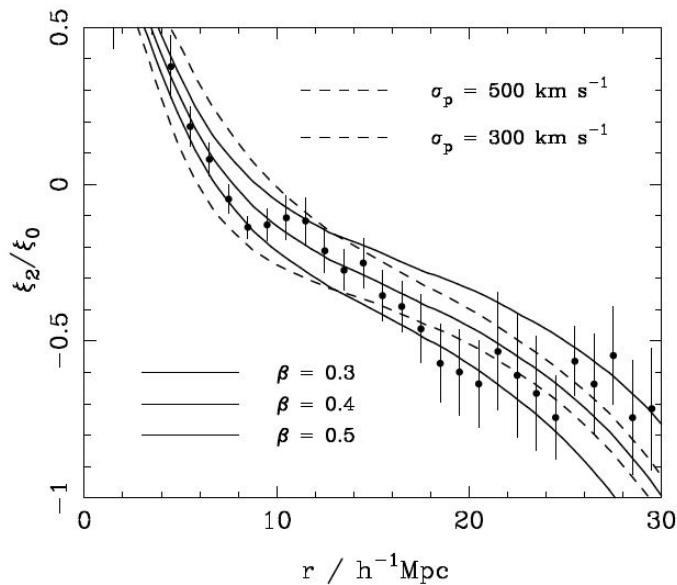
Este efecto (también) fue descrito por primera vez por Nick Kaiser (Kaiser87).



2dFGRS (Peacock+01)

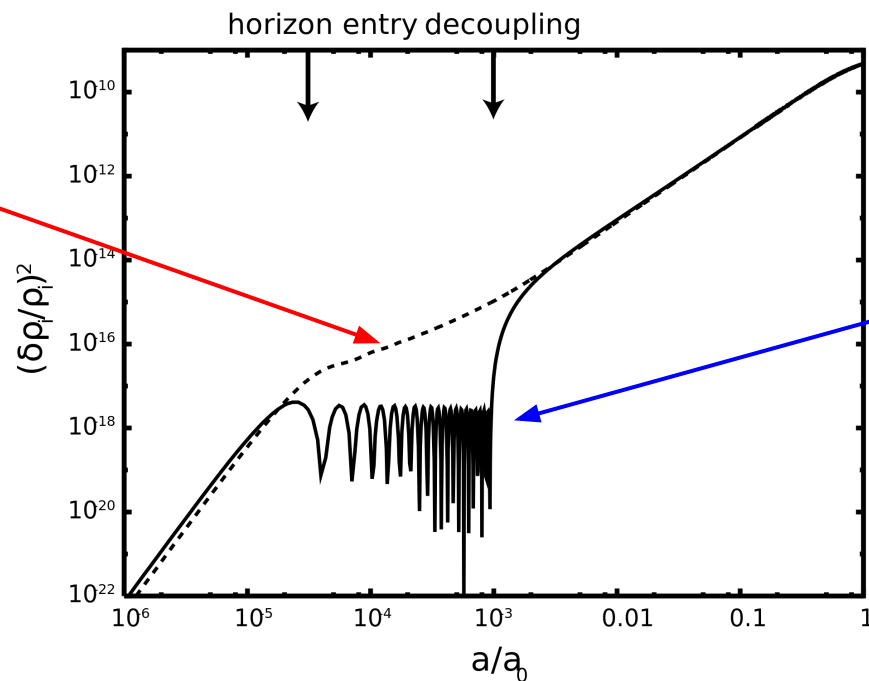
El efecto RSD depende de la densidad de materia en el Universo, ya que las galaxias caen más o menos rápido hacia estructuras más grandes según ella. De hecho, la función de correlación depende del parámetro

$$\beta \equiv \frac{\Omega_m^{0.6}}{b_g}$$



Es evidente que el sesgo de galaxias también es vital para poder extraer cosmología de la correlación de galaxias.

Pero recordemos que fluctuaciones del tamaño del horizonte quedaron congeladas al momento de recombinación. Al entrar en el horizonte, las perturbaciones de materia bariónica oscilan rápidamente hasta que se produce la recombinación. Estas oscilaciones dejan su marca en el espectro de potencias de materia, como se ve a la derecha, y se les conoce como **Oscilaciones acústicas de bariones** (BAO en inglés).



