

Bloque II. Teoría de circuitos

Tema I. Circuitos de corriente continua.



Universidad
Rey Juan Carlos

M^a Jesús Algar Díaz
Ángel Serrano Sánchez de León
José San Martín



Índice

1. Conceptos básicos
 - 1.1 Conductores – aislantes – semiconductores
 - 1.2 Circuitos eléctricos.
2. Magnitudes eléctricas.
 - 2.1 Intensidad de corriente
 - 2.2 Tensión.
 - 2.3 Impedancia. Ley de Ohm.
 - 2.4 Energía.
 - 2.5 Potencia.
3. Elementos básicos de los circuitos.
 - 3.1 Fuentes de energía
 - 3.2 Resistencias.
 - 3.3 Condensadores.
 - 3.4 Bobinas.

4. Análisis de circuitos de corriente continua.
 - 4.1 Leyes de Kirchhoff.
 - 4.2 Divisores de tensión y corriente.
 - 4.3 Teorema de Thévenin. Teorema de Norton.
 - 4.4 Análisis de mallas. Método de las corrientes.
5. Bibliografía.

I. Conceptos básicos.

1.1 Conductores - aislantes - semiconductores.

- **Conductor:**

- cargas libres $\rightarrow e^-$.



- Existen muchos e^- libres en las capas superiores del átomo \rightarrow facilidad de movimiento \rightarrow facilidad de transmitir la I (aplicando un campo eléctrico).

- **Aislante** (dieléctricos):

- pocos e^- libres impiden la transmisión de I (salvo con aportes enormes de energía \rightarrow ruptura dieléctrica).



- **Semiconductor:**

- cargas libres $\rightarrow e^- p^+$
- Aporte adecuado de energía para convertirse en conductores.

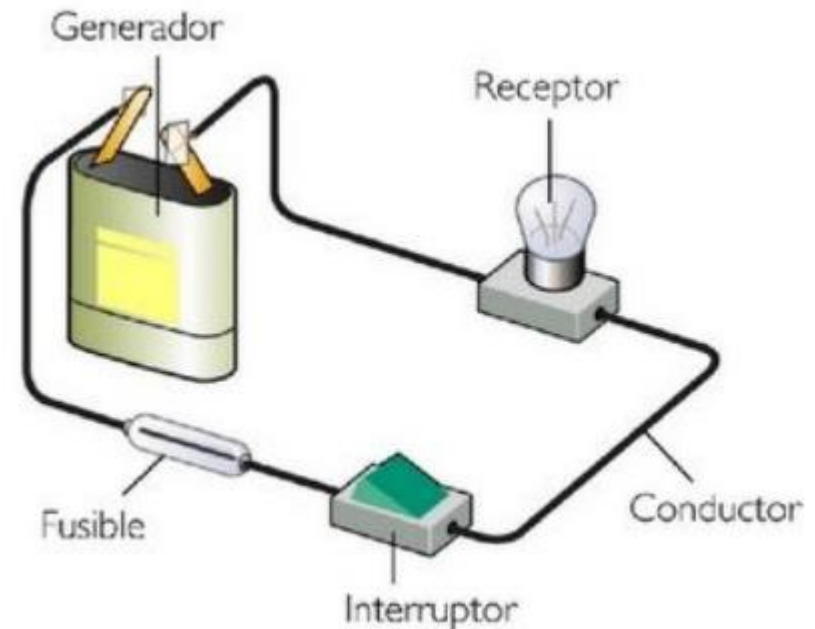


- Pueden comportarse como conductores o aislantes (Silicio, Germanio)

I. Conceptos básicos.

1.2 Circuitos eléctricos.

- **Circuito eléctrico:** conjunto de elementos conectados mediante conductores. Se componen de elementos:
 - Lineales/no lineales.
 - Activos/pasivos.
 - Ideales/reales.
- **Corriente eléctrica:** movimiento de cargas a través de un conductor por la aplicación de un campo eléctrico.



I. Conceptos básicos.

1.2 Circuitos eléctricos.

- **Elementos no lineales / lineales:**

No cumple Principio de Linealidad ni de Superposición.
Ejem: diodos, transistores

Cumplen **Principio de Linealidad**
(comportamiento del circuito proporcional al estímulo)

Cumplen **Principio de Superposición** (acción simultánea de 2 o más estímulos equivale a la superposición de ellos por separado)
Ejem: resistencia

- **Elementos pasivos / activos:**

Elementos que **disipan** energía, la **almacenan** o la **transportan** (resistencias, condensadores, inductancias, transformadores y conductores).

Elementos capaces de **excitar** el circuito (fuentes de energía).

2. Magnitudes eléctricas

2.1 Intensidad de corriente.

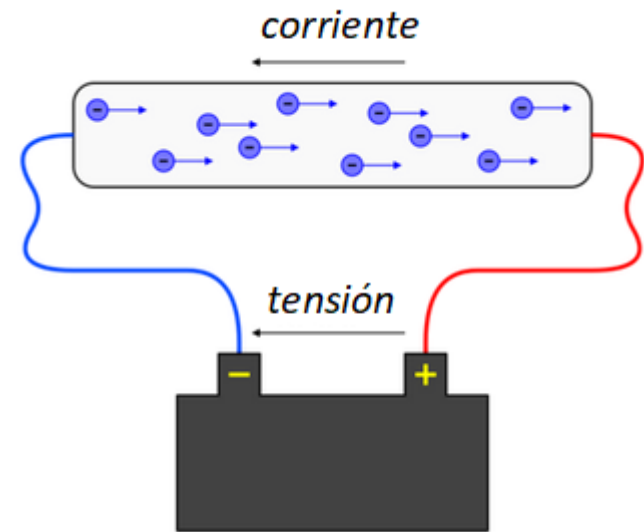
- **Corriente eléctrica:** flujo de cargas eléctricas que circulan a través de un material, típicamente un cable conductor.



- **Corriente Continua:** el campo que crea la corriente mantiene siempre el sentido y la dirección, aunque varíe la intensidad.



- **Corriente Alterna:** varía el sentido del campo que crea la corriente.



Sentido de e^- contrario
que la corriente

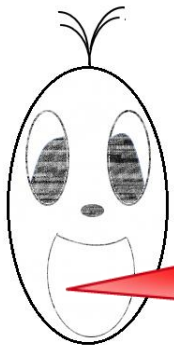
2. Magnitudes eléctricas

2.1 Intensidad de corriente.

- **Intensidad de corriente eléctrica, I :** cantidad de carga que atraviesa la sección transversal de un conductor en la unidad de tiempo.

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

- Unidad: **amperio (A)**. $1A = \frac{1C}{1s}$
- Se mide con un amperímetro.
- Magnitud escalar.
- Sentido (por convenio): contrario al movimiento real de los e-.



