

# PROBABILIDADES

184

CIRO MARTÍNEZ BENCARDINO  
ESTADÍSTICA Y MUESTREO

## EJERCICIOS PARA RESOLVER



La gran mayoría de los ejercicios de este libro, se encuentran resueltos en el Sistema de Información en Línea SIL.

- Las caras de un dado común se hallan numeradas de 1 a 6.
  - ¿Cuál es la probabilidad de que habiéndose lanzado el dado, aparezca en la cara superior un valor par?
  - ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número mayor a dos?
- ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar dos dados comunes, se presenten dos valores tales que la suma sea. a) 3? b) 4?
- ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar tres monedas:
  - ¿Todos sean caras?
  - ¿Qué dos sean caras?
  - ¿Qué dos sean sellos?
- ¿Cuál es la probabilidad que sean varones, los tres hijos de una familia?
- ¿Cuál es la probabilidad, en la experiencia de lanzar dos dados, uno blanco y otro rojo, de obtener?
  - Primero, construir un espacio muestral
  - ¿Que en uno de ellos se presente el 4 y en el otro un valor menor a 4?
  - Obtener en el dado blanco un número menor de tres y en el dado rojo, un valor mayor a tres?
  - La suma de las dos caras resulte un valor de: 6; 8; 7; más de 9.
- Si se tienen 2 lápices uno rojo y otro verde, cuyas caras están numeradas 1, 2, 3, 4 y se hacen rodar sobre el piso, leyendo los números correspondientes a sus caras superiores. Con lo anterior:
  - Establezca el espacio muestral de los acontecimientos.
  - Determine la probabilidad de que la cara superior del lápiz rojo sea 1 ó 3, mientras que la de verde sea 2 ó 4.
  - ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de sus caras sea 4?
  - ¿Que la suma de sus caras, sea un número par?
- Suponga que agrega un lápiz azul al ejercicio anterior. ¿Puede establecer un espacio muestral? Si es así, determínelo:
  - ¿Cual es la probabilidad de que exactamente una de las caras expuestas presente el número dos?
  - Hallar la probabilidad correspondiente a que exactamente dos de las caras expuestas presenten el número dos.
  - Que las tres caras presenten el número dos.
- Tres corredores A, B y C compiten entre ellos frecuentemente; han ganado el 60, el 30 y el 10 por 100 de las competiciones respectivamente. En la próxima carrera:
  - ¿Cuál será el espacio muestral?
  - ¿Qué valores podríamos asignar a los puntos muestrales?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que A pierda?
- Después de un extenso estudio, los archivos de una compañía de seguros revelan que la población de un país cualquiera puede clasificarse, según sus edades, como sigue: un 35 por ciento menores de 20 años, un 25 por ciento entre 21 y 35 años, un 20 por ciento entre 36 y 50 años, un 15 por ciento

entre 51 y 65 años y un 5 por ciento mayores de 65 años.

Suponga que se puede elegir un individuo de tal manera que cualquier habitante del país supuesto tenga la misma posibilidad de ser elegido. Empleando la anterior información, describir un espacio muestral para la edad del individuo elegido y asignar valores a los puntos muestrales. ¿Cuál es la probabilidad de que el individuo elegido sea mayor a 35 años?

