

Unidad V.

Fondo Cósmico de Microondas

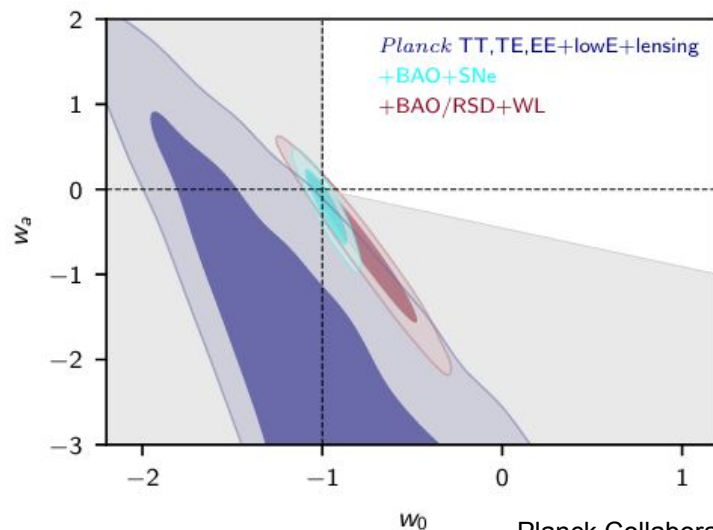
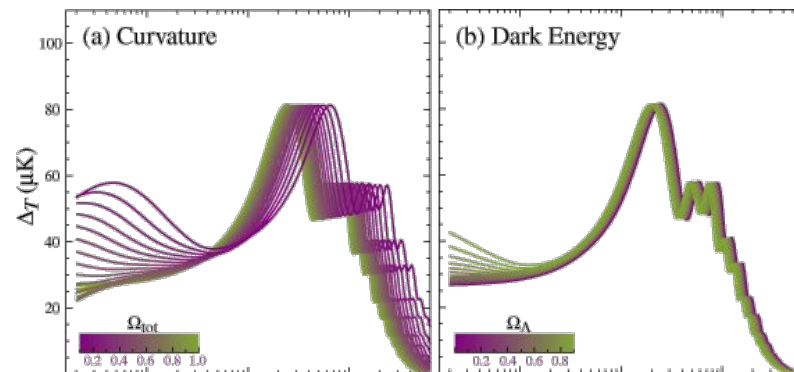
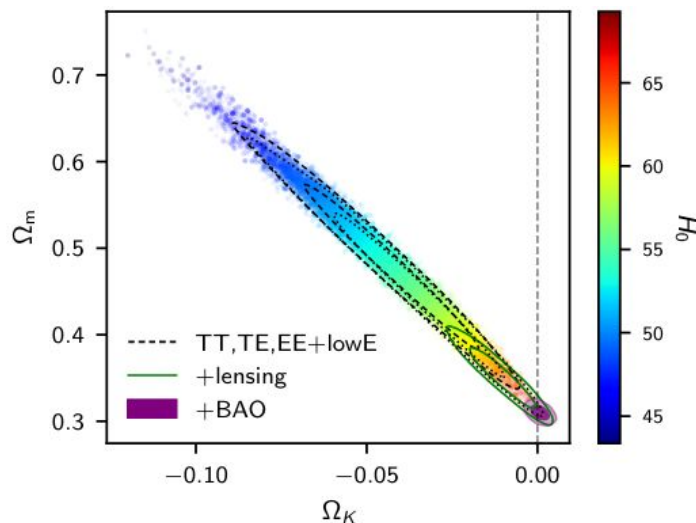
Parte 5: Cros-correlaciones y Estadísticas de mayor orden

Recordatorio...

Extensiones a Λ CDM

BAO resultan cruciales para romper degeneración curvatura- H_0

+SN la se puede restringir la ecuación de estado de energía oscura



Sigamos!

Cros-correlaciones con el CMB

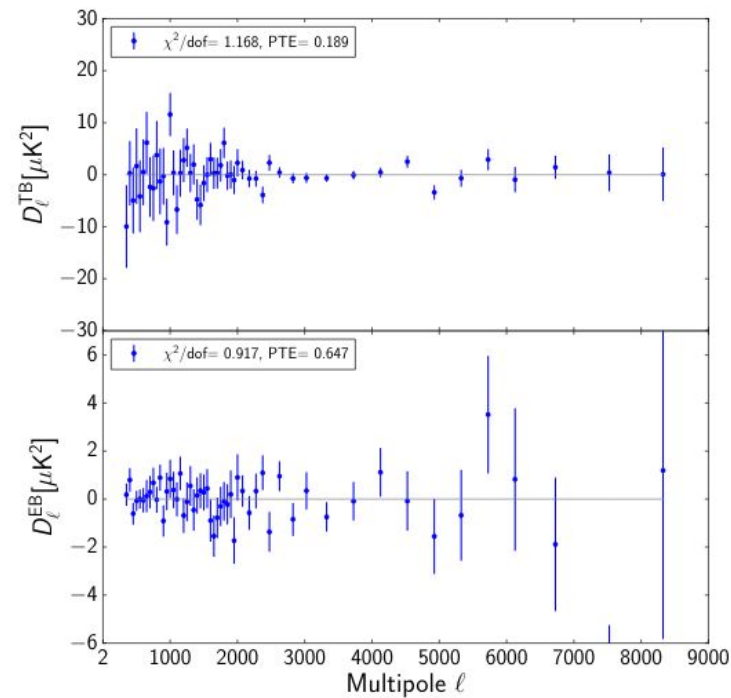
Como hemos visto, los fotones del CMB son influenciados de muchas maneras por las estructuras en su camino hacia nosotros, sufriendo efectos tanto gravitacionales como de dispersión. Además, a partir de las fluctuaciones impresas en el CMB *se formaron* estas mismas estructuras. Por lo tanto, debería haber mucha información en común entre el CMB y la estructura a gran escala a bajo redshift.