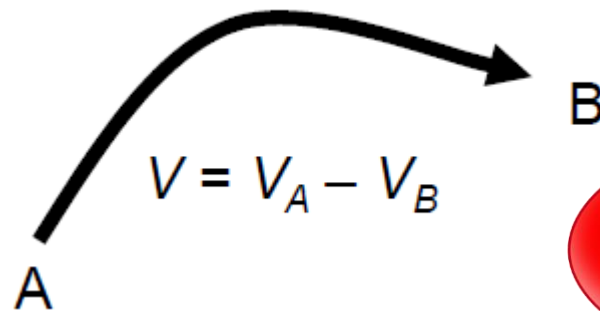
Corriente eléctrica
VS
Intensidad de
corriente eléctrica



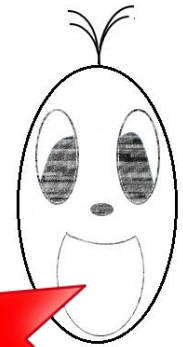
2. Magnitudes eléctricas

2.2 Tensión.

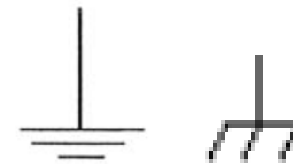
- **Caída de tensión o tensión** entre los puntos A y B = $V_A - V_B$



ddp en
electromagnetismo:
 $V_B - V_A$



- Punto inicial A, punto final B.
- Magnitud escalar.
- Unidad: **voltio (V)**.
- Se mide con un voltímetro.
- Punto de referencia: Tierra o masa (0 V).



2. Magnitudes eléctricas

2.3 Impedancia.

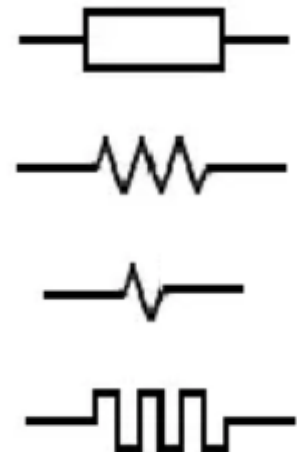
- **Resistencia:** oposición que ofrece un conductor a ser atravesado por una corriente eléctrica.
 - Cociente entre tensión e intensidad entre los bornes de un elemento. → **Ley de Ohm.**

NO ES UNA LEY
GENERAL.
Establece una
relación lineal.

$$R = \frac{V}{I}$$

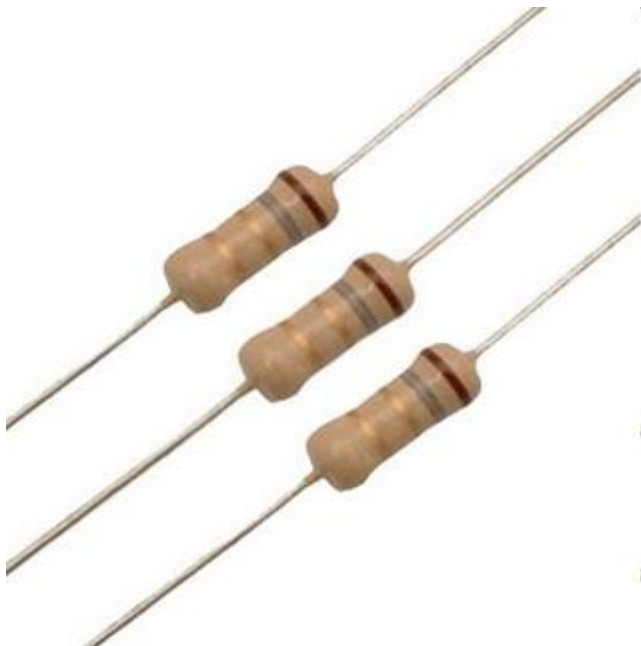
- Unidad: **ohmio** (Ω). $1\Omega = \frac{1V}{1A}$
- Propiedad física de los materiales

- **Impedancia:** generalización del concepto de resistencia

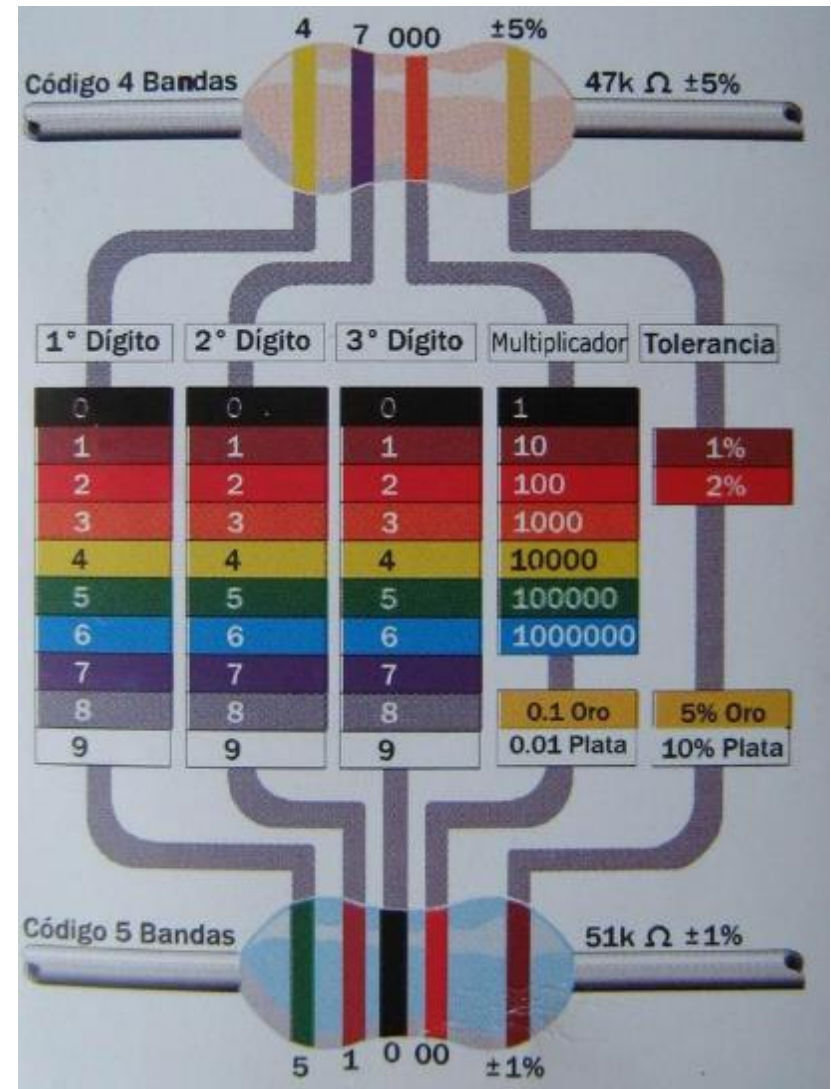


2. Magnitudes eléctricas

2.3 Impedancia.





Resistencias reales



2. Magnitudes eléctricas

2.4 Energía.

- **W**: capacidad para generar trabajo. Puede ser:
 - Consumida  Resistencia
 - Transferida
 - Almacenada  Bobinas y condensadores
- Unidad: **julio** (J).

2. Magnitudes eléctricas

2.5 Potencia.

- **P**: variación de energía, consumida o generada, en un elemento por unidad de tiempo.