10. Un embarque de pintura contiene 2.000 latas de 5 kilos, de las cuales 800 son de pintura blanca, 500 de amarilla, 300 de roja, 300 de verde y 100 de azul. Durante el viaje, las latas se han sumergido accidentalmente en agua y se han borrado todos los rótulos. A la llegada, las latas se colocan sobre una plataforma, se coge una y se abre. Respecto del color de la lata elegida:
  - a) ¿Cuál es el espacio muestral?
  - b) ¿Qué valores podrían asignarse a los diversos puntos muestrales?
  - c) ¿Cuál es la probabilidad de que la lata elegida contenga pintura roja, blanca o azul?
11. Suponga que el observatorio meteorológico clasifica cada día según las condiciones del viento como ventoso o en calma; según la cantidad de lluvia caída, en húmedo o seco y según la temperatura como caluroso, normal o frío. ¿Qué espacio muestral es necesario para caracterizar un día? ¿Qué valores se pueden asignar a los puntos muestrales?
12. En una urna que contiene cuatro bolas blancas y dos rojas.
  - a) ¿Cuál es el espacio muestral?
  - b) ¿Qué valores parecen razonables para los puntos muestrales?
  - c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una bola roja?
13. Si se lanzan 3 dados, encontrar la probabilidad de que:
  - a) Los 3 presenten un cuatro.
  - b) Los 3 presenten, el mismo número.
  - c) Dos dados presenten el cuatro y el tercero cualquier otro número.
  - d) Sólo dos dados tengan el mismo resultado.
14. Tenemos en una caja 3 bolas azules, 2 blancas, 6 negras y 5 verdes. ¿Qué probabilidad hay de ganar o perder, si las premiadas son las blancas y azules?
15. Un experimento consiste en seleccionar una ficha de una caja que contiene 6 de ellas numeradas del 1 al 6. Dadas las siguientes descripciones, establecer cuáles son espacios muestrales adecuados al experimento considerado.

a) $U = [1, 2, 3, 4, 5, 6]$	b) $U = [1, 2, 3, 4, 5]$
c) $U = [\text{N}^\circ \text{ par}, \text{N}^\circ \text{ impar}]$	d) $U = [1, 3, 5, \text{N}^\circ \text{ par}]$
e) $U = [1, 2, \text{N}^\circ \text{ menor que } 6, 6]$	f) $U = [\text{N}^\circ \text{ menor que } 3, 3, \text{N}^\circ \text{ mayor que } 3]$
16. Se elige un comité de 3 miembros entre 6 candidatos A B C D E y F.
  - a) Especificar el espacio apropiado y asignar adecuadamente probabilidades a los sucesos elementales del espacio muestral.
  - b) Hallar la probabilidad de que se elija A
  - c) Hallar la probabilidad de que A y B sean elegidos.
  - d) Hallar la probabilidad de que A o B sean elegidos.
  - e) Hallar la probabilidad de que A no sea elegido
  - f) Hallar la probabilidad de que ni A ni B sean elegidos



17. ¿Cuál es la probabilidad que una bola, extraída al azar, de una urna que contiene tres bolas rojas, cuatro blancas y cinco azules, sea blanca?
18. En una encuesta a familias con dos niños, se registra el sexo de cada niño según el orden de sus nacimientos. Por ejemplo, si el primer niño es varón y el segundo es mujer se anotará: HM. Esto es un punto del espacio muestral. Listar los demás puntos muestrales.
19. Supongamos que la encuesta del ejercicio anterior, se realice a familias con 3 hijos.
  - a) Listar un espacio muestral apropiado
  - b) ¿Cuántos puntos tendrá dicho espacio?
  - c) ¿Cuántos de tales puntos corresponden a familias con dos hijos hombres y una mujer?
  - d) ¿Cuántas familias en las que el primer hijo nacido sea mujer?
20. Asignando la misma probabilidad a cada uno de los puntos del espacio muestral del ejercicio anterior.
  - a) ¿Cuál es la probabilidad de que en una familia con 3 hijos los dos primeros sean mujeres y el tercero hombre?
  - b) ¿Cuál es la probabilidad de que dos sean mujeres y uno sea hombre?
21. Una persona guarda en su bolsillo una moneda de \$50, una de \$100, otra de \$200 e imaginemos una cuarta de \$500. Si esa persona toma sucesivamente (una después de la otra) dos monedas, describir un espacio muestral apropiado.
22. Se lanzan dos dados correctos. Calcular la probabilidad del suceso, “los números obtenidos no suman 4”.
23. A continuación se mencionan algunos experimentos aleatorios. En cada uno de los casos se pide describir un espacio muestral.
  - a) Se extrae una carta de una baraja española (40 cartas) y se anota la carta escogida.
  - b) Se lanzan 6 monedas y se observa la aparición de caras y sellos.
  - c) Un joven tiene en su bolsillo 4 billetes: de \$100, de \$200, de \$1.000 y de \$10.000 pesos. Saca, uno tras otro, dos billetes.
  - d) Los socios de un club eligen un comité de tres miembros entre los seis candidatos A, B, C, D, E y F.
24. Suponga tres figuras de 4 caras, numeradas del uno al cuatro. Al ser lanzadas al aire, y luego observados los números que aparecen en la cara superior, se pide:
  - a) Elaborar un espacio muestral.
  - b) Utilizando la regla del exponente, hallar el número de eventos posibles.
  - c) Determinar la probabilidad de obtener exactamente un dos; exactamente dos dos; exactamente tres dos.
25. La probabilidad de que en un día cualquiera llueva, es del 20%. ¿Cuál es la probabilidad de que llueva? ¿Que no llueva?
26. Al lanzar un par de dados correctos, ¿cuál es la probabilidad de que:
  - a) Ambos dados presenten el número tres?
  - b) Ambos presenten números impares?