Ya vimos, por ejemplo, cómo la cros-correlación de la temperatura del CMB con las posiciones de galaxias (i.e., $\langle T_g \rangle$) permite acotar la intensidad del efecto ISW y con esto establecer límites sobre la parametrización de la energía oscura (aunque los resultados no son competitivos aún).

Veamos algunos otros ejemplos específicos.

Efectos sistemáticos residuales

El primer ejercicio de cros-correlación que debe hacerse siempre, es buscar señal donde no debería haberla, para identificar errores sistemáticos que puedan contaminar nuestras mediciones. Por ejemplo, la temperatura del CMB no debería correlacionar con la Galaxia. Similarmente, por simetría, la cros-correlación de la temperatura con los modos B de polarización deben ser cero, como se muestra a la derecha para ACTPol.

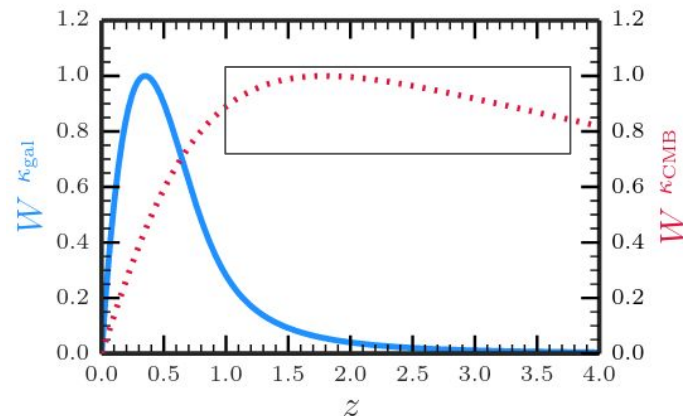


El fondo cósmico infrarrojo

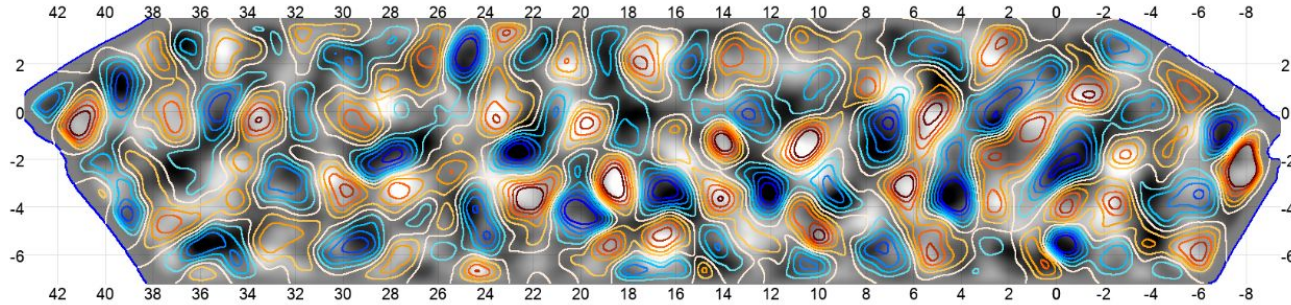
El polvo en las galaxias absorbe la luz óptica emitida por estrellas y la re-radía en longitudes de onda de infrarrojo lejano y submm. El polvo se genera en estrellas como residuo de la fusión nuclear, y por lo tanto galaxias con altas tasas de formación estelar tienden a tener un alto contenido de polvo.

Existe un tipo de galaxias encontrada principalmente a redshifts 2-4, que tienen una alta tasa de formación estelar (hasta cientos de masas solares por año) y también un alto contenido de polvo: las *dusty star forming galaxies*, DSFGs, que son invisibles en el óptico e infrarrojo cercano pero muy luminosas (y numerosas) en el infrarrojo lejano y submm.

A pesar de esto, la mayoría de estas galaxias no pueden aún detectarse individualmente, y en cambio contribuyen al Fondo Cósmico Infrarrojo (Cosmic Infrared Background, CIB). El CIB traza, por lo tanto, la distribución de materia a alto redshift - precisamente a los redshifts que mayor eficiencia tienen para producir el efecto de lente gravitacional en el CMB.



Por esto, el CIB está altamente correlacionado con el efecto de lente gravitacional medido en el CMB.