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt}(qV) = IV$$

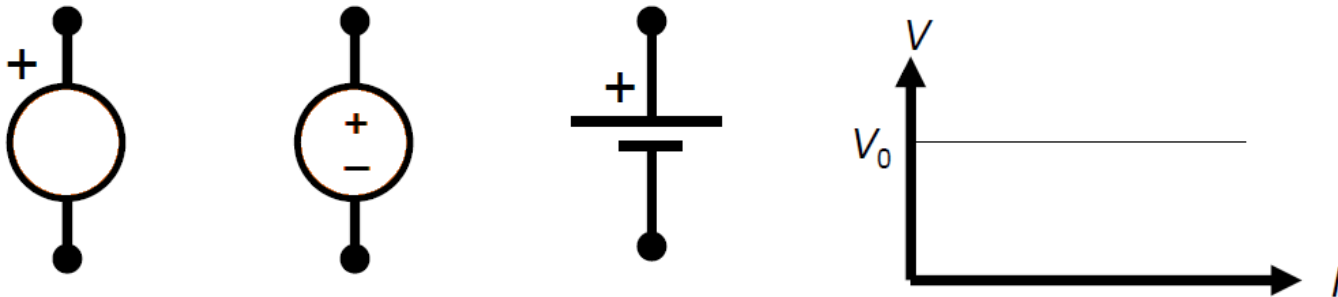
- Unidad: **vatio** (W).
- Se mide con un vatímetro.

3. Elementos básicos de los circuitos

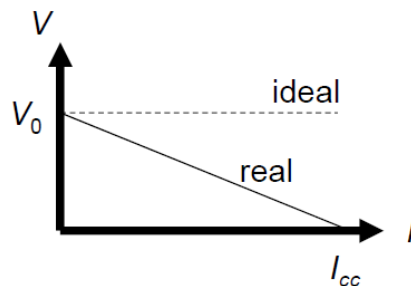
3.1 Fuentes de energía.

- **Fuente de tensión independiente:**

- **Ideal:** mantiene V especificada entre terminales



- **Real:** V decae con el tiempo. La V instantánea es menor cuanto mayor es la I que la atraviesa.
- Modelado: V ideal + resistencia (resistencia interna) en serie.

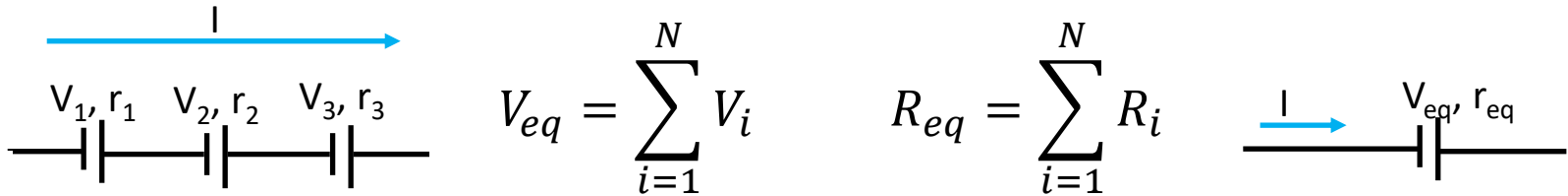


$$V = V_0 - \frac{V_0}{I_{cc}} I$$

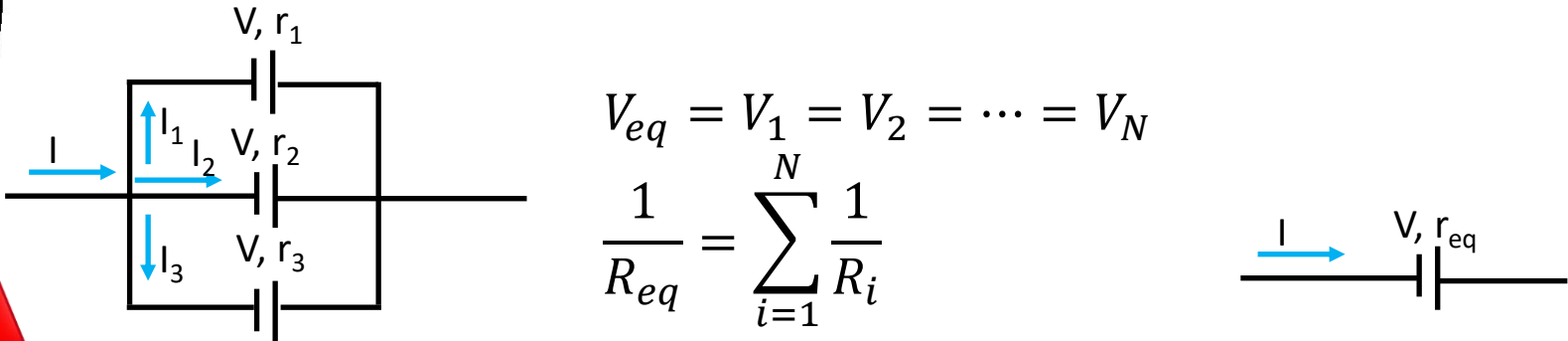
3. Elementos básicos de los circuitos

3.1 Fuentes de energía.

- **Asociación de fuentes de tensión reales:**
 - **Serie:** generadores conectados en línea por polos opuestos



- **Paralelo:** comparten extremos.



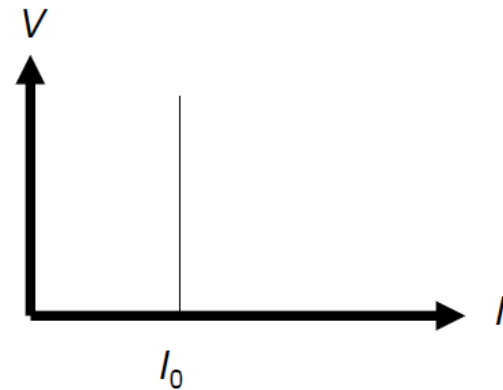
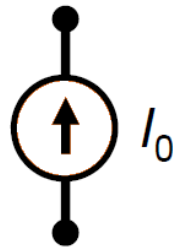
MISMA V!!

3. Elementos básicos de los circuitos

3.1 Fuentes de energía.

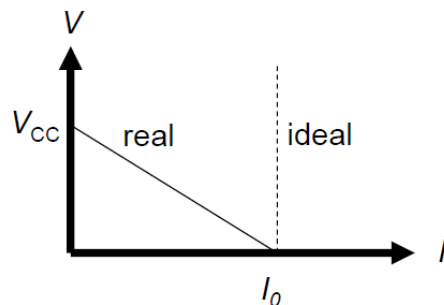
- **Fuente de intensidad independiente:**

- **Ideal:** suministran la I especificada.



- **Real:** I depende de la V entre sus terminales.


- Modelado: I ideal + resistencia (resistencia interna) en paralelo.

