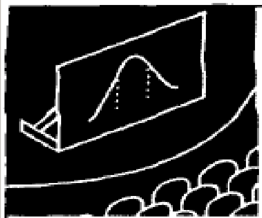
PROBABILIDAD-REGLA DE LAPLACE

Mg. Edward I. Terrones Gálvez

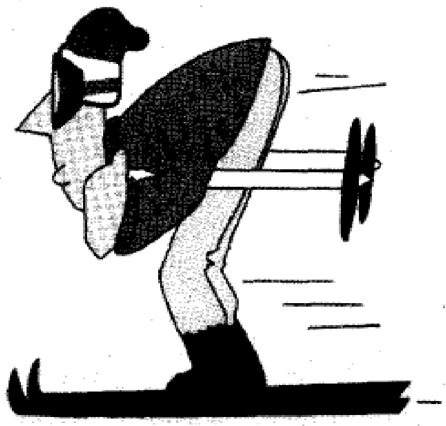


E S C E N A R I O

La Asociación Nacional de Esquí estudió el impacto financiero de la ubicación de los 850 centros de esquí de Estados Unidos (*Forbes*, mayo 1996). El propósito era determinar si un centro ubicado cerca de un centro urbano atraía más esquiadores o tenía más utilidades que un centro más aislado. La comparación incluía también los centros de esquí situados muy cerca de otros centros–similares llamados concentración de centros de esquí. Michael Berry, presidente de la Asociación Nacional de Áreas de Esquí expresó: "Muchas zonas para esquiar enfrentan una alta probabilidad de quedar en bancarrota en las estaciones venideras".

Con base en este estudio, es posible identificar los centros cuyas posiciones financieras tienen más probabilidad de presentar un descenso, y permitirles tomar las acciones correctivas que permitan aumentar sus ingresos económicos.

Como consultor contratado por Berry usted tiene la labor de proporcionar una evaluación comparativa sobre el futuro de tales centros y su potencial de éxito. Esta labor necesitará de toda su experiencia en principios de probabilidad.



INTRODUCCION

El término **probabilidad** se refiere al estudio de azar y la incertidumbre en cualquier situación en la cual varios posibles sucesos pueden ocurrir; la disciplina de la probabilidad proporciona métodos de cuantificar las oportunidades y probabilidades asociadas con varios sucesos. El lenguaje de probabilidad se utiliza constantemente de manera informal tanto en el contexto escrito como en el hablado. Algunos ejemplos incluyen enunciados tales como "es probable que el índice Dow-Jones se incremente al final del año", "existen 50-50 probabilidades de que la persona con posesión de su cargo busque la reelección", "probablemente se ofrecerá por lo menos una sección del curso el próximo año", "las probabilidades favorecen la rápida solución

Utilizaban un hueso extraído del talón de animales como ovejas, ciervos denominado astrágalo o talus, considerados como Los precursores de los dados.

comienza en este siglo cuando Pierre Fermat y Blaise Pascal tratan de resolver algunos problemas relacionados con los Juegos de azar.

Gregor **Mendel**, inició el estudio de la herencia, la genética

Sumerios y Asirios Antes de Cristo

Despues de Cristo

Forma axiomática

Andrei Kolmogorov » **la definió de forma axiomática**

Siglos XVII, XIX, XX

Estudio de la Herencia

Civilización Egipcia

HISTORIA DE LA PROBABILIDAD

Pierre Laplace » publicó Théorie analytique des probabilités

Antes de Cristo

Despues de Cristo

Algunas pinturas encontradas en las tumbas de los faraones muestran tanto astrágalos como tableros para el registro de los resultados.

Imperio Romano (Juegos con dados)
1 de estos juegos - "hazard", que sig. Riesgo o peligro.
Proviene de la palabra árabe "al-azar", que significa "dado".

1520

El Libro de los Juegos de Azar Por cardano. Algunos marcan como inicio de la probabilidad

1657

1er libro de la Probabilidad, De Ratiociniis in Ludo Aleae sobre juegos de azar

1660

Comienza a elaborarse una teoría aceptable sobre los juegos.