Efecto lente en el CMB medido por ACT (contornos) comparado con CIB (gris)

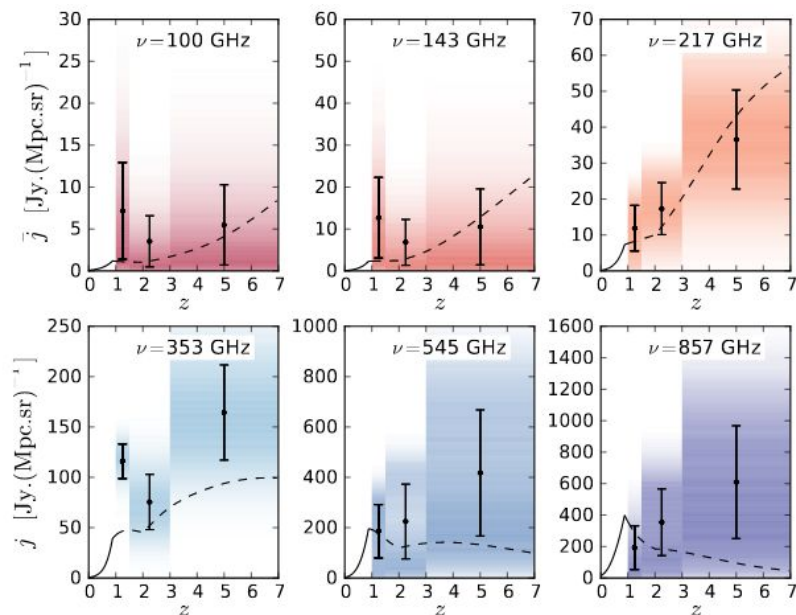
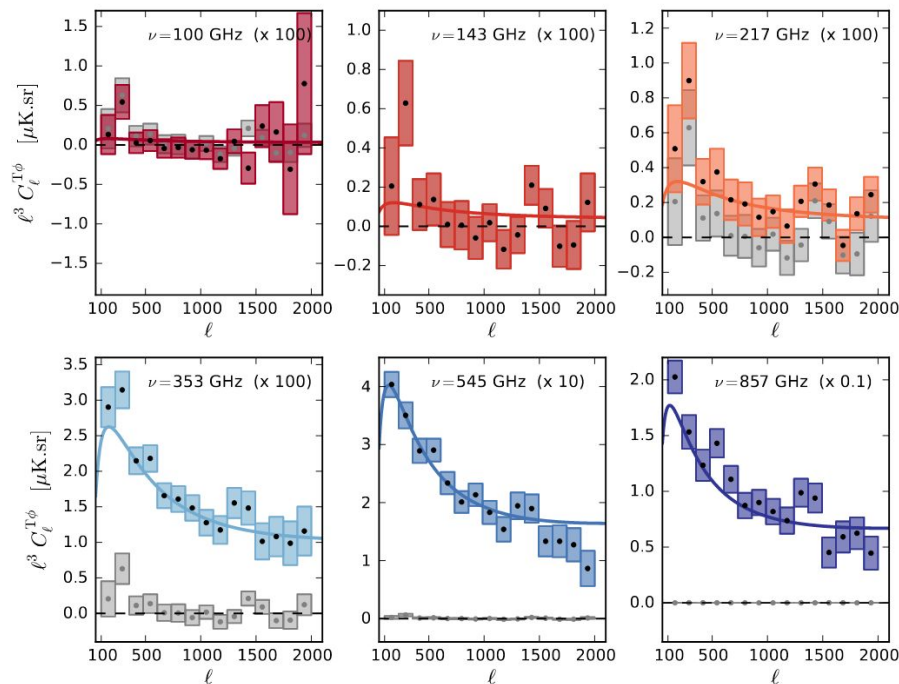
Darwish et al. (2020)

Recuerden que el campo de lente gravitacional del CMB es en sí una función de dos puntos:

$$\bar{\kappa}^{XY}(\mathbf{L}) = A^{XY}(\mathbf{L}) \int \frac{d^2\ell}{(2\pi)^2} X(\ell) Y(\mathbf{L} - \ell) f^{XY}(\ell, \mathbf{L})$$

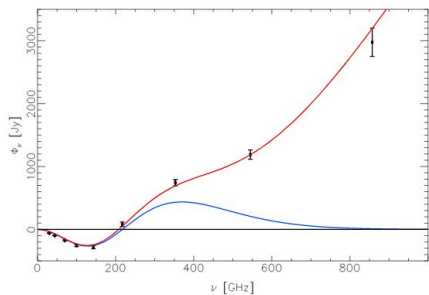
por lo que cros-correlaciones que involucran el campo κ son en realidad funciones de tres (o más puntos), pero olvidémonos de esto por el momento (más sobre funciones de alto orden en breve).

Usando un modelo de halo, se puede traducir esta cros-correlación en la masa efectiva de las galaxias que contribuyen al CIB. En este caso, esto se ha traducido a una emisividad efectiva, dado que esta cantidad se puede incorporar más directamente en modelos para interpretar observaciones.



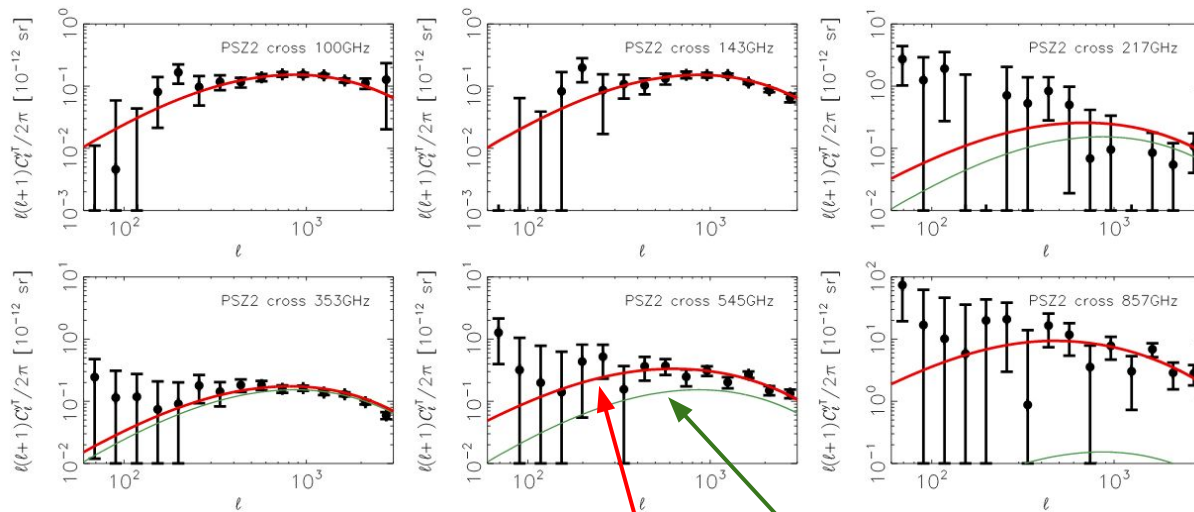
También se puede calcular la cross-correlación entre el efecto tSZ y el CIB, lo que nos enseña sobre la contribución de galaxias en cúmulos al CIB:

Brillo promedio en la dirección de cúmulos de galaxias en cada una de las bandas de Planck:



Modelo:

$$\begin{aligned}
 C_{\ell}^{\nu,\nu'} &= A_{\text{tSZ}} g(\nu) g(\nu') C_{\ell}^{y,y} \\
 &+ A_{\text{CIB}} C_{\ell}^{\text{CIB}(\nu), \text{CIB}(\nu')} \\
 &+ A_{\text{tSZ-CIB}} \left[g(\nu) C_{\ell}^{y, \text{CIB}(\nu')} + g(\nu') C_{\ell}^{\text{CIB}(\nu), y} \right] \\
 &+ A_{\text{dust}} f_{\text{dust}}(\nu) f_{\text{dust}}(\nu') \ell^{-2.8} \\
 &+ A_{\text{rad}} f_{\text{rad}}(\nu) f_{\text{rad}}(\nu').
 \end{aligned}$$

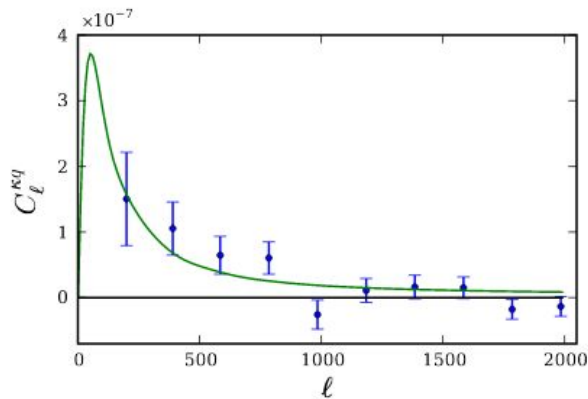


auto-espectro tSZ

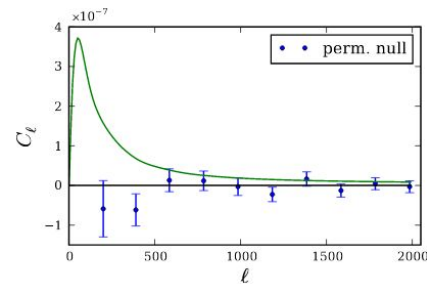
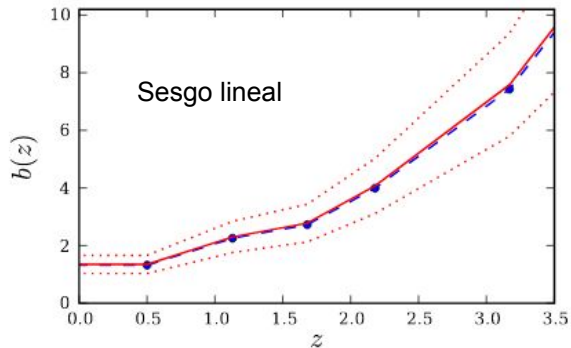
modelo completo

Lentes gravitacionales en el CMB y quásares

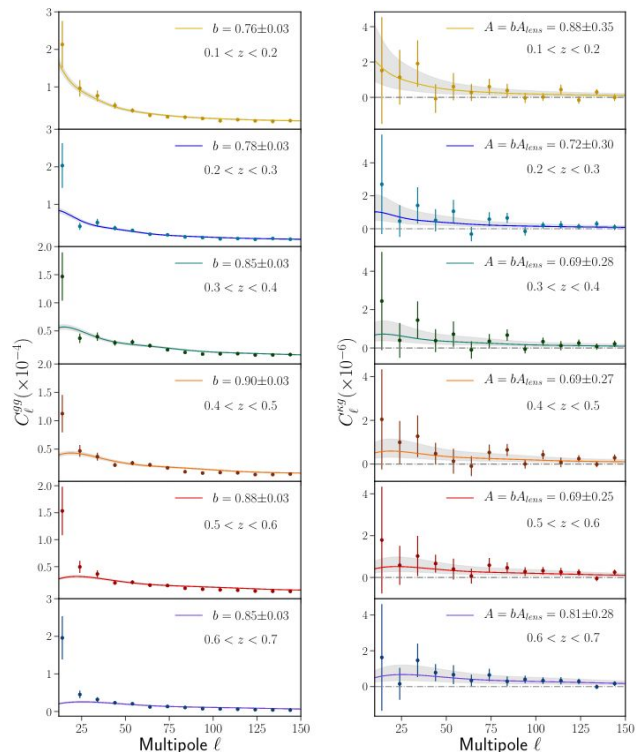
En este caso, se usa el modelo de halo para predecir el sesgo lineal de las galaxias que contienen quásares en un amplio rango de redshifts.