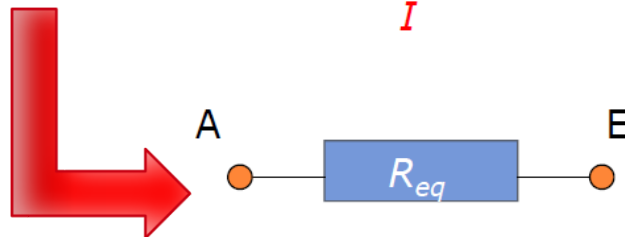
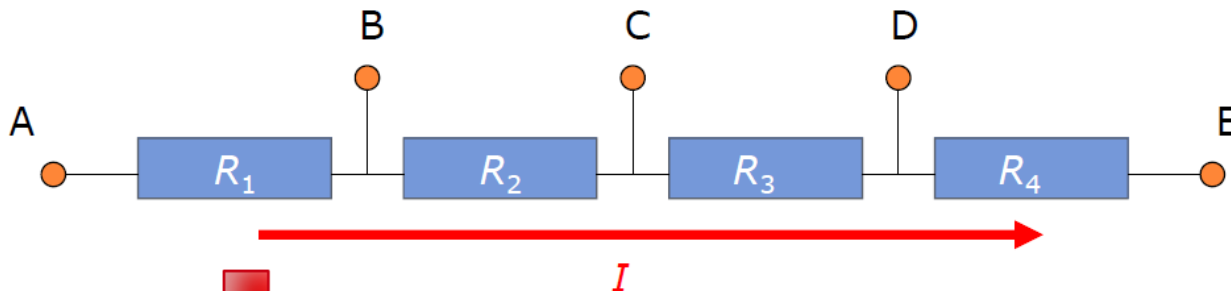


$$I = I_0 - \frac{I_0}{V_{CC}} V$$

3. Elementos básicos de los circuitos

3.2 Resistencias.

- **Resistencia:** relación lineal entre la tensión entre sus bornes y la corriente que circula por ella.  Ley de Ohm.
- Asociación de resistencias en serie:



$$V_{ae} = V_{ab} + V_{bc} + V_{cd} + V_{de}$$

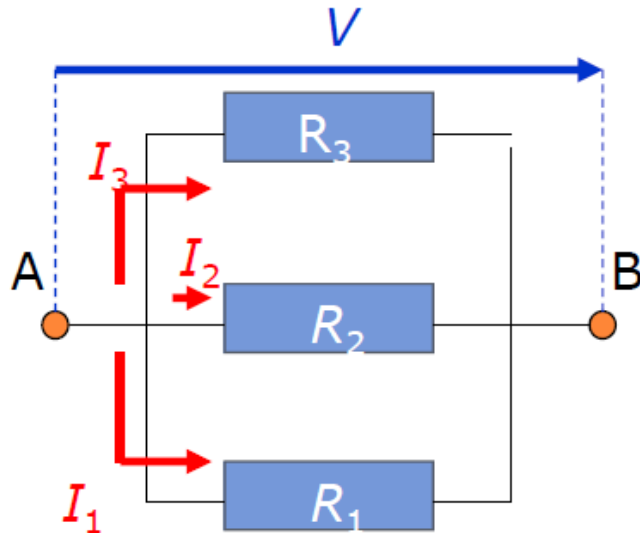
$$IR_{eq} = IR_1 + IR_2 + IR_3 + IR_4$$

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = \sum_i R_i$$

3. Elementos básicos de los circuitos

3.2 Resistencias.

- Asociación de resistencias en paralelo:



$$I_a = I_1 + I_2 + I_3$$

$$\frac{V}{R_{eq}} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3}$$

$$\boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \sum_i \frac{1}{R_i}}$$

3. Elementos básicos de los circuitos

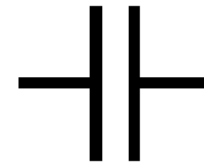
3.3 Condensadores.

- **Condensador:** almacena energía eléctrica en forma de carga o campo eléctrico.
 - Q almacenada en sus placas proporcional a V según su capacidad C.
 - V entre terminales no puede variar bruscamente (igual que Q), pero I, sí.

$$Q = CV$$

$$I = C \frac{dV}{dt}$$

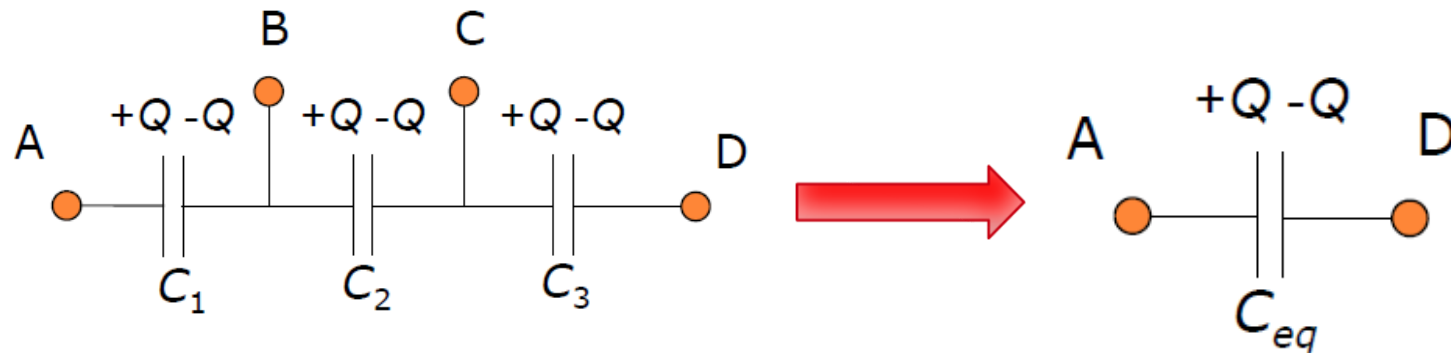
$$V(t_2) = V(t_1) + \frac{1}{C} \int_{t_1}^{t_2} Idt$$



3. Elementos básicos de los circuitos

3.3 Condensadores.

- Asociación en serie.



$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

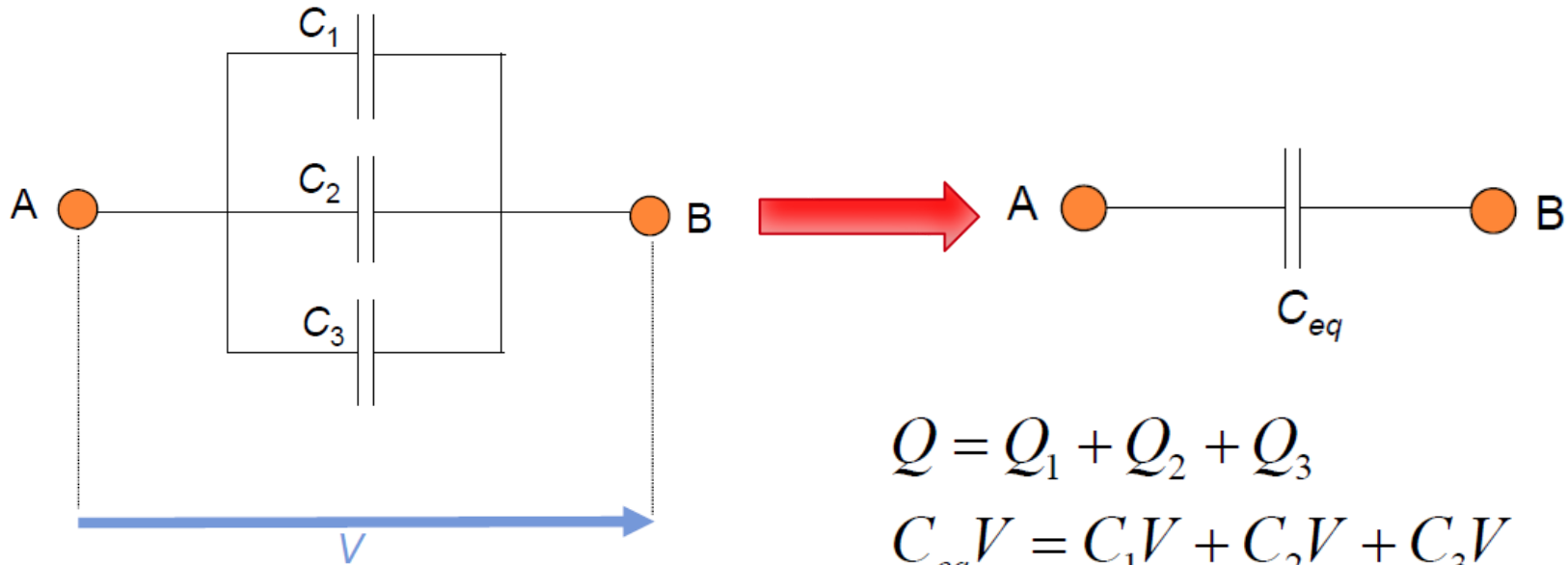
$$\frac{Q}{C_{eq}} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$

3. Elementos básicos de los circuitos

3.3 Condensadores.

- Asociación en paralelo.



$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$C_{eq}V = C_1V + C_2V + C_3V$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 = \sum_i C_i$$

3. Elementos básicos de los circuitos

3.4 Bobinas.

- **Bobina:** almacena energía eléctrica en forma de campo magnético.
 - El flujo magnético que la atraviesa es proporcional a la I , en función de la inductancia, L (henrio, H).
 - I no puede variar bruscamente, al igual que el flujo magnético

$$\phi = LI$$

$$V = L \frac{dI}{dt}$$

$$I(t_2) = I(t_1) + \frac{1}{L} \int_{t_1}^{t_2} V dt$$



BOBINA CON NUCLEO DE AIRE

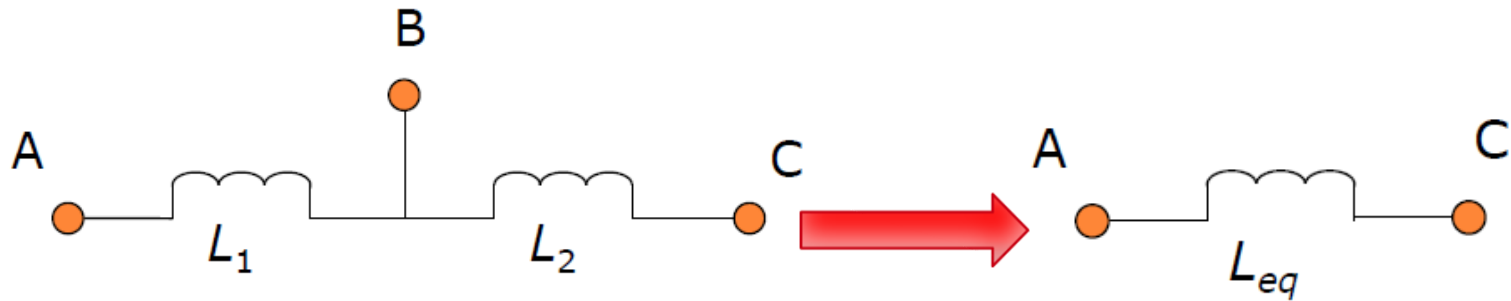


BOBINA CON NUCLEO DE HIERRO

3. Elementos básicos de los circuitos

3.4 Bobinas.

- Asociación en serie:



$$V = V_1 + V_2$$

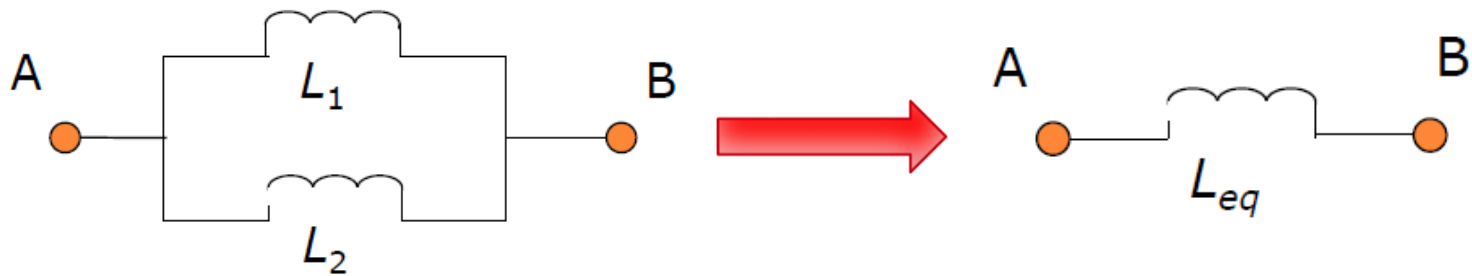
$$L_1 \frac{dI}{dt} + L_2 \frac{dI}{dt} = L_{eq} \frac{dI}{dt}$$

$$L_{eq} = L_1 + L_2 = \sum_i L_i$$

3. Elementos básicos de los circuitos

3.4 Bobinas.

- Asociación en paralelo:



$$I = I_1 + I_2$$

$$\frac{1}{L_{eq}} \int_{t_1}^{t_2} V dt = \frac{1}{L_1} \int_{t_1}^{t_2} V dt + \frac{1}{L_2} \int_{t_1}^{t_2} V dt$$