- c) La suma de sus caras sea un número impar?
  - d) En uno de ellos aparezca el 3 y en el otro el 6?
  - e) En el primero aparezca el 3 y en el segundo el 6?
27. Si se lanza un dado correcto, ¿cuál es la probabilidad de obtener un número?
- a) Par      b) Impar      c) Mayor que 0      d) Menor que cinco
28. Si se lanzan tres monedas, ¿cuál es la probabilidad de obtener:
- a) exactamente una cara?      b) por lo menos dos caras?
  - c) exactamente dos caras?      d) como máximo tres caras?
29. a) ¿Qué es un evento?
- b) Si se tiene una baraja de 52 cartas al sacar una K, ¿cuál será el evento de interés? y ¿cuáles son los puntos muestrales de ese evento?
- c) ¿Cuál es la probabilidad, al extraer una carta de una baraja de 52, de obtener una figura (K, Q, J)?
30. Suponga que en un grupo (curso) de alumnos, se van a seleccionar 3 de ellos con el fin de observar, si trabajan (A) o no trabajan (B)
- a) Enumérense los elementos del espacio muestral, con los tres alumnos seleccionados.
  - b) Enumérense los elementos en el suceso de que el número de alumnos que trabajan sea cero.
  - c) ¿Cómo podría definir usted el suceso {AAB, ABA, BAA}?
31. Explique brevemente qué es:
- a) Probabilidad a priori      b) Probabilidad empírica
  - c) Espacio muestral      d) Diferencia entre posibilidad y probabilidad
  - e) Probabilidad subjetiva      f) Experimento
  - g) Prueba      h) Evento
32. Estime la probabilidad de que su equipo favorito sea uno de los 4 primeros en el campeonato del año entrante ¿En qué factores se basa para hacer dicha estimación? ¿Cómo llamaría esta probabilidad?
33. De un ejemplo de probabilidad subjetiva y otra de probabilidad objetiva.
34. Hay dos reglas que se aplican a los espacios muestrales: (a) Cada resultado posible del experimento debe corresponder a un punto muestral. (b) Analizando el espacio muestral correspondiente al lanzar un dado: aparece un número par, aparece un número impar.  
En ambos casos a) y b), conteste si es cierto o falso, la aplicación de esas reglas.

### Esperanza matemática

35. Se propone un juego de dados, en las siguientes condiciones: si sale el “uno” gana \$5.000, pero si sale cualquier otro número pierdo \$1.000. ¿Debo aceptar esa propuesta?
36. En una urna hay 50 sobres, de los cuales, 10 contienen \$5.000, 10 contienen \$1.000 cada uno y el resto está vacío, ¿Cuál es la esperanza obtenida al sacar un solo sobre?
37. Una persona saca sucesivamente tres bolas, sin reposición, de una urna que contiene 8 bolas negras, 8 blancas y 8 rojas. Si recibe \$5.000 si no saca ninguna bola negra ¿Cuál es su esperanza?