1713

Teorema de Bernoulli y la distribución binomial

1738

1er caso particular estudiado por De Moivre » del teorema central del límite

1809

1810

Gauss » inició el estudio de la teoría de errores y **Laplace** completó el desarrollo de esta teoría

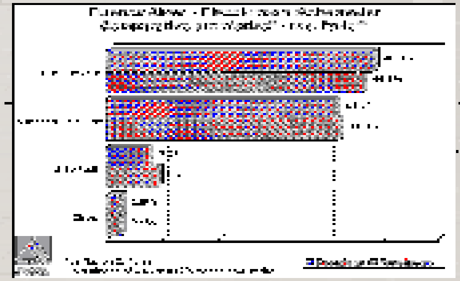
1812

PROBABILIDAD EN LA VIDA DIARIA

- Probabilidad

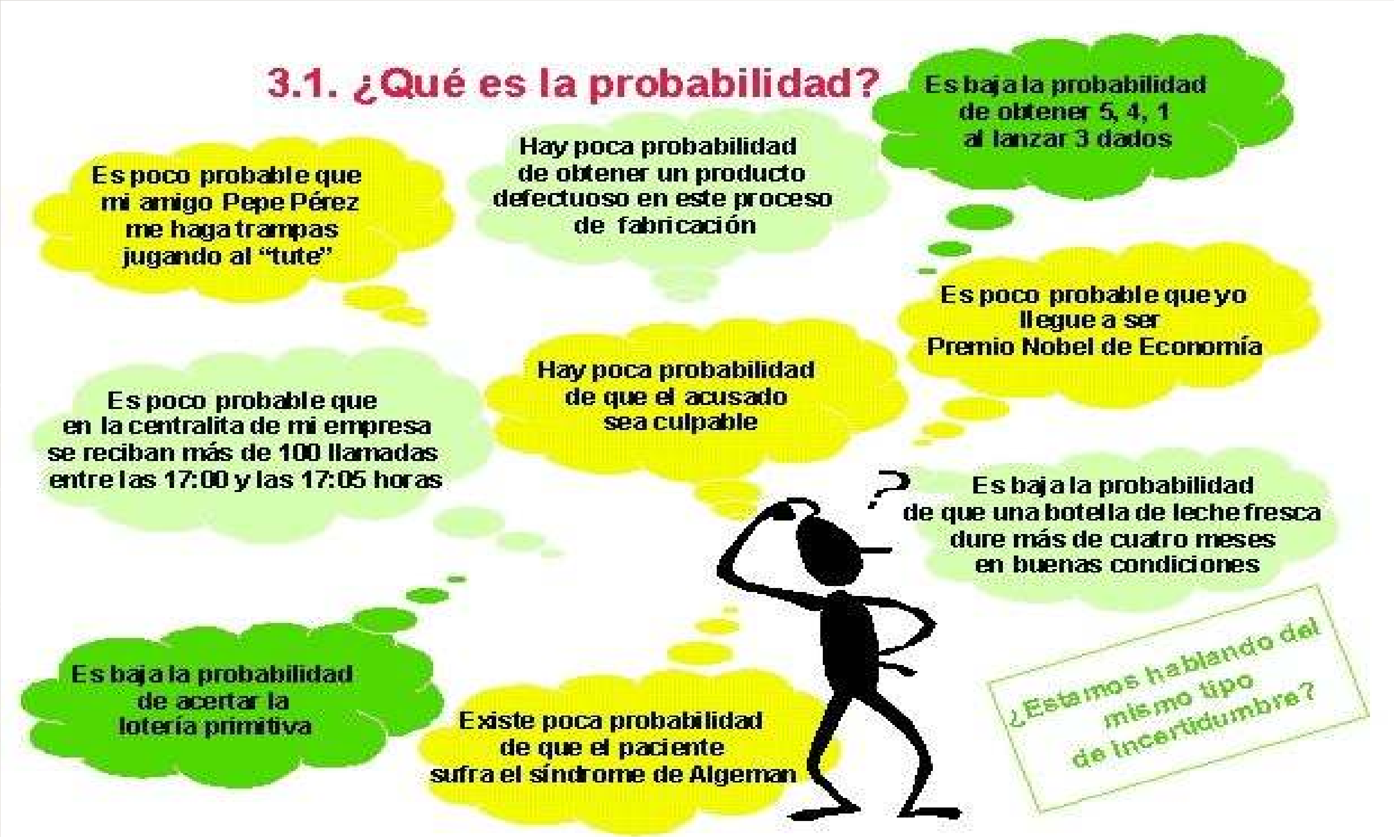
- Subjetiva

- Frecuencial



- Clásica

PROBABILIDAD CLÁSICA:



CONCEPTOS:

➢Experimento aleatorio(E):

Proceso que consiste de la ejecución de una prueba una o mas veces, cuyo resultado en cada prueba depende del azar.