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} = \sum_i \frac{1}{L_i}$$

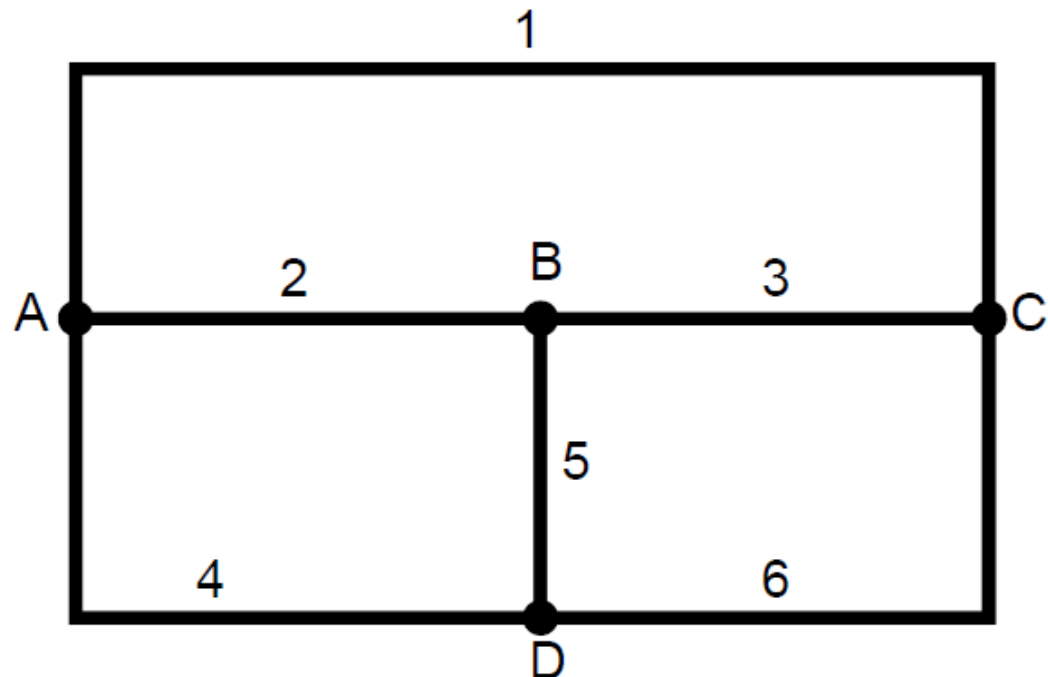
4. Análisis de circuitos de corriente continua.

4.1 Leyes de Kirchhoff.

- Conceptos previos:**

- Rama (r): 1, 2, 3, 4, 5, 6.
- Nudo (n): A, B, C, D.
- Malla (m)

$$m = r - n + 1$$



4. Análisis de circuitos de corriente continua.

4.1 Leyes de Kirchhoff.

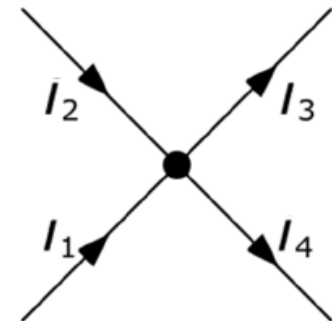
- **1º Ley de Kirchhoff (regla de los nudos):** la suma algebraica de las intensidades de corrientes que confluyen en un nudo es 0.

$$\sum_{k=1}^N I_k = 0$$

- La suma de las intensidades de corriente que entran en un nudo es igual a la suma de las intensidades de corriente que salen.

$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4$$

- Ley de conservación de la carga.
- Asignar sentido que queramos a las I's.
- Convenio de signos:
 - +: corrientes **entrantes**
 - -: corrientes **salientes**



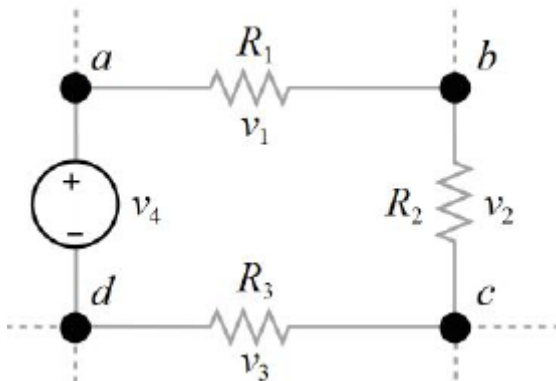
4. Análisis de circuitos de corriente continua.

4.1 Leyes de Kirchhoff.

- **2º Ley de Kirchhoff:** la suma algebraica de las caídas de tensión en una malla es 0.

$$\sum V_i = 0$$

- Principio de conservación de la energía
- Sentido tensiones contrario al sentido de las I 's definidas.



$$V_{ab} + V_{bc} + V_{cd} + V_{da} = 0$$

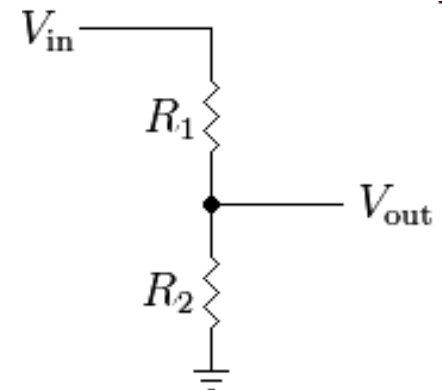
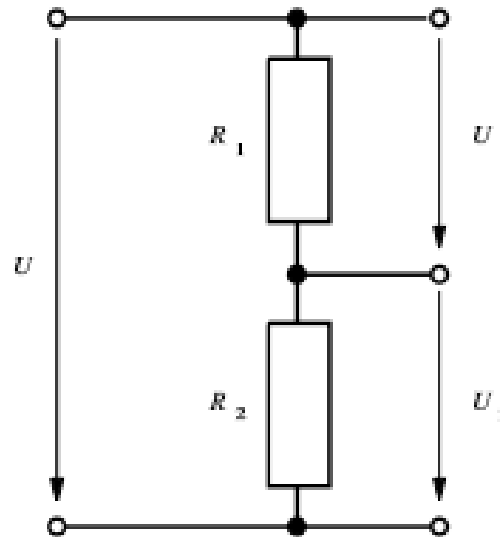
4. Análisis de circuitos de corriente continua.

4.2 Divisores de tensión y de corriente.

- **Divisor de tensión:** reparte una tensión inicial en otras dos
 - Si R 's variables, podemos regular las V 's de salida de acuerdo a las resistencias

$$\frac{V_{in}}{R_1 + R_2} = \frac{V_{out}}{R_2}$$

$$V_{out} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{in}$$



4. Análisis de circuitos de corriente continua.

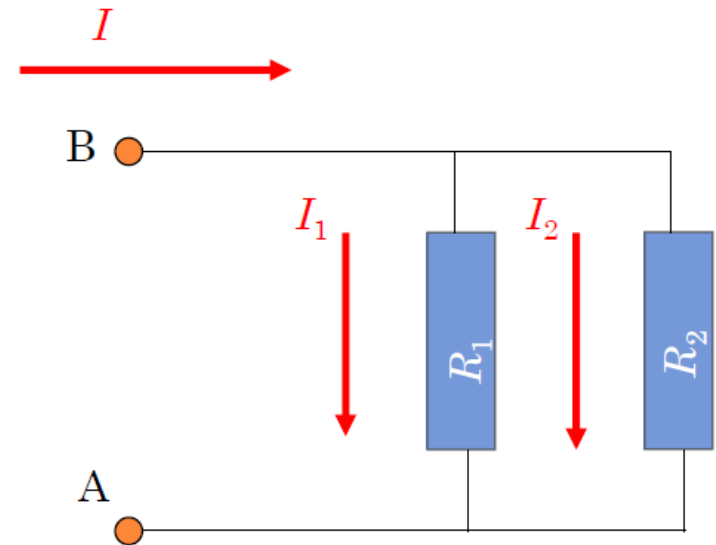
4.2 Divisores de tensión y de corriente.