# REGLA DE LA MULTIPLICACION- PERMUTACIONES-COMBINACIONES

## EJERCICIOS PARA RESOLVER



La gran mayoría de los ejercicios de este libro, se encuentran resueltos en el Sistema de Información en Línea SIL.

41. En una Universidad de Bogotá a 5 estudiantes se les califica con las letras A, B, C, D, E. ¿De cuántas maneras se les puede calificar, si los estudiantes obtienen todas calificaciones diferentes?
42. Si un futbolista conoce 7 jugadas diferentes y si el entrenador le instruye para que juegue las 7 sin que ninguna se repita, ¿qué libertad le queda a ese jugador?
43. Una señora invita a cenar a 8 amigos y después de sentarse ella, ¿De cuántas maneras se pueden sentar sus invitados?
44. ¿Cuántas permutaciones se pueden hacer con las letras:  $A_1$   $A_2$   $B_1$   $B_2$ ?
45. ¿Cuántas cifras de 9 dígitos se pueden formar con los dígitos del 1 al 9?
46. Un examen consta de cuatro preguntas y se deja libertad para contestarlas en el orden que se desee. ¿De cuántas maneras se podrá contestar?
47. ¿Cuántas palabras de 5 letras, con o sin sentido idiomático pueden formarse a partir de las letras de la palabra COSER?
48. ¿Cuántas permutaciones pueden efectuarse con las letras A, B, C?
49. ¿Cuántas permutaciones se pueden hacer con las letras de la palabra MISSISSIPPI?
50. a) ¿Cuántas permutaciones se pueden hacer con las letras de la palabra COOPERADOR?  
b) ¿Ahora, si se considera que las O deben estar juntas?
51. ¿Cuántas permutaciones se pueden hacer con las letras: A A  $B_1$   $B_2$   $B_3$ ?
52. ¿Cuántas permutaciones se pueden hacer con las letras: A A B B B?
53. ¿De cuántas maneras se pueden ordenar en un estante con 5 litros de whisky y tres botellas de aguardiente, a condición de que dos litros de whisky estén siempre juntos y dos botellas de aguardiente siempre juntas?

### Permutaciones (Variaciones)

54. Si un estudiante tiene 9 libros y desea ordenar 5 de ellos sobre un estante. ¿De cuántas maneras distintas puede hacerlo?
55. ¿Cuántos números de 4 dígitos pueden formarse con los dígitos: 1, 3, 5, 7, 8 y 9. si ninguno puede aparecer más de una vez en cada número?
56. ¿Cuántas palabras de cinco letras diferentes se pueden formar con las 27 letras del alfabeto?

