

Medidas de Posición

Introducción

Las medidas de posición nos permiten dividir un conjunto de datos ordenados en partes iguales y saber en qué posición se encuentra un valor específico dentro de la distribución.

Fórmulas para Datos No Agrupados vs Datos Agrupados

Datos No Agrupados

Se usa cuando tenemos datos individuales

$$\frac{k \cdot n}{4}$$

Datos Agrupados

Se usa cuando tenemos datos en intervalos

$$\frac{k \cdot N}{4}$$

1. Cuartiles

Los cuartiles dividen los datos ordenados en cuatro partes iguales (25% cada una):

Q₁ (Primer cuartil): Deja el 25% de los datos por debajo y el 75% por encima.

Q₂ (Segundo cuartil): Es igual a la mediana, divide los datos en dos mitades iguales (50%).

Q₃ (Tercer cuartil): Deja el 75% de los datos por debajo y el 25% por encima.

◆ Fórmula para Datos No Agrupados:

Paso 1: Calcular la posición del cuartil

$$P = \frac{k \cdot n}{4}$$

Donde: P = posición, $k = 1, 2$ o 3 (para Q_1, Q_2, Q_3) y n = número de datos

Paso 2: Ubicar el valor en esa posición de los datos ordenados.

◆ Fórmula para Datos Agrupados:

$$Q_k = L_i + \left(\frac{\frac{k \cdot N}{4} - F_{i-1}}{f_i} \right) \cdot c$$

Donde:

L_i = Límite inferior de la clase donde se encuentra el cuartil

k = 1, 2 o 3 (para Q_1, Q_2, Q_3)

N = Número total de datos

F_{i-1} = Frecuencia acumulada anterior a la clase del cuartil

f_i = Frecuencia de la clase donde se encuentra el cuartil

c = Amplitud o ancho del intervalo de clase

2. Deciles

Los deciles dividen los datos ordenados en diez partes iguales (10% cada una):

D₁: 10% de los datos por debajo

D₂: 20% de los datos por debajo

D₅: 50% de los datos por debajo (igual a la mediana y Q₂)

D₉: 90% de los datos por debajo

◆ Fórmula para Datos No Agrupados:

Calcular la posición del decil:

$$P = \frac{k \cdot n}{10}$$

Donde: P = posición, k = 1, 2, ..., 9 y n = número de datos

◆ Fórmula para Datos Agrupados:

$$D_k = L_i + \left(\frac{\frac{k \cdot N}{10} - F_{i-1}}{f_i} \right) \cdot c$$

Donde:

k = 1, 2, 3, ..., 9 (valor del decil deseado)

Los demás parámetros son iguales que en cuartiles

3. Percentiles

Los percentiles dividen los datos ordenados en cien partes iguales (1% cada una):

P_{25} : Igual que Q_1 (25% de los datos por debajo)

P_{50} : Igual que Q_2 y la mediana (50% de los datos por debajo)

P_{75} : Igual que Q_3 (75% de los datos por debajo)

P_{90} : 90% de los datos por debajo

◆ Fórmula para Datos No Agrupados:

Calcular la posición del percentil:

$$P = \frac{k \cdot n}{100}$$

Donde: P = posición, $k = 1, 2, \dots, 99$ y n = número de datos

◆ Fórmula para Datos Agrupados:

$$P_k = L_i + \left(\frac{\frac{k \cdot N}{100} - F_{i-1}}{f_i} \right) \cdot c$$

Donde:

$k = 1, 2, 3, \dots, 99$ (valor del percentil deseado)

Los demás parámetros son iguales que en cuartiles

Ejemplo con Datos No Agrupados

Ejercicio: Análisis de Calificaciones

Datos ordenados de menor a mayor:

12, 15, 18, 20, 22, 25, 28, 30, 35, 40

Número de datos: $n = 10$

💡 Cálculo del Primer Cuartil (Q_1)

Paso 1: Calcular la posición

$$P = \frac{1 \cdot 10}{4} = \frac{10}{4} = 2.5$$

Paso 2: Interpretar el resultado

La posición 2.5 está entre la posición 2 y 3:

Posición 2: 15

Posición 3: 18

Paso 3: Interpolación

$$Q_1 = 15 + 0.5(18 - 15) = 15 + 1.5 = 16.5$$

✅ **Resultado:** $Q_1 = 16.5$

💡 **Interpretación:** El 25% de las calificaciones son menores o iguales a 16.5

Ejemplo con Datos Agrupados

Ejercicio: Edades de 50 personas

Tabla de frecuencias:

Intervalo	f_i	F_i
10 - 20	8	8
20 - 30	12	20
30 - 40	15	35
40 - 50	10	45
50 - 60	5	50
Total	N = 50	-

💡 Cálculo del Primer Cuartil (Q_1)

Paso 1: Calcular la posición del cuartil

$$\frac{k \cdot N}{4} = \frac{1 \cdot 50}{4} = 12.5$$

Paso 2: Identificar la clase donde se encuentra Q_1

Buscamos en qué intervalo está la posición 12.5 observando F_i :

$$F_1 = 8 \text{ (no llega a 12.5)}$$

$$F_2 = 20 \text{ (aquí está, porque } 8 < 12.5 \leq 20\text{)} \checkmark$$

Clase del Q_1 : [20 - 30)

Paso 3: Identificar los valores

$$L_i = 20 \text{ (límite inferior de la clase)}$$

$$f_i = 12 \text{ (frecuencia de la clase)}$$

$$c = 10 \text{ (amplitud: 30 - 20)}$$

Paso 4: Aplicar la fórmula

$$Q_1 = 20 + \left(\frac{12.5 - 8}{12} \right) \cdot 10$$

$$Q_1 = 20 + \left(\frac{4.5}{12} \right) \cdot 10$$

$$Q_1 = 20 + (0.375) \cdot 10$$

$$Q_1 = 20 + 3.75 = 23.75$$

Resultado: $Q_1 = 23.75$ años

Interpretación: El 25% de las personas tienen 23.75 años o menos

Conceptos Importantes

Diferencias clave:

Datos no agrupados: Usamos n (número de datos individuales) y calculamos posición directa

Datos agrupados: Usamos N (suma de frecuencias) y aplicamos interpolación en la clase

En datos agrupados necesitamos: límite inferior (L_i), frecuencias (f_i , F_{i-1}) y amplitud (c)

Importante:

Los datos siempre deben estar ordenados de menor a mayor

La frecuencia acumulada (F_i) es la suma de todas las frecuencias hasta ese intervalo

El cuartil está en el primer intervalo donde $F_i \geq \frac{k \cdot N}{4}$