

# Medidas de Forma

## 📊 ¿Qué son las Medidas de Forma?

Las **medidas de forma** describen la simetría y el grado de concentración de los datos en torno a la media. Las principales son el **coeficiente de asimetría** y el **coeficiente de curtosis**.

## 🎯 Coeficiente de Asimetría (Skewness)

Indica si la distribución se inclina hacia la izquierda o hacia la derecha respecto a la media.

$$g_1 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^3}{n \sigma^3}$$

$g_1 = 0$  : distribución simétrica

$g_1 > 0$  : asimetría positiva (cola hacia la derecha)

$g_1 < 0$  : asimetría negativa (cola hacia la izquierda)

💡 Interpretación práctica:

$|g_1| < 0.5$  : asimetría leve

$0.5 \leq |g_1| < 1$  : asimetría moderada

$|g_1| \geq 1$  : asimetría fuerte

📌 Relación con medidas de tendencia central:

**Simétrica ( $g_1 = 0$ ):** Media  $\approx$  Mediana  $\approx$  Moda

**Asimetría positiva ( $g_1 > 0$ ):** Media  $>$  Mediana  $>$  Moda

**Asimetría negativa ( $g_1 < 0$ ):** Media  $<$  Mediana  $<$  Moda

## Ejemplo: Ingresos mensuales

### Datos:

Ingresos mensuales (en miles): 1.2, 1.5, 1.8, 2.0, 2.2, 2.5, 3.0, 8.5, 12.0

### Paso 1: Calcular la media

$$\bar{x} = \frac{1.2 + 1.5 + 1.8 + 2.0 + 2.2 + 2.5 + 3.0 + 8.5 + 12.0}{9} = \frac{34.7}{9} = 3.86$$

### Paso 2: Calcular la desviación estándar

Calculamos las diferencias al cuadrado:

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{106.42}{9} = 11.82$$

$$\sigma = \sqrt{11.82} = 3.44$$

### Paso 3: Calcular el coeficiente de asimetría

$$g_1 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^3}{n \sigma^3}$$

Calculamos cada término cúbico y sumamos:

$$\sum(x_i - \bar{x})^3 = 394.85$$

$$g_1 = \frac{394.85}{9 \times 3.44^3} = \frac{394.85}{366.67} = 1.08$$

#### Interpretación:

Con  $g_1 = 1.08 > 0$ , la distribución presenta **asimetría positiva fuerte**. Los valores extremos altos (8.5 y 12.0) provocan una cola hacia la derecha. Esto es típico en distribuciones de ingresos donde pocas personas ganan mucho más que la mayoría.

**Relación:** Media (3.86) > Mediana (2.2) > Moda ✓

## Coeficiente de Curtosis (Kurtosis)

Mide el grado de concentración de los datos alrededor de la media y la presencia de valores extremos.

$$g_2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^4}{n \sigma^4} - 3$$

(Exceso de curtosis)

$g_2 = 0$  : distribución mesocúrtica (similar a la normal)

$g_2 > 0$  : leptocúrtica (picos altos, colas pesadas, más valores extremos)

$g_2 < 0$  : platicúrtica (picos bajos, colas ligeras, menos valores extremos)

### Interpretación práctica:

$|g_2| < 0.5$  : curtosis normal

$0.5 \leq |g_2| < 1$  : curtosis moderada

$|g_2| \geq 1$  : curtosis fuerte

 **Nota:** Si no se resta 3, los valores de referencia cambian:

$g_2 = 3$  : mesocúrtica

$g_2 > 3$  : leptocúrtica

$g_2 < 3$  : platicúrtica

**Datos:**

Notas de 11 estudiantes: 5, 7, 9, 10, 10, 10, 10, 10, 11, 13, 15

**Paso 1: Calcular la media**

$$\bar{x} = \frac{5 + 7 + 9 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 11 + 13 + 15}{11} = \frac{110}{11} = 10$$

**Paso 2: Calcular la desviación estándar**

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{100}{11} = 9.09$$

$$\sigma = \sqrt{9.09} = 3.01$$

**Paso 3: Calcular el coeficiente de curtosis**

$$g_2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^4}{n \sigma^4} - 3$$

Calculamos cada término elevado a la cuarta potencia:

$$(5 - 10)^4 = 625$$

$$(7 - 10)^4 = 81$$

$$(9 - 10)^4 = 1$$

$$(10 - 10)^4 = 0 \text{ (cinco veces)}$$

$$(11 - 10)^4 = 1$$

$$(13 - 10)^4 = 81$$

$$(15 - 10)^4 = 625$$

$$\sum(x_i - \bar{x})^4 = 625 + 81 + 1 + 0 + 1 + 81 + 625 = 1414$$

$$g_2 = \frac{1414}{11 \times 3.01^4} - 3 = \frac{1414}{901.6} - 3 = 1.57 - 3 = -1.43$$

**Interpretación:**

Con  $g_2 = -1.43 < 0$ , la distribución es **platicúrtica fuerte**. Aunque la mayoría obtuvo 10 (concentración central), los valores extremos (5 y 15) no son tan frecuentes como en una distribución normal. Las colas son más ligeras y el pico es más bajo y ancho.

**Significado práctico:** Hay menos valores extremos de lo esperado en una distribución normal.

## Visualización de las Distribuciones

### Asimetría:

**Negativa:** Cola larga a la izquierda, mayoría de datos a la derecha

**Simétrica:** Forma de campana balanceada

**Positiva:** Cola larga a la derecha, mayoría de datos a la izquierda

### Curtosis:

**Platicúrtica:** Curva aplanada, datos más dispersos

**Mesocúrtica:** Forma de campana normal

**Leptocúrtica:** Pico pronunciado, datos muy concentrados + valores extremos

### Errores Comunes

Confundir asimetría con curtosis (son conceptos independientes).

Interpretar que una distribución simétrica siempre es normal.

Usar la fórmula de curtosis sin restar 3 y comparar con 0 en lugar de 3.

Pensar que curtosis solo mide el "pico" - también refleja el peso de las colas.

Olvidar que valores extremos afectan fuertemente ambos coeficientes.

No considerar el tamaño de muestra (con  $n$  pequeño, estos coeficientes son poco confiables).