57. ¿Cuántos números de tres cifras se pueden formar con los dígitos: 2, 3, 4, 5, 6?
58. ¿Cuántas señales diferentes se pueden formar con 10 banderas distintas, levantando al menos 3 y no más de 6 banderas en una driza de un mástil?
59. ¿De cuántas maneras diferentes se puede contestar un examen de 5 preguntas, si sólo hay que dar respuesta a 3 de ellas?
60. ¿Cuántas ordenaciones diferentes de diez letras se pueden hacer utilizando la palabra CONVENCIÓN?
61. Determine el valor para cada uno de los siguientes casos: a)  $6!$  b)  $10!$  c)  $3!$  d)  $0!$
62. a) ¿Cuántos números de tres dígitos pueden formarse con 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8?  
b) ¿Cuántas cifras de 4 dígitos?  
c) ¿Cuántas cifras de 5 dígitos?
63. ¿Cuántas permutaciones se pueden obtener con las letras de la palabra CARRASQUILLA?
64. Si consideramos un alfabeto con 26 letras ¿cuántas placas de tres letras se pueden elaborar, si una letra no debe aparecer más de una vez?; b) ¿Cuántas placas se tendrán, si las letras pueden aparecer más de una vez?
65. Un mecánico contratado para arreglar una máquina, cree que hay posiblemente 4 causas y se le propone dar solución a cada una de ellas, señalándolas por A, B, C, D  
a) Enumérese el orden que podría dar a las soluciones.  
b) Aplicando la fórmula correspondiente ¿de cuántas maneras se pueden permutar?
66. Si consideramos el actual campeonato de balompié conformado por 16 equipos:  
a) ¿De cuántas maneras se podrán clasificar, suponiendo que no hay empates?  
b) Si sólo consideramos los 4 primeros puestos, ¿cuántas clasificaciones diferentes se pueden hacer?
67. ¿De cuántas maneras posibles se pueden ordenar en una biblioteca 3 libros de matemática y dos de estadística, se fija como condición que los libros de matemática estén siempre juntos, lo mismo que las estadísticas?
68. Un joven ha invitado a 6 amigos a comer. Después de sentarse él ¿de cuántas maneras diferentes pueden sentarse los amigos?
69. Obtener los resultados para los siguientes: a)  ${}_6P_2$  b)  ${}_4P_1$  c)  ${}_{12}P_5$  d)  $P_6$  e)  $P_8$

#### Combinaciones

70. Desarrolle las siguientes combinaciones:
- a)  $\binom{8}{6}$       b)  $\binom{5}{3}$       c)  $\binom{5}{2}$       d)  $\binom{8}{2}$       e)  $\binom{10}{4}$       f)  $\binom{10}{6}$

¿Observa algo especial en el desarrollo de los ejercicios anteriores? ¿Por qué se dan esos resultados iguales?



71. ¿De cuántas maneras puede formarse un equipo de balompié (bajo el supuesto que pueden jugar en cualquier puesto) entre un plantel de 30 jugadores?
72. ¿De cuántas maneras se puede organizar una familia de 5 hijos, si desea que dos sean niñas y tres niños?
73. ¿Cuántas comisiones de 6 personas pueden formarse con un grupo de 10 personas?
74. Supongamos que Pedro, María, Grisel, Juan y Jorge son los candidatos para conformar un comité, compuesto de tres personas. a) ¿Cuántos comités de tres personas se pueden conformar?; b) Grisel y Juan, por ser hermanos, no deben estar juntos en los comités.
75. Al desarrollar las siguientes combinaciones, ¿qué observa usted en los resultados?  
a)  $\binom{10}{6} = \binom{10}{4}$     b)  $\binom{8}{3} = \binom{8}{5}$     c)  $\binom{7}{2} = \binom{7}{5}$
76. ¿Cuántos comités diferentes de 4 personas se pueden formar a partir de un grupo de 12 personas?
77. a) Suponga que en el ejercicio anterior el comité de 4 personas tiene que estar conformado por una mujer y 3 hombres.  
b) Si el grupo está conformado por 4 mujeres y 8 hombres,  
¿En los dos casos, de cuántas maneras diferentes los podemos organizar?
78. ¿Cuántos grupos de 7 cartas, pueden obtenerse de una baraja de 40 cartas?
79. ¿Cuántos comités diferentes pueden seleccionarse entre 7 hombres y 4 mujeres si deben constituirse de:  
a) 3 hombres y 2 mujeres  
b) 5 personas de las cuales por lo menos tres deben ser hombres.
80. Es necesario elegir un comité de 10 personas entre 6 abogados, 8 economistas y 5 ingenieros. Si el comité debe estar integrado por 4 abogados, 3 economistas y 3 ingenieros.
81. ¿Cuántos comités compuestos de 3 diputados y 5 senadores pueden formarse tomando como base un grupo de 5 diputados y 8 senadores?
82. a) ¿Cuántas comisiones de 3 personas se pueden formar seleccionándolas de entre 10 personas?  
b) ¿Comisiones de 7 personas entre 10?
83. ¿Cuántos grupos de cinco cartas se pueden obtener de una baraja de 52 cartas?
84. ¿De cuántas maneras se pueden extraer dos manzanas de una caja que contiene 8 manzanas?
85. Una caja contiene 7 fichas rojas, 6 fichas blancas y 4 fichas azules. ¿Cuántas selecciones de 3 fichas se pueden formar si:  
a) las 3 deben ser rojas?  
b) ninguna puede ser roja?
86. Un examen consta de 4 preguntas, hay que dar respuesta a solo 3 de las 4 preguntas, ¿Cuántos exámenes de diferente contenido habrá que corregir como máximo?