Ejs:

E1:Lanzar un dado y observar el resultado obtenido

E2:Extraer una carta de una baraja de carta y ver su resultado.

E3:Lanzar una moneda y un dado y ver su resultado .

➢Espacio muestral (Ω) :

Conjunto que consiste de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio. Ejs:

$\Omega 1=\{1,2,3,4,5,6\}$ => $n(\Omega 1)=6$

$\Omega 2=\{c1,c2…c13, d1,d2,3…d13$ => $n(\Omega 2)=52$

$e1,e2,e3…e13,t1,t2,t3…t13\}$

$\Omega 3=\{c1,c2,c3,c4,c5,c6$ => $n(\Omega 3)=12$

$s1,s2,s3,s4,s5,s6\}$

➢**Evento(A):** Cualquier subconjunto del espacio muestral.

A1:Resultado sea par= 2,4,6 => n(A1)=3

A2:Carta extraída sea un diez= c10,d10,e10,t10=>n(A2)=4

A3:Resultado en el dado sea menor a 3=c1,c2,s1,s2=>n(A3)=4

DEFINICION CLASICA:

$$P(A) = \frac{\text{Numero de casos favorables del evento}}{\text{Numero total de casos posibles}} = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

Ejemplos:

Ej1: Sea el experimento de lanzar un dado. Calcular la probabilidad, que el resultado sea par:

SOL:

Sea: $\Omega 1=\{1,2,3,4,5,6\}$ => $n(\Omega 1)=6$ y

A1:Resultado sea par : $\{2,4,6\}$ => $n(A1)=3$

=> $P(A1)= \frac{n(A1)}{n(\Omega)} = 3/6=0.50$

Ej2: Se tiene una baraja de 52 cartas; se extrae una carta al azar.

Calcular la probabilidad, que la carta extraida sea un diez .

SOL:

Sea: Ω2={c1,c2…c13, d1,d2,3…d13 => n(Ω2)=52

e1,e2,e3…e13,t1,t2,t3…t13} y

A2:Carta extraída sea un diez : {c10,d10,e10,t10} =>

n(A2)=4

$$\Rightarrow P(A2)= \frac{n(A2)}{n(\Omega)} = 4/52=0.076$$

Ej3: Sea el experimento de lanzar una moneda y un dado. Calcular la probabilidad, que el resultado del dado sea menor a 3.

SOL:

Sea: $\Omega 3=\{c1,c2,c3,c4,c5,c6$ $\quad$ => $n(\Omega 3)=12$

$s1,s2,s3,s4,s5,s6\}$ $\quad$ y

A3:Resultado en el dado sea menor a 3

=> $A3=\{c1,c2,s1,s2\}$ => $n(A3)=4$

=> $P(A3)=\dfrac{n(A3)}{n(\Omega)}=4/12=0.33$

EJ 1

Al lanzar un par de dados correctos, ¿cuál es la probabilidad de que:

a) Ambos dados presenten el número tres?

b) Ambos presenten números impares?

c) La suma de sus caras sea un número impar?

d) En uno de ellos aparezca el 3 y en el otro el 6?

e) En el primero aparezca el 3 y en el segundo el 6?

EJ 2

Si se lanzan tres monedas, ¿cuál es la probabilidad de obtener:

a) exactamente una cara?

b) por lo menos dos caras?

c) exactamente dos caras?

d) como máximo tres caras?

PROPIEDADES-EJERCICIOS

EJ 1 Suponga que se tienen 30 fichas de tres colores así: amarillo, 15 fichas; negro, 10 fichas y azul, 5 fichas. Al mezclarlas, ¿Cuál es la probabilidad, al sacar una de ellas, de que sea: a) azul; b) azul o negra; c) amarilla o negra?

EJ 2 Considere una baraja de 52 cartas y se desea extraer una carta. ¿Cuál es la probabilidad de obtener una que sea J o corazón?