- **Divisor de corriente:** la corriente se divide en diferentes ramas, con un valor proporcional a la resistencia de cada rama.
 - Circuito dual del divisor de tensión.

$$I = I_1 + I_2$$

$$I \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = I_1 R_1 = I_2 R_2$$

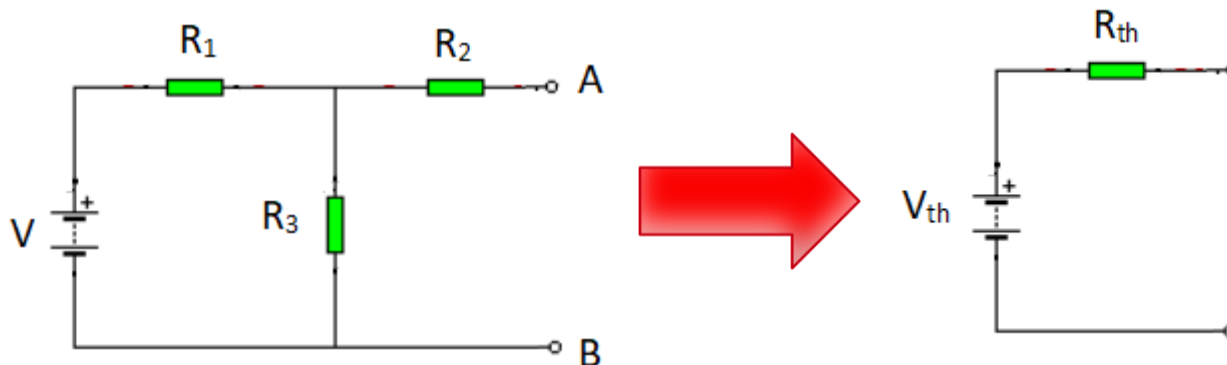
$$I_1 = I \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$



4. Análisis de circuitos de corriente continua.

4.3 Teorema de Thévenin. Teorema de Norton.

- **Tª de Thévenin:** cualquier circuito lineal es equivalente a uno formado por una fuente de tensión (V_{th}) y una resistencia en **serie** (R_{th}) que llamaremos de Thévenin (fuente real de tensión).
 - V_{th} : **tensión a circuito abierto** entre los terminales del circuito original.
 - R_{th} : resistencia equivalente del circuito al **eliminar** las **fuentes** independientes.



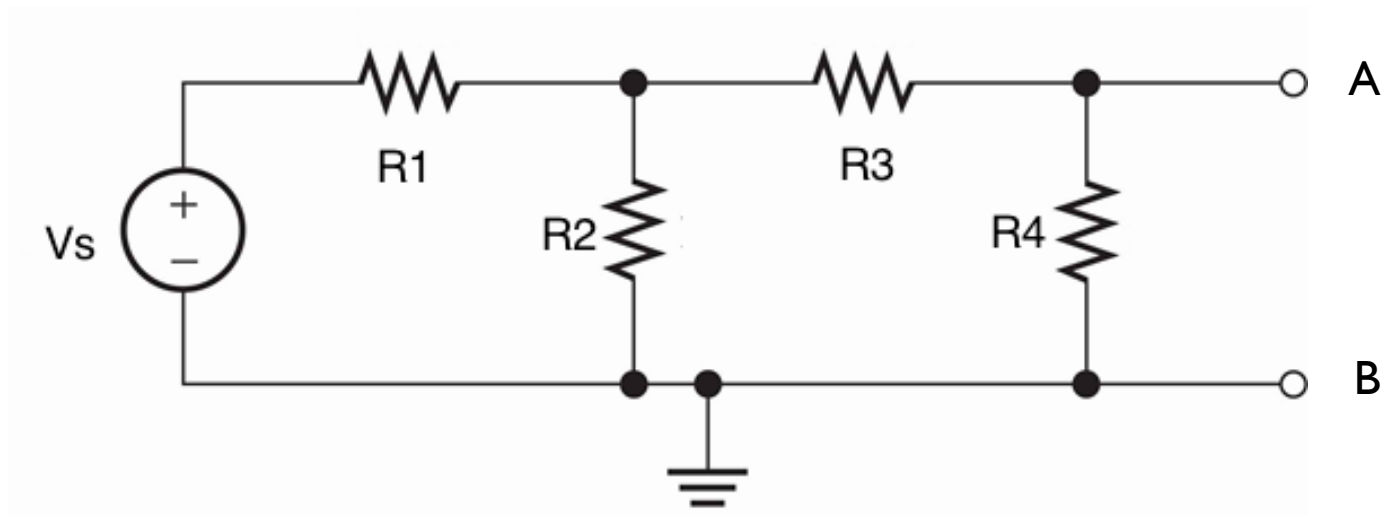
$$R_{th} = R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}$$

$$V_{th} = V_1 \frac{R_3}{R_1 + R_3}$$

4. Análisis de circuitos de corriente continua.

4.3 Teorema de Thevenin. Teorema de Norton.

- Ejemplo:** $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 100\Omega$, $V_s = 18\text{ V}$.

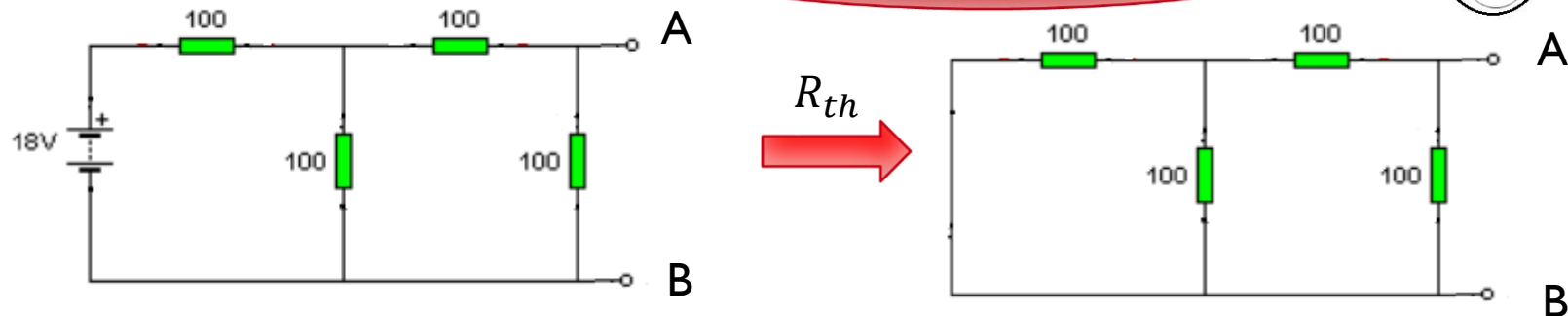


4. Análisis de circuitos de corriente continua.

4.3 Teorema de Thevenin. Teorema de Norton.

Ejemplo (solución):

Anulamos fuente de tensión: cortocircuito



$$R_{th} = ((R_1 || R_2) + R_3) || R_4 = \left(\frac{100 \cdot 100}{100 + 100} + 100 \right) || 100 = (50 + 100) || 100$$

$$= \frac{150 \cdot 100}{150 + 100} = 60\Omega$$

$$V_{th} = V_{AB} = V_{R_4} = I_3 R_4 = 0,036 \cdot 100 = 3,6V$$

Kirchhoff:

$$I_1 = I_2 + I_3$$

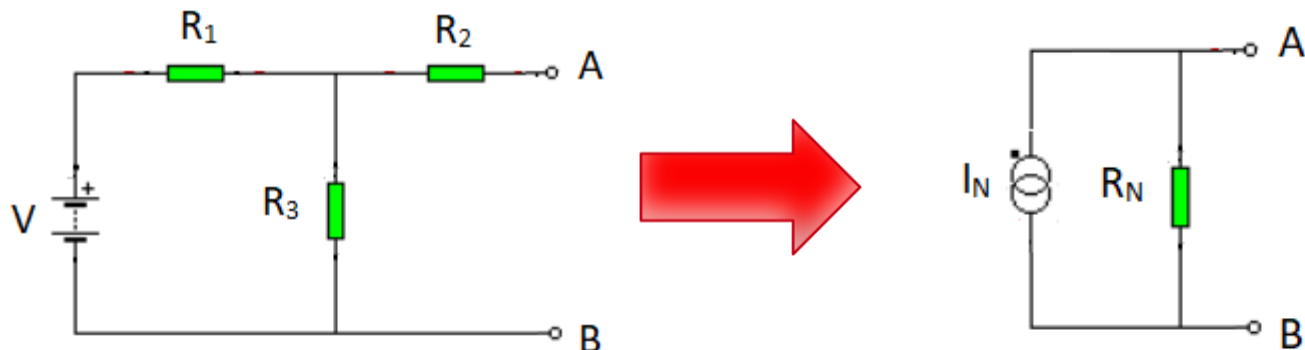
$$I_1 R_1 + I_2 R_2 - V_S$$

$$-I_2 R_2 + I_3 (R_3 + R_4) = 0$$

4. Análisis de circuitos de corriente continua.

4.3 Teorema de Thevenin. Teorema de Norton.

- **Tª de Norton:** cualquier circuito lineal es equivalente a uno formado por una fuente de corriente (I_N) y una resistencia en **paralelo** (R_N) que llamaremos de Norton (fuente de real de corriente).
 - I_N : corriente de **cortocircuito** entre los terminales del circuito original.
 - R_N : resistencia equivalente del circuito al **eliminar** las **fuentes** independientes.



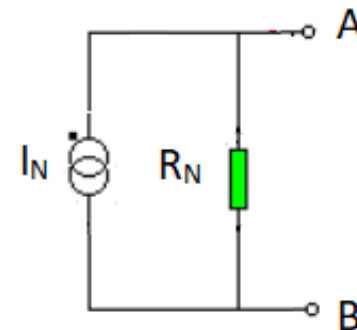
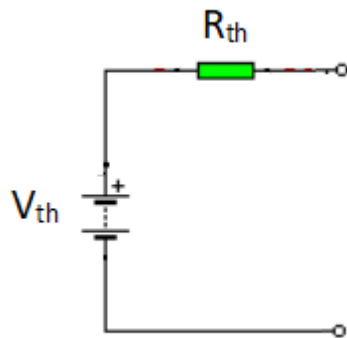
4. Análisis de circuitos de corriente continua.

4.3 Teorema de Thévenin. Teorema de Norton.

- Relación entre un equivalente Thévenin y Norton:

$$I_N = \frac{V_{th}}{R_{th}}$$

$$R_{th} = R_N$$



4. Análisis de circuitos de corriente continua.

4.4 Análisis de mallas. Método de las corrientes.

- **Método de las corrientes:** Método que facilita la obtención de ecuaciones en un circuito.
 - Obtener tantas ecuaciones como mallas tiene el circuito.
- Procedimiento:
 1. Descomponer el circuito en mallas simples, donde todas las ramas sean recorridas por la misma corriente
 2. Definir corrientes de malla (corrientes ficticias)
 3. Asignar un sentido a las corrientes (normalmente, sentido horario)

4. Análisis de circuitos de corriente continua.

4.4 Análisis de mallas. Método de las corrientes.

4. Aplicar la 2ª ley de Kirchhoff a cada malla.

Representación matricial del sistema de ecuaciones:

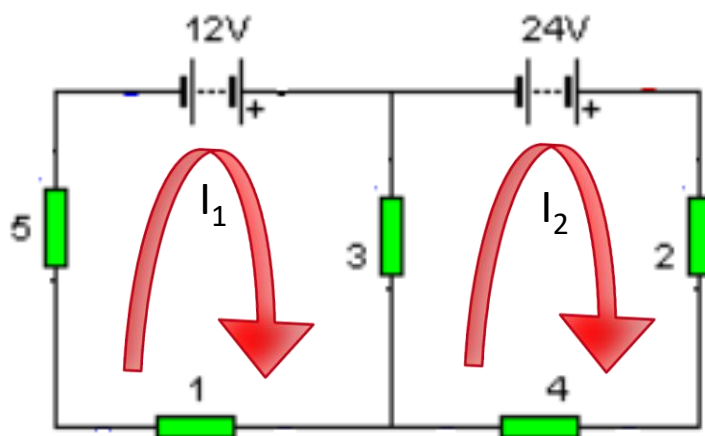
- Matriz de voltajes: Voltaje total de cada malla
- Matriz de resistencias: Diagonal principal \Rightarrow suma de todas las resistencias de la malla; resto de elementos \Rightarrow con signo negativo la resistencia que forman parte de varias mallas
- Matriz de intensidades de corriente: Intensidades de corriente de cada malla.

5. Resolver el sistema de ecuaciones.

4. Análisis de circuitos de corriente continua.

4.4 Análisis de mallas. Método de las corrientes.

Ejemplo :



1. Descomposición del circuito en malla 1 y 2.
2. Definición de I_1 e I_2 .
3. Sentido horario para las corrientes.
4. Representación matricial:

$$\begin{pmatrix} 12 \\ 24 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 + 1 + 3 & -3 \\ -3 & 3 + 2 + 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

5. Resolver sistema:

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 12 & -3 \\ 24 & 9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 9 & -3 \\ -3 & 9 \end{vmatrix}} = 2,5 \text{ (A)}$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 9 & 12 \\ -3 & 24 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 9 & -3 \\ -3 & 9 \end{vmatrix}} = 3,5 \text{ (A)}$$

Corrientes de malla!! NO CORRIENTES EN CADA RAMA!!

5. Bibliografía.

- J.V. Míguez, F. Mur, M. A. Castro y J. Carpio, Fundamentos físicos de la ingeniería, e.d. McGraw Hill, capítulos 2, 3, 6 y 7.
- L. Montoto, Fundamentos Físicos de la Informática y las Comunicaciones, e.d. Thomson, capítulo 3 y 4.
- P.A. Tipler y G. Mosca, Física para la Ciencia y Tecnología, Vol. II, e.d. Reverté, 6º edición, parte IV, capítulo 25.