## EJERCICIOS PARA RESOLVER

La gran mayoría de los ejercicios de este libro, se encuentran resueltos en el Sistema de Información en Línea SIL.

### Sucesos mutuamente excluyentes y sucesos compatibles

87. Se extrae una carta al azar de una baraja de 40 cartas. ¿Cuál es la probabilidad de que sea As o figura?
88. Se encuentran reunidas 4 personas con diferentes profesiones: Abogado, Economista, Ingeniero, Administrador. Se elige una persona al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que sea Abogado o Economista o Administrador?
89. Considere una baraja de 52 cartas y se desea extraer una carta. ¿Cuál es la probabilidad de obtener una que sea J o corazón?
90. Si en el ejercicio anterior se dijera, al extraer una carta, ¿cuál es la probabilidad de obtener una que sea diamante o trébol?
91. En un grupo de estudiantes la probabilidad de que tengan computador es de 0,60: auto de 0,30 y que tengan ambos, 0,25. ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante tenga computador o auto o ambas cosas?
92. Suponga que se tienen 30 fichas de tres colores así: amarillo, 15 fichas; negro, 10 fichas y azul, 5 fichas. Al mezclarlas, ¿Cuál es la probabilidad, al sacar una de ellas, de que sea: a) azul; b) azul o negra; c) amarilla o negra?
93. En una baraja de 40 cartas, al extraer una carta, ¿Cuál es la probabilidad de obtener una carta que sea figura o copas?
94. En un grupo de estudiantes la probabilidad de obtener un puntaje bajo es 0,20; que se haya graduado en la universidad es 0,5 y que se den ambos es 0,05. ¿Cuál es la probabilidad que un estudiante obtenga un puntaje bajo o se haya graduado en la universidad?
95. Si de un naipe bien barajado, de 40 cartas, se extrae una carta, ¿Cuál es la probabilidad de obtener:  
a) Un caballo o un rey      b) Una zota de copas o un rey      c) Una figura o copas  
d) Oros o un 6              e) Seis de espadas o figura      f) Un as o figura
96. Se tiene una urna con 20 bolas de plástico distribuidas en los siguientes colores: 5 amarillas, 8 negras y 7 rojas. Extraiga una bola, teniendo el cuidado de revolverlas antes de extraerlas. ¿Cuál es la probabilidad de que la bola seleccionada?  
a) Sea negra      b) No sea amarilla      c) Sea roja      d) Sea amarilla o negra
97. Suponga que:  $P(A) = 0,20$     $P(B) = 0,70$    y    $P(A \text{ y } B) = 0,10$   
a) ¿A y B son mutuamente excluyentes?  
b) Obtenga la probabilidad para  $P(A \text{ o } B)$   
c) ¿Son A y B colectivamente exhaustivos?
98. Supongamos una baraja de 52 cartas de la que debemos extraer una carta. Nos dan un premio si la carta extraída es trébol o K. ¿Cuál es la probabilidad de ganar?