EJ 3 Si en el ejercicio anterior se dijera, al extraer una carta, ¿cuál es la probabilidad de obtener una que sea diamante o trébol?

EJ 4 En un grupo de estudiantes la probabilidad de que tengan computador es de 0,60: auto de 0,30 y que tengan ambos, 0,25. ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante tenga computador o auto o ambas cosas?

Propiedades:

- $P(A) >= 0$
- $P(\Omega) = 1 \quad => \quad 0 <= P(A) <= 1$
- Si A y B son dos eventos cualesquiera:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Ej. Se extrae una carta de una baraja, cual es la probabilidad de obtener un as o trébol.

- Si A y B son dos eventos mutuamente excluyentes:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad , P(A \cap B) = 0$$

Ej. Se extrae una carta de una baraja, cual es la probabilidad de obtener un as o rey.

- Si A^c es el evento complemento:

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

Ej. Se lanza un dado; la probabilidad de que salga numero par es ½; calcular la probabilidad de el numero que salga no es par.

TECNICAS DE CONTEO

Mg. Edward I. Terrones Galvez

TECNICAS DE CONTEO

Son una serie de métodos de probabilidad para contar el número posible de arreglos dentro de un conjunto o varios conjuntos de objetos.

1. Permutaciones: Forma de ordenar o arreglar la totalidad o parte de los elementos de un conjunto.

(Si importa el orden)

$P_n = n!$ Totalidad de elementos

${}_nP_k = \frac{n!}{(n-k)!}$ Una parte de los elementos

Ej1: En un salón de clase de 10 alumnos, se sortea 2 premios(un celular y un cuaderno) para el primer y segundo puesto respectivamente. De cuantas formas diferentes ganaran el premio.

SOL:

Como si importa el orden y solo se quiere ordenar una parte de los elementos

$\Rightarrow {}_{n}P_{k} = \frac{n!}{(n-k)!} = \frac{10!}{(10-2)!} = \frac{10!}{8!} = 90$ formas diferentes

Ej2: En la primera fila del salón de clase se tienen colocados 8 carpetas y se quiere sentar a 8 estudiantes. ¿De cuantas maneras se podrán sentar?

SOL:

Como si importa el orden y se va ordenar a todos los elementos:

=> $P_n = n!$ => $P_8 = 8! = 40320$ maneras diferentes

Ej3: ¿Cuántos números de tres dígitos pueden formarse con:

los números: 1,2,3,4,5,6,7,8?

SOL:

⇒Como si importa el orden => $_nP_k = \dfrac{n!}{(n-k)!} = \dfrac{8!}{(8-3)!}$

=>= 336 números diferentes

2. Combinaciones: Una combinación de un conjunto de elementos, es una selección de dichos elementos **sin tener en cuenta el orden**.

El número de combinaciones de "n" elementos tomados de "k" en "k":

$$ {}_{n}C_{k} = \frac{n!}{(n-k)!\,K!} $$

Ej1: En un salón de clase de 10 alumnos, se sortea 2 celulares para el primer y segundo puesto. De cuantas formas diferentes ganaran el premio.

SOL:

Como no importa el orden=> $ {}_{n}C_{k} = \frac{10!}{(10-2)!*\,2!} = 10!/8!*2$

=> = 45 formas diferentes

Ej2: ¿Cuántas comisiones de 6 personas pueden formarse con un gripo de 12 personas?.

SOL:

Como no importa el orden=> $_{n}C_{k} = \frac{12!}{(12-6)!*6!} = 12!/6!*6!$

$\Rightarrow$ = 924 comisiones

Ej3: ¿Cuántos grupos diferentes pueden seleccionarse entre 7 hombres y 4 mujeres, si deben constituirse de:

a) 3 hombres y 2 mujeres

b) 5 personas; de las cuales por lo menos 3 deben ser hombres.

SOL:

Como no importa el orden =>

a) $_{7}C_{3} * {}_{4}C_{2} =$ 35*6= 210 grupos

b) Como k=5 => $\Rightarrow {}_{7}C_{3} * {}_{4}C_{2} + {}_{7}C_{4} * {}_{4}C_{1} + {}_{7}C_{5} * {}_{4}C_{0}$

= 210 + 140 + 21 = 371 grupos

H:	3	4	5
M:	2	1	0


Gracias