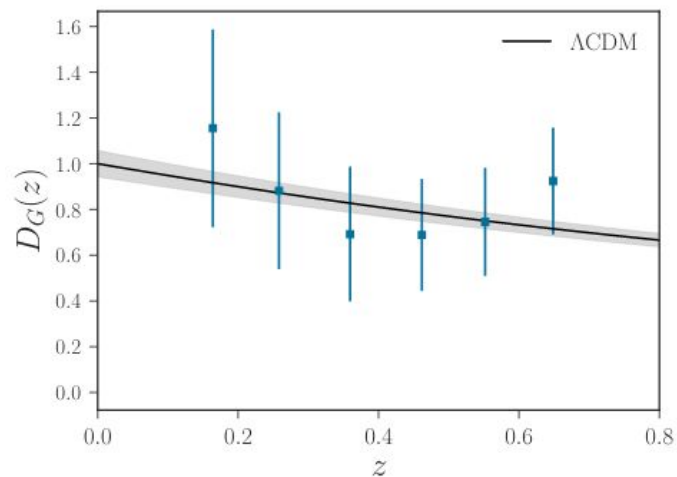
A la derecha un ejemplo de cros-correlación en busca de errores sistemáticos: la cros-correlación de un mapa de lente gravitacional en el CMB con quásares *en otra región del cielo*. Esta cros-correlación es consistente con cero, como se espera.



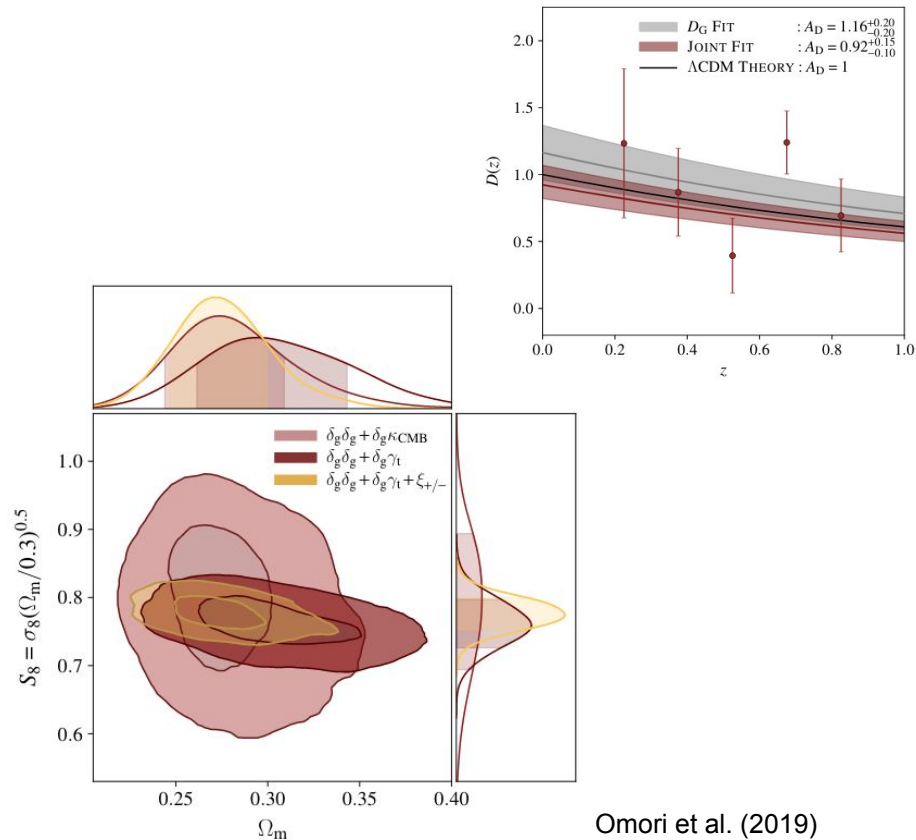
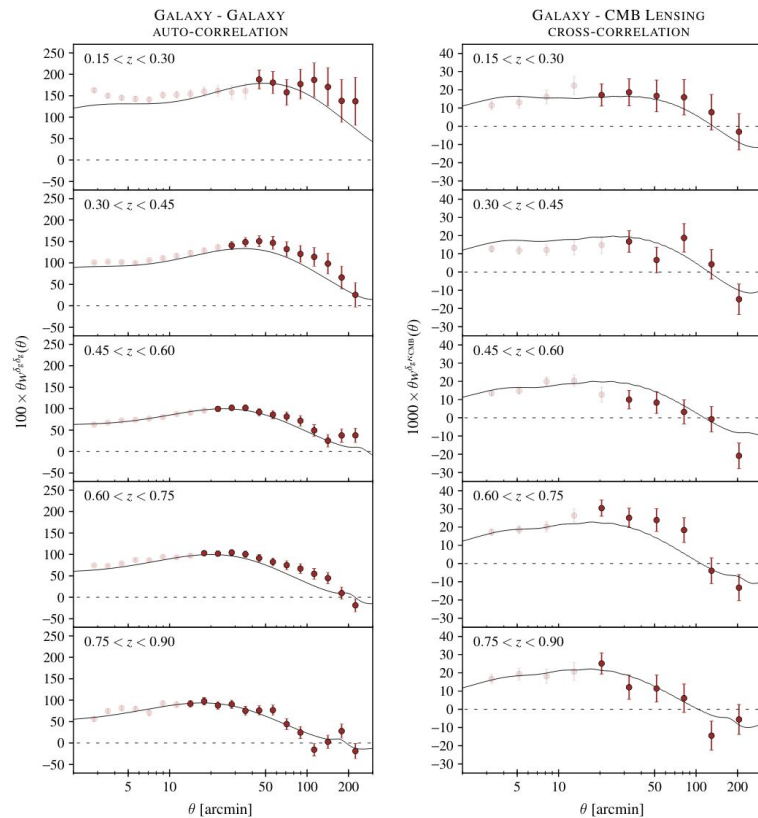
CMB lensing y galaxias: crecimiento lineal



$$\begin{aligned} C_{\ell}^{gg} &\propto b^2(z) D^2(z), \\ C_{\ell}^{kg} &\propto b(z) D^2(z). \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad \hat{D}_G \equiv \left\langle \frac{(C_{\ell}^{kg})_{\text{obs}}}{(\mathcal{C}_{\ell}^{kg})_{\text{th}}} \sqrt{\frac{(\mathcal{C}_{\ell}^{gg})_{\text{th}}}{(C_{\ell}^{gg})_{\text{obs}}}} \right\rangle_{\ell}.$$



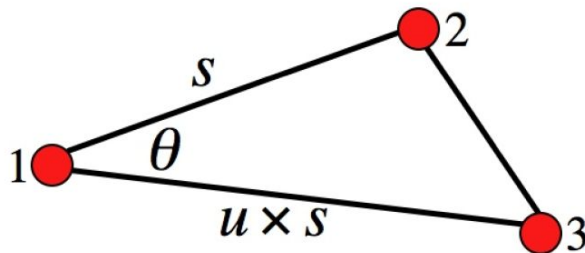
Cosmología con la cross-correlación entre galaxias en el Dark Energy Survey x lentes gravitacionales en Planck+SPT



Estadísticas de mayor orden

Hemos visto tanto la función de correlación como su transformada de Fourier, el espectro de potencias, en distintos contextos. El espectro de potencias describe *completamente* una distribución Gaussiana de fluctuaciones, pero para cualquier otra distribución hay información adicional, contenida en las estadísticas de mayor orden. De manera análoga a la función de correlación de dos puntos, la función de tres puntos corresponde al exceso de probabilidad de encontrar una correspondencia entre tres mediciones hechas en los vértices de un triángulo:

$$dP = n^3 (1 + \xi(r_1, r_2) + \xi(r_1, r_3) + \xi(r_2, r_3) + \zeta(r_1, r_2, r_3)) dV_1 dV_2 dV_3$$



Y así se pueden definir funciones de correlación de orden arbitrario, que por supuesto tienen cada vez más grados de libertad y son más difíciles de modelar. Tal como para la función de correlación de dos puntos en la práctica, la función de correlación de tres puntos entre tres observables X , Y , y Z , se mide así:

$$\xi_{XYZ}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3) = \langle X(\mathbf{x}_1)Y(\mathbf{x}_2)Z(\mathbf{x}_3) \rangle$$

donde, simplificando un poco la notación, hemos definido

$$\xi_{XYZ} \equiv \xi(r_1, r_2) + \xi(r_1, r_3) + \xi(r_2, r_3) + \zeta(r_1, r_2, r_3)$$

La transformada de Fourier de la función de correlación de tres puntos es el **biespectro**:

$$\langle \tilde{X}(\mathbf{k}_1) \tilde{Y}(\mathbf{k}_2) \tilde{Z}(\mathbf{k}_3) \rangle = (2\pi)^3 \delta_D(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3) B(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3)$$

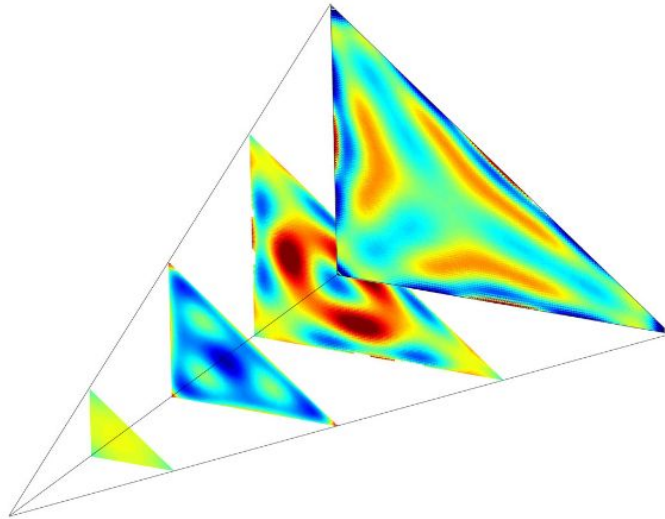
En función de los esféricos armónicos,

$$\langle a_{\ell_1, m_1}^X a_{\ell_2, m_2}^Y a_{\ell_3, m_3}^Z \rangle = B^{X,Y,Z}(\ell_1, m_1, \ell_2, m_2, \ell_3, m_3).$$

Así por ejemplo, en el caso del CMB, se pueden definir funciones de tres puntos entre los campos de temperatura y polarización:

$$\langle TTT \rangle, \langle TTE \rangle, \langle TTB \rangle, \langle TEE \rangle, \langle TEB \rangle, \dots$$

Asumiendo que los observables en cuestión son isotrópicos y homogéneos estadísticamente hablando, el biespectro tiene sólo 3 grados de libertad, correspondiente a las tres aristas del triángulo (rotaciones y traslaciones del triángulo no modifican el resultado). Pero incluso en este caso especial (que no se cumple, por ejemplo, para contribuciones de la Galaxia), las mediciones - e incluso la presentación de los datos - se hace muy difícil. Sin embargo, para campos pequeños en los que se puede usar la aproximación de cielo plano se puede calcular el biespectro usando la transformada de Fourier rápida en lugar de esféricos armónicos.



No-Gaussianidades primordiales

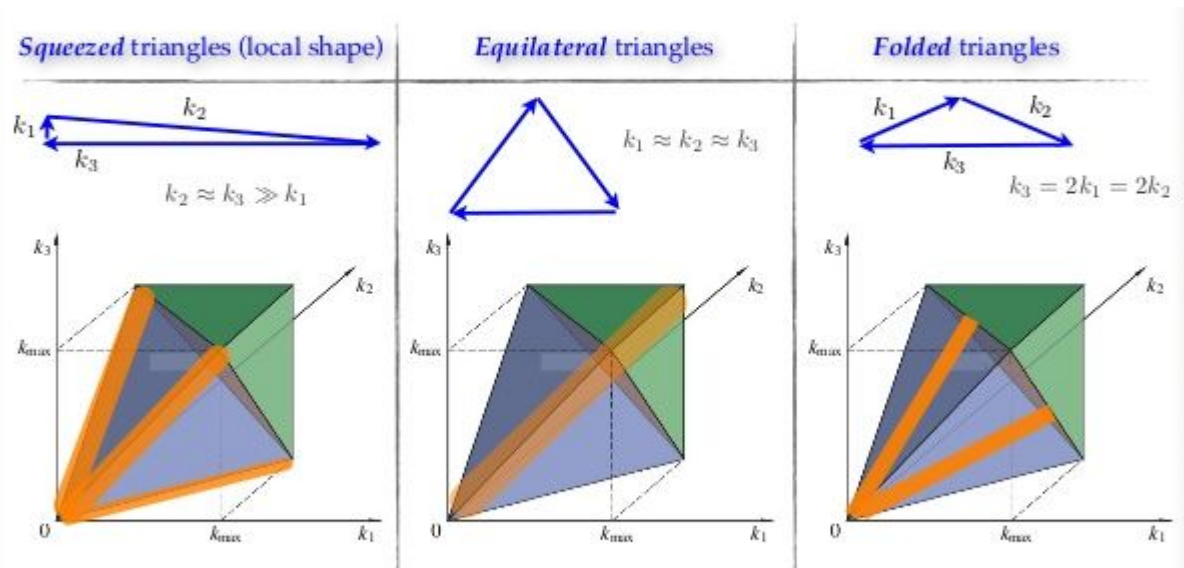
El biespectro primordial producido por modelos genéricos de inflación tiene la forma

$$B_{\Phi}^{\text{equil}}(k_1, k_2, k_3) = 6A^2 f_{\text{NL}}^{\text{equil}} \times \left\{ -\frac{1}{k_1^{4-n_s} k_2^{4-n_s}} - \frac{1}{k_2^{4-n_s} k_3^{4-n_s}} - \frac{1}{k_3^{4-n_s} k_1^{4-n_s}} - \frac{2}{(k_1 k_2 k_3)^{2(4-n_s)/3}} + \left[\frac{1}{k_1^{(4-n_s)/3} k_2^{2(4-n_s)/3} k_3^{4-n_s}} + 5 \text{ perms.} \right] \right\}, \quad (1)$$

$$B_{\Phi}^{\text{ortho}}(k_1, k_2, k_3) = 6A^2 f_{\text{NL}}^{\text{ortho}} \times \left\{ -\frac{3}{k_1^{4-n_s} k_2^{4-n_s}} - \frac{3}{k_2^{4-n_s} k_3^{4-n_s}} - \frac{3}{k_3^{4-n_s} k_1^{4-n_s}} - \frac{8}{(k_1 k_2 k_3)^{2(4-n_s)/3}} + \left[\frac{3}{k_1^{(4-n_s)/3} k_2^{2(4-n_s)/3} k_3^{4-n_s}} + 5 \text{ perms.} \right] \right\}. \quad (2)$$

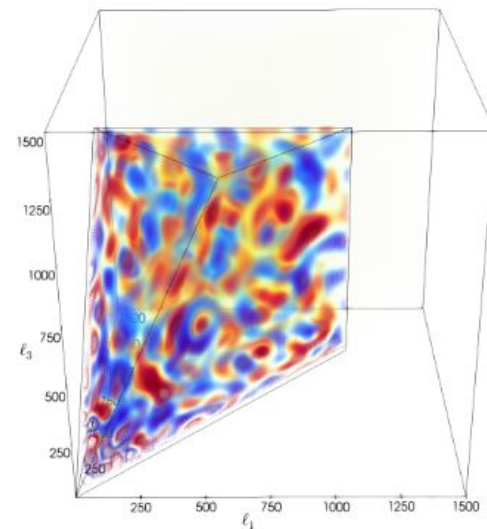
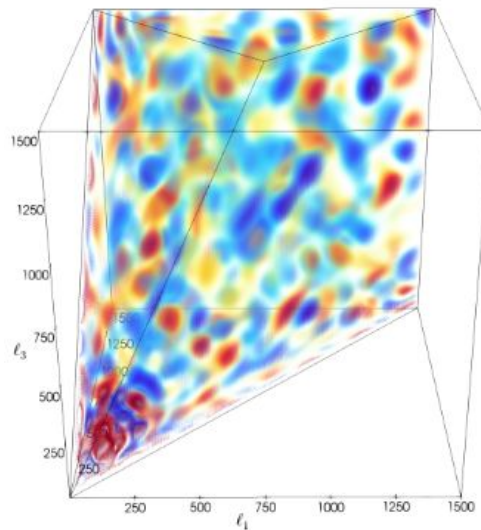
donde “equil” y “ortho” se refieren a la forma del triángulo utilizado; distintos modelos producirán distintas contribuciones en distintas configuraciones; lo importante aquí es el factor f_{NL} , que dada la complejidad de esta medición típicamente es un valor muy específico para un modelo particular y una configuración específica. Lo más importante es que las fluctuaciones Gaussianas en ΛCDM predicen $f_{\text{NL}}=0$. Las tres configuraciones más comúnmente exploradas son equilateral, ortogonal, y local.

Hay infinitos triángulos que podrían usarse, pero la mayoría de los biespectros resultantes son imposibles de calcular en la práctica. Existen tres casos especiales en que estos cálculos son relativamente simples: configuraciones locales, equiláteras y ortogonales.



Biespectros del CMB con Planck

Biespectros TTT y EEE a lo largo de los tres ejes en espacio de esféricos armónicos.



Hasta el momento no hay evidencia de ningún tipo de no-Gaussianidad. Se espera que CMB-S4 logre una incerteza de $\sigma(f_{\text{NL}})=0$

Shape	SMICA		SEVEM		NILC		Commander	
	Independent	Joint	Independent	Joint	Independent	Joint	Independent	Joint
$f_{\text{NL}}^{\text{local}}$	-0.1 ± 5.6	5.0 ± 8.4	0.0 ± 5.7	1.7 ± 8.7	0.0 ± 5.6	5.2 ± 8.5	-1.3 ± 5.6	3.1 ± 8.3
$f_{\text{NL}}^{\text{equil}}$	26 ± 69	5 ± 73	43 ± 70	30 ± 74	5 ± 69	-12 ± 73	32 ± 69	20 ± 73
$f_{\text{NL}}^{\text{ortho}}$	-11 ± 39	-5 ± 44	8 ± 39	13 ± 45	4 ± 39	13 ± 45	29 ± 39	35 ± 44
$b_{\text{PS}}/(10^{-29})$	6.3 ± 1.0	5.0 ± 2.7	9.7 ± 1.1	7.1 ± 2.9	5.7 ± 1.1	5.4 ± 2.7	5.4 ± 1.0	3.6 ± 2.6
$A_{\text{CIB}}/(10^{-27})$	3.0 ± 0.5	0.6 ± 1.3	4.6 ± 0.5	1.3 ± 1.4	2.6 ± 0.5	0.1 ± 1.3	2.6 ± 0.5	0.9 ± 1.3
$f_{\text{NL}}^{\text{dust}}/(10^{-2})$	6.6 ± 4.4	6.7 ± 5.9	4.8 ± 4.6	1.9 ± 6.1	4.8 ± 4.4	5.1 ± 5.9	4.4 ± 4.3	3.1 ± 5.7

Referencias

- Abazajian, K., et al., 2015. *Neutrino physics from the cosmic microwave background and large scale structure*. [APh, 63, 66](#)
- Aylor, K., et al., 2017. *A Comparison of Cosmological Parameters Determined from CMB Temperature Power Spectra from the South Pole Telescope and the Planck Satellite*. [ApJ, 850, 101](#)
- BICEP2 Collaboration, 2014. *Detection of B-Mode Polarization at Degree Angular Scales by BICEP2*. [PhRvL, 112, 1101](#)
- BICEP2/Keck Collaboration & Planck Collaboration, 2015. *Joint Analysis of BICEP2/Keck Array and Planck Data*. [PhRvL, 114, 1301](#)
- Darwish, O., et al., 2010. *The Atacama Cosmology Telescope: A CMB lensing mass map over 2100 square degrees of sky and its cross-correlation with BOSS-CMASS galaxies*. [arXiv:2004.01139](#)
- Dunkley, J., et al., 2013. *The Atacama Cosmology Telescope: likelihood for small-scale CMB data*. [JCAP, 07, 025](#)
- Keck Array and BICEP2 Collaborations, 2018. *Constraints on Primordial Gravitational Waves Using Planck, WMAP, and New BICEP2/Keck Observations through the 2015 Season*. [PhRvL, 121, 1301](#)
- Lesgourges, J., & Verde, L., 2019. *Neutrinos in Cosmology*. In [2020 Review of Particle Physics, P.A. Zyla et al.](#)
- Louis, T., et al., 2017. *The Atacama Cosmology Telescope: two-season ACTPol spectra and parameters*. [JCAP, 06, 031](#)
- Planck Collaboration, 2014. *Planck 2013 results. XVIII. The gravitational lensing-infrared background correlation*. [A&A, 571, A18](#)
- Planck Collaboration, 2019. *Planck 2018 results. V, CMB power spectra and likelihoods*. [arXiv:1907.12875](#)
- Planck Collaboration, 2018. *Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters*. [arXiv:1807.06209](#)
- Planck Collaboration, 2018. *Planck 2018 results. IX. Constraints on primordial non-Gaussianity*. [arXiv:1905.05697](#)