99. a) Consideremos el lanzamiento de un dado. Usted gana, si el resultado es impar o divisible por dos. ¿Cuál es la probabilidad de ganar?  
b) Si planteamos el ejercicio de ganar obteniendo un resultado par o divisible por 3, ¿cuál sería la probabilidad de ganar?
100. La mamá lleva a su hijo a una tienda y le ofrece una de tres galguerías. La probabilidad de que escoja un helado es del 70%; kumis, 0,40 y helado y kumis, 0,30. ¿Cuál es la probabilidad de que compre helado o kumis?
101. En un día programado para realizar un paseo por el parque, la probabilidad de que haga sol es de 0,60; de que llueva, 0,20 y de que haga sol y llueva, es de 0,03. ¿Cuál es la probabilidad de que llueva o haga sol?
102. Si el Banco de la República exige que se rebaje la tasa de interés al 32%, existirá una probabilidad del 80% de que la inflación para ese año sea superior al 25%. ¿Qué interpretación le daría usted al 80%?
103. Se compraron 30 lápices de diferentes colores: 12 azules, 8 amarillos y 10 verdes. ¿Cuál es la probabilidad al extraer un lápiz de que sea: a) azul; b) azul o amarillo; c) amarillo o verde?
104. A un cargo se presentan 16 candidatos de diferentes profesiones; 6 economistas, 4 administradores 2 contadores y 4 ingenieros industriales. ¿Cuál es la probabilidad de que el cargo sea ocupado por un economista o un administrador?

### Sucesos independientes

105. Qué probabilidad tendremos de obtener 2 reyes, sacando una carta de una baraja y la otra de una segunda baraja? (Ambas barajas son españolas).
106. En un solo lanzamiento de dos dados, ¿qué probabilidad tenemos de sacar dos cincos?
107. Juan y Griselda estudian en un mismo curso. La probabilidad de que Juan no pierda ninguna materia es de 0,8 y que Griselda obtenga el mismo resultado es de 0,90. ¿Cuál es la probabilidad (a) de que los dos no pierdan ninguna materia; (b) que Juan pierda por lo menos una y Griselda ninguna; (c) que ambos pierdan?
108. De una baraja de 40 cartas se van a extraer 3 cartas con reposición. ¿Cuál es la probabilidad de que la primera carta sea Rey y la segunda As y la tercera 6 de copas?
109. Supongamos que un taller dispone de dos máquinas. En la primera se produce el 1,5% de unidades defectuosas y en la segunda el 3%. ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer una de cada máquina, las dos sean defectuosas?
110. ¿Cuál es la probabilidad, al seleccionar 5 personas en un grupo, de que las 5 sean mujeres?
111. Se lanzan 3 monedas, ¿cuál es la probabilidad de que las tres sean caras?
112. Cuatro amigos que se dirigen a un lugar, toman 4 rutas diferentes de acuerdo al riesgo que se corre de tener algún accidente. Si se le asignan las probabilidades de riesgo para cada ruta: 0,2 0,15 0,25 0,10. Encuentre la probabilidad:
- a) De que ninguno sufra dificultades  
b) Que los cuatro sufran accidentes  
c) Los dos primeros sufran accidentes y los restantes no