Materia oscura, no interactúa con fotones

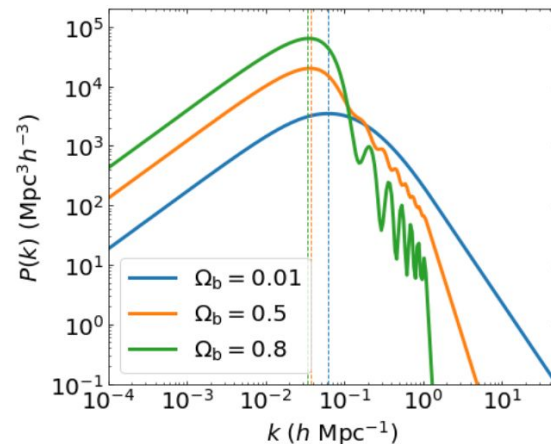
Oscilaciones acústicas de bariones desde su entrada en el horizonte hasta la recombinación

Cómo se refleja esto en el espectro de potencias de materia?

```
[1]: %matplotlib inline
from astropy.cosmology import FlatLambdaCDM, Planck15
from hmf import MassFunction
from matplotlib import pyplot as plt, rcParams
import numpy as np

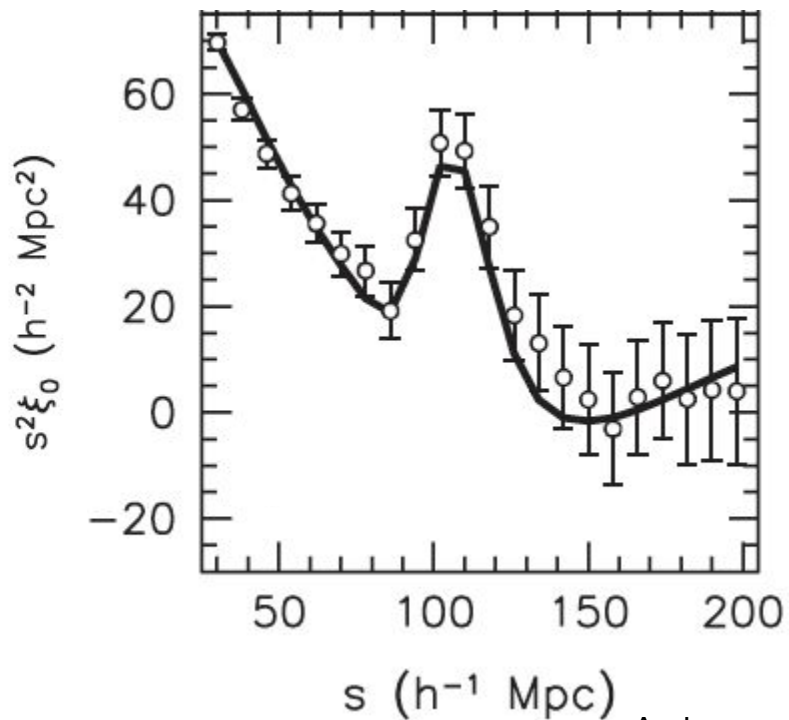
sigma8 = 0.81
h = Planck15.h
cparams_edss = {'H0': 100*h, 'Om0': 1, 'Tcmb0': Planck15.Tcmb0}
cosmo_edss = FlatLambdaCDM(**cparams_edss)

rcParams['font.size'] = 20
rcParams['lines.linewidth'] = 3
fig, ax = plt.subplots(figsize=(7,6))
# Variando Omega_b
for i, Ob in enumerate((0.01, 0.5, 0.8)):
    cparams = cparams_edss.copy()
    cparams['Ob0'] = Ob
    cosmo = FlatLambdaCDM(**cparams)
    hmf = MassFunction(cosmo_model=cosmo, sigma_8=sigma8)
    if abs(Ob/cparams['Om0'] - 1) < 0.01:
        label = r'$\Omega_{\mathrm{b}}=\Omega_{\mathrm{m}}={0}$'.format(Ob)
        print(hmf.power)
    else:
        label = r'$\Omega_{\mathrm{b}}={0}$'.format(Ob)
    ax.plot(hmf.k, hmf.power, 'C{0}'.format(i), label=label)
    ax.axvline(hmf.k[np.argmax(hmf.power)], ls='--', color='C{0}'.format(i), lw=1)
ax.legend()
ax.set_xscale('log')
ax.set_yscale('log')
ax.set_xlim(1e-4, 50)
ax.set_ylim(0.1, 2e5)
ax.set_xlabel('$k$ ($h$ Mpc$^{-1}$)')
ax.set_ylabel('$P(k)$ (Mpc$^3h^{-3}$)')
```

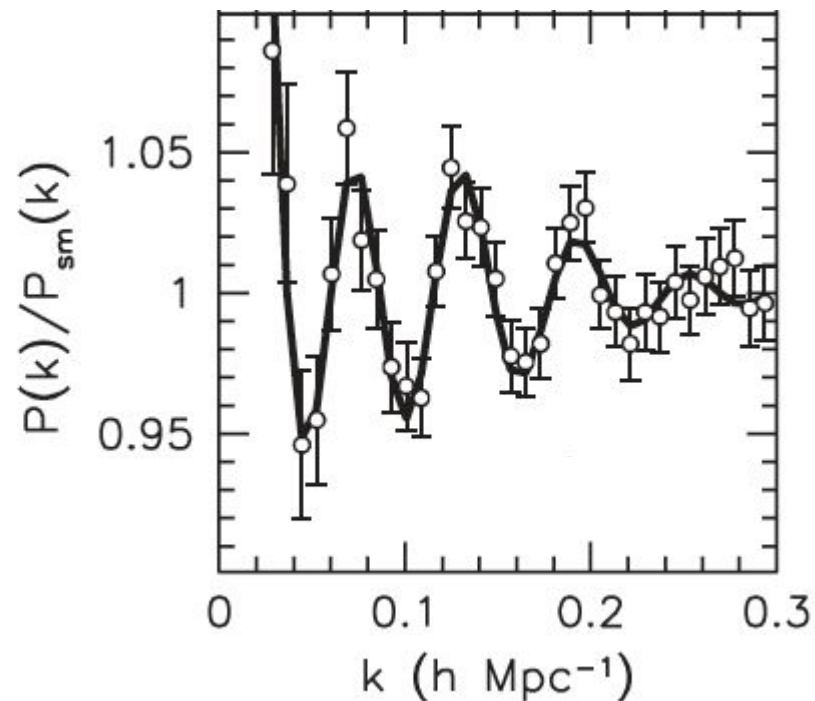


Las oscilaciones del campo de densidad de materia se ven reflejadas también en el espectro de potencias, y por lo tanto esperaríamos verlas en la función de correlación.

Esta característica fue observada por primera vez en 2005 por Eisenstein+ usando SDSS, y es una de las historias de éxito más espectaculares del modelo Λ CDM.



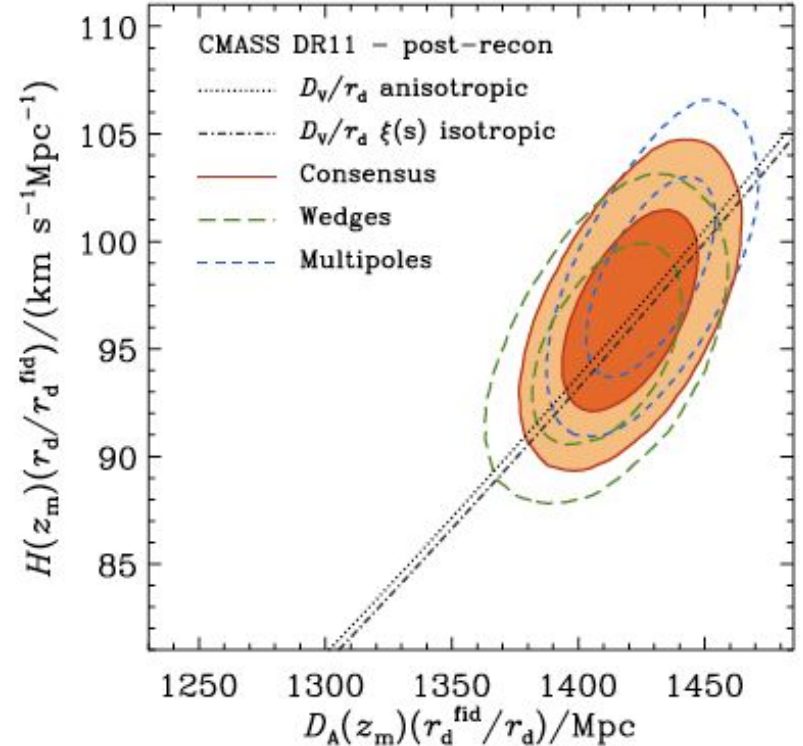
Anderson+14



La escala de BAO ofrece una regla estándar cosmológica, pues establece el tamaño del horizonte en el momento de recombinación, tomando en cuenta la prescripción de expansión de cada modelo cosmológico. En particular, BAO miden la cantidad

$$D_V \equiv [cz(1+z)^2 D_A(z)^2 H^{-1}(z)]^{1/3}$$

que tiene unidades de distancia. Recordemos que la distancia angular y el parámetro de Hubble dependen de la composición del Universo a través del parámetro $E(z)$.



Función de correlación en dos dimensiones

El análisis anterior requiere la capacidad de medir distancias en 3 dimensiones (y corregir por el efecto RSD). En muchas situaciones, sólo contamos con información de la posición en el cielo de una muestra de galaxias. Para estos casos, la **ecuación de Limber** nos permite calcular la función de correlación *angular* a partir de la correlación (teórica) en 3 dimensiones:

$$w(\theta) = \int dz p^2(z) \int d(\Delta z) \times \xi_g \left(\sqrt{[D_A(z)\theta]^2 + \left(\frac{dD}{dz}\right)^2 (\Delta z)^2} \right)$$

donde $p(z)$ es la distribución de redshifts de las galaxias utilizadas y Δz es la incerteza en el redshift. Por supuesto, al hacer esto estamos perdiendo información valiosa, pero a veces no tenemos alternativa.

Pero en este caso, cómo determinamos $p(z)$ (y Δz)?

Redshifts fotométricos

Qué sucede si no contamos con suficientes mediciones espectroscópicas de redshift? Obtener el espectro de una galaxia es mucho más costoso que obtener imágenes, y es absolutamente imposible obtener espectros de suficientes galaxias al límite de sensibilidad de las imágenes existentes. Si sólo nos quedáramos con los redshifts obtenidos a partir de espectros, limitaríamos mucho nuestras posibilidades. Esto aplica a todo tipo de estudios relacionados a galaxias, pero en particular haría *imposible* dos campos que requieren de (1) mediciones del efecto de lente gravitacional débil, y (2) la identificación de galaxias en el ‘amanecer cósmico’, a $z > 6$.

En este sentido, podemos pensar en una medición fotométrica como un espectro de muy baja resolución. De hecho,

$$F_f = \int d\lambda T_f(\lambda) S(\lambda)$$

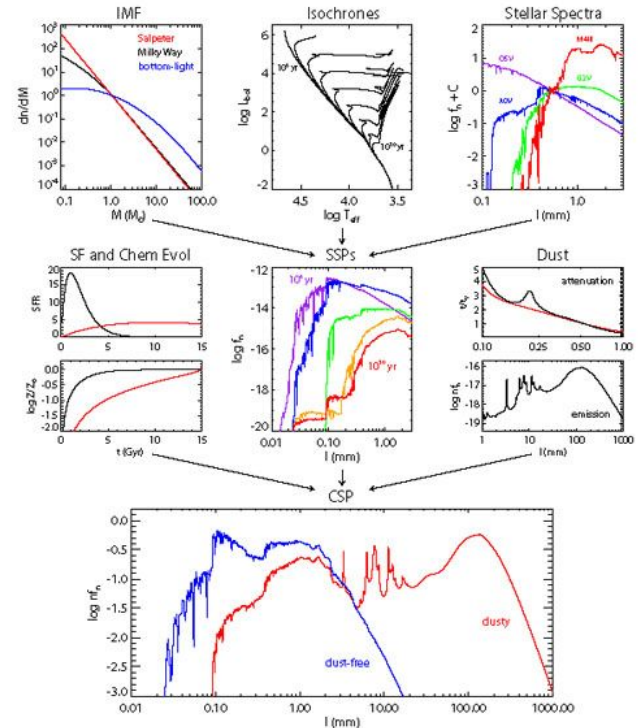
donde f es un filtro fotométrico con una cierta transmisibilidad T , y S es el espectro. Por lo tanto, a partir de datos fotométricos podemos reconstruir el espectro de una fuente. Esto requiere un entendimiento del proceso generativo del espectro, un área de estudios que se conoce como **síntesis de poblaciones**.

Así por ejemplo, una galaxia que forma estrellas vigorosamente tiene un espectro azul, con líneas de emisión características, principalmente de hidrógeno y oxígeno en el óptico, mientras las galaxias que dejaron de formar estrellas hace mucho tiempo típicamente han acumulado un halo de gas frío que produce líneas de absorción.

Como se ilustra a la derecha, existen 5 ingredientes principales requeridos para generar un espectro teórico:

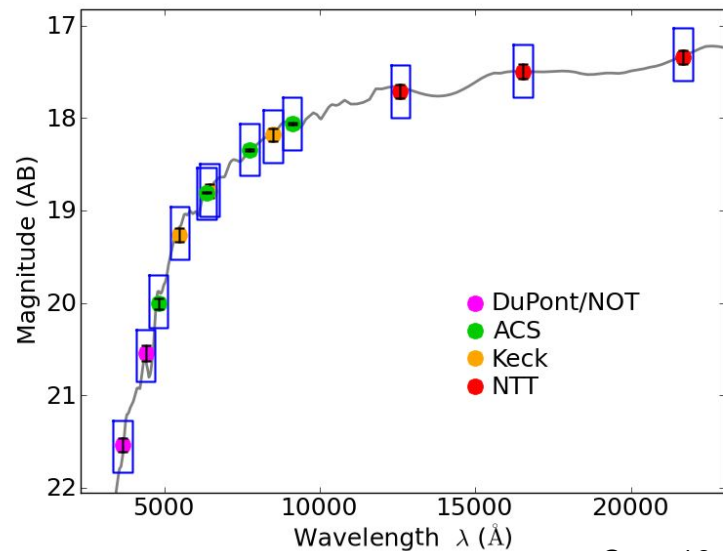
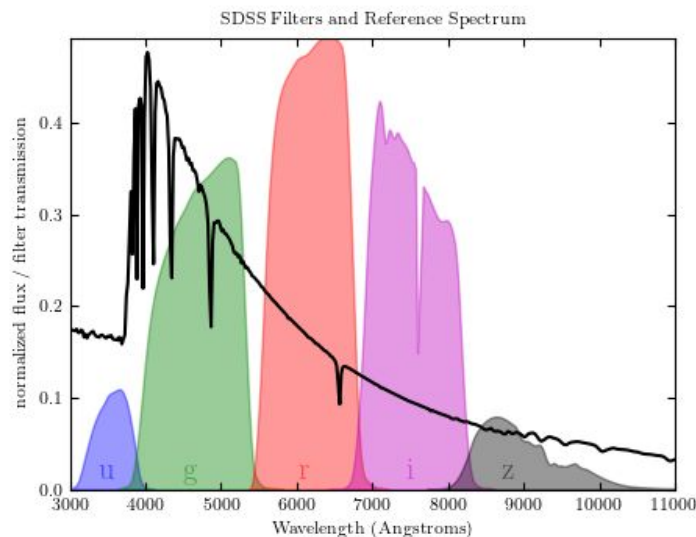
- **Características de las estrellas:**
 - *Isócronas*: los caminos que siguen distintas estrellas en el diagrama H-R durante su evolución
 - *Espectros estelares*
- **Características de las galaxias:**
 - *Función Inicial de Masa (IMF)*
 - *Tasa de formación de estrellas*
 - *Distribución y evolución de nubes de polvo*

La combinación de estos elementos permite construir un espectro galáctico sintético.



Con suficientes observaciones, podemos determinar la **distribución espectral de energía** (Spectral Energy Distribution, SED) de una galaxia, la que a su vez podemos comparar con nuestra base de datos (o modelo generativo) de espectros de galaxias para determinar el espectro probable de tal galaxia.

A la izquierda se muestran los filtros, o bandas, usados por SDSS y replicados por la mayoría de los observatorios ópticos posteriores, con el espectro de una galaxia elíptica típica superpuesto. A la derecha, un ejemplo de una galaxia observada con 12 filtros cubriendo desde el óptico hasta el infrarrojo medio. El espectro de esta galaxia se puede determinar con gran confianza.

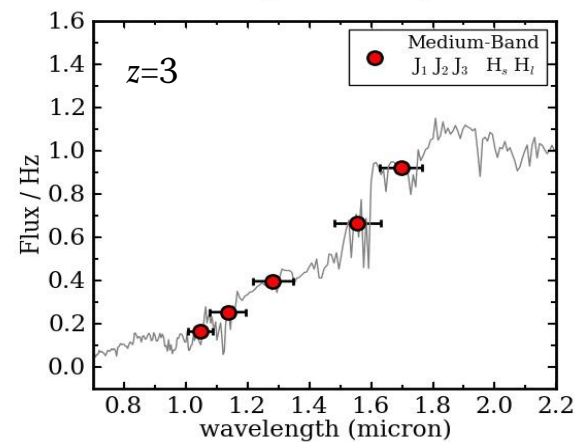
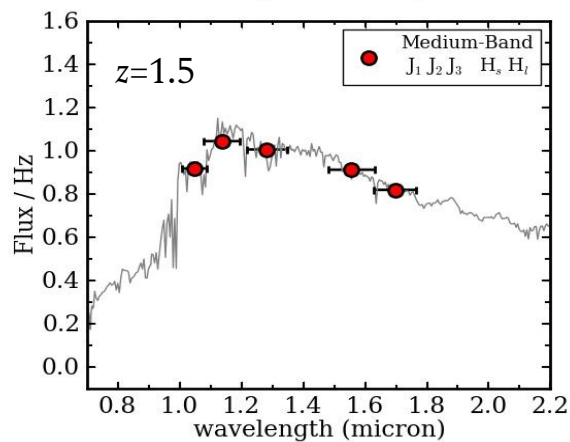
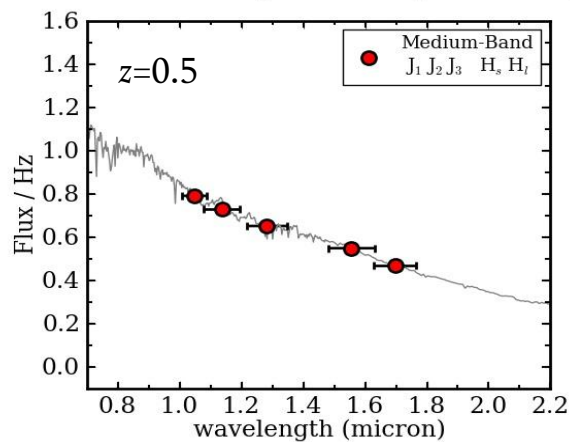


Fuente: [AstroML](#)

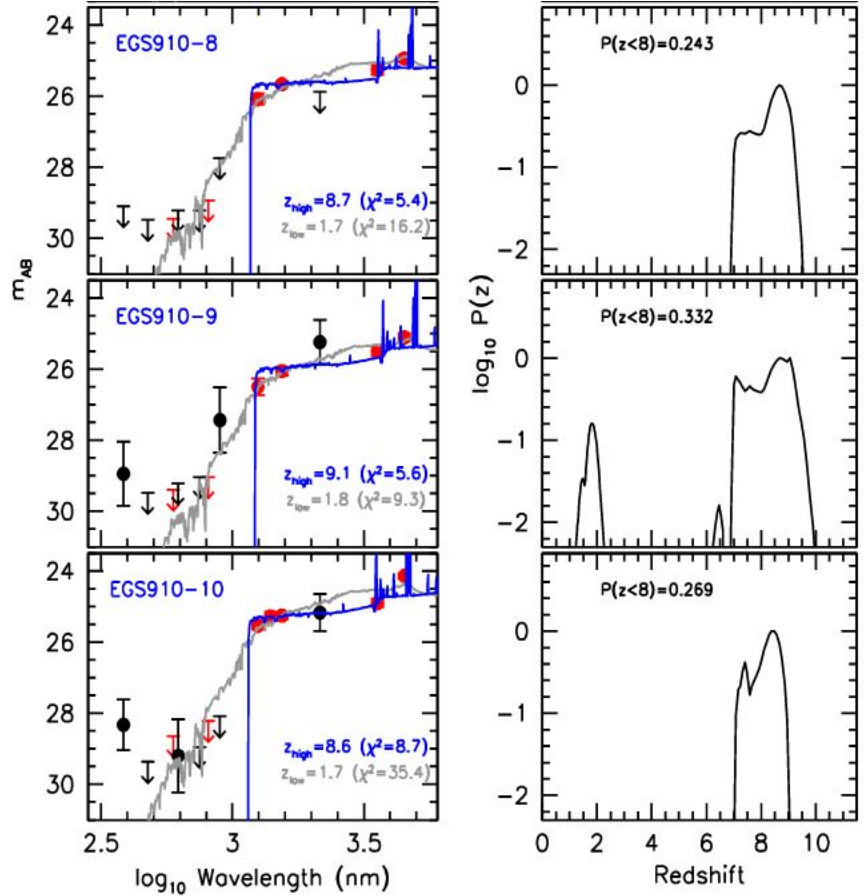
Coe+10

Podemos además incorporar, en la determinación de la SED de la galaxia, la posibilidad de que el espectro esté corrido al rojo por una cantidad $1 + z$, y determinar la combinación de espectro y redshift que mejor se ajusta a las observaciones. En [esta animación](#) se observa cómo el flujo en cada filtro va cambiando a medida que aumenta el redshift (es decir, la distancia), para una galaxia en particular.

Por supuesto, la precisión de estos redshifts fotométricos (hasta 1-2% en casos favorables) es notoriamente inferior a la de un redshift obtenido espectroscópicamente ($\sim 0.02\%$). Esta disminución de precisión debe ser tomada en cuenta al momento de usar redshifts obtenidos por medio de fotometría.



A la derecha se ve el resultado de uno de estos ejercicios, tratando de encontrar las galaxias más distantes del Universo (Bouwens+19). Los puntos son observaciones fotométricas muy profundas; la curva gris es el espectro usado como modelo a bajo redshift; y la curva azul es el espectro modelo a alto redshift. En los gráficos de la derecha se muestran las distribuciones de probabilidad resultantes. (Un redshift espectroscópico sería una función delta de Dirac.)



Referencias

- Bouwens, R., et al., 2019. *Newly Discovered Bright $z \sim 9-10$ Galaxies and Improved Constraints on Their Prevalence Using the Full CANDELS Area.* [ApJ, 880, 25](#)
- Coe, D., et al., 2010. *A High-resolution Mass Map of Galaxy Cluster Substructure: LensPerfect Analysis of A1689.* [ApJ, 723, 1678](#)
- Colless, M., et al., 2001. *The 2dF Galaxy Redshift Survey: spectra and redshifts.* [MNRAS, 328, 1039](#)
- Connolly, A., et al., 2002. *The Angular Correlation Function of Galaxies from Early Sloan Digital Sky Survey Data.* [ApJ, 579, 42](#)
- Eisenstein, D., et al., 2005, *Detection of the Baryon Acoustic Peak in the Large-Scale Correlation Function of SDSS Luminous Red Galaxies.* [ApJ, 633, 560](#)
- Huchra, J., 1983. *A Survey of Galaxy Redshifts. IV. The Data.* [ApJS, 52, 89](#) (La página del abstract está incorrecta)
- Jones, H., et al., 2009. *The 6dF Galaxy Survey: final redshift release (DR3) and southern large-scale structures.* [MNRAS, 355, 747](#)
- Kaiser, N., 1987. *Clustering in real space and in redshift space.* [MNRAS, 227, 1](#)
- Kerscher, M., et al., 2000. *A Comparison of Estimators for the Two-Point Correlation Function.* [ApJ, 535, L13](#)
- Peacock, J., et al., 2001. *A measurement of the cosmological mass density from clustering in the 2dF Galaxy Redshift Survey.* [Nature, 410, 169](#)

Unidad III.

Estructura a gran escala

Parte 3