113. Al sacar dos cartas con reposición de una baraja de 52 cartas, cuál es la probabilidad de que:  
a) Ambas sean diamantes; b) Ambas sean figuras (J, K); c) Ambas sean corazón y diamante
114. ¿Cuáles serían sus respuestas al ejercicio anterior, si las dos cartas se extraen sin reposición?
115. Un hombre posee un negocio y es, además, propietario de su casa. En un año cualquiera la probabilidad de que la casa sea robada es 0,08, y la probabilidad de que su negocio sea robado es 0,14. Suponiendo que estos eventos sean independientes, cuál es la probabilidad de que:  
a) Sufra robos en ambos lugares en este año  
b) No se presenten robos en ninguno de los dos
116. En forma independiente se lanza una moneda y se extrae una carta de una baraja de 52 cartas y se lanza un dado. ¿Cuál es la probabilidad de observar cara en la moneda, as en la carta y el tres en el dado?
117. De una baraja de 40 cartas se van a extraer 3 cartas con reposición. ¿Cuál es la probabilidad de que la primera carta sea un Rey, la segunda un As y la tercera un 6 de Copas?
118. Una fábrica tiene cuatro máquinas de diferentes modelos, la primera del año 2005 y una probabilidad del 12% de dañarse en un día de trabajo, otra de 2007, con el 7%; la tercera de 2009, con el 2% y la última de 2011 con el 1%, en un día de producción. Calcule la probabilidad de que:  
a) Ninguna se descomponga o dañe b) Todas se descompongan.
119. Una máquina que produce un determinado artículo fue adquirida bajo la condición de que el 3% de los artículos producidos son defectuosos. Si el proceso se realiza bajo control, es decir independiente, ¿Cuál es la probabilidad de que:  
a) dos artículos seguidos sean defectuosos?  
b) dos artículos seguidos no sean defectuosos?  
c) un artículo defectuoso y el otro bueno, en cualquier orden?  
d) tres artículos seguidos sean buenos?
120. Tengo en el bolsillo del saco dos bolas de plástico una roja y otra verde. ¿Cuál es la probabilidad de sacar 3 veces sucesivas (con reposición) la bola roja?
121. En un recipiente se tienen 10 bolas azules y 5 rojas y en un segundo recipiente se tienen 8 bolas blancas y 12 rojas. ¿Cuál es la probabilidad de sacar bolas rojas, si extraemos una de cada recipiente?
122. Suponga que pintamos dos caras de un dado de rojo, tres de verde y una de azul. ¿Cuál es la probabilidad, al lanzar cuatro veces el dado, de obtener:  
a) las tres primeras veces verde y la última rojo?  
b) sólo las tres primeras rojo?  
c) que en los tres primeros lanzamientos se obtenga azul?

### Sucesos dependientes

123. Una persona saca de una baraja de 52 cartas sin reposición; simultáneamente otra persona lanza una moneda. ¿Cuál es la probabilidad de que la primera persona saque en compañía de la segunda tres cartas de la misma pinta y una cara?
124. Cuatro personas sacan sucesivamente una carta de un mazo de 40 sin reposición. ¿Cuál es la probabilidad de que la primera persona saque el As de espadas, la segunda el Rey de copas, la tercera un Rey y la cuarta un As?



125. En una bolsa hay seis bolitas blancas y cinco amarillas. Se sacan de una en una sin reposición. ¿Cuál es la probabilidad de que la primera sea blanca, la segunda amarilla, la tercera blanca y así sucesivamente?
126. Se extraen 3 cartas sin reposición de una baraja de 52 cartas. ¿Cuál es la probabilidad de que:
- a) en la primera carta aparezca una K y en las siguientes no aparezca?
  - b) en la tercera carta aparezca la primera K?
127. ¿Cuál es la probabilidad de obtener 3 ases, sacando sucesivamente 3 cartas de una baraja de 40 cartas, sin volverlas a incluir en el mazo (montón)?
128. Suponga que se tiene una urna con veinte bolas, de las cuales, cinco son amarillas, ocho negras y siete rojas.
- a) Extraiga tres bolas sin reposición, ¿cuál es la probabilidad de que la primera sea amarilla, la segunda negra y la tercera roja?
  - b) Si se hubiese pedido con reposición, ¿cuál sería la probabilidad anterior?
129. Se extraen tres cartas sin reposición de una baraja de 40 cartas.
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que las tres sean ases?
  - b) ¿De que las tres seanoros?
130. Se extraen cinco cartas sin reposición de una baraja de 40 cartas, ¿Cuál es la probabilidad de que las cinco sean copas?
131. Dos equipos de balompié revuelven sus camisetas, 11 son de color verde y las restantes 11 azules. Se van a extraer 2 camisetas. ¿Cuál es la probabilidad de que las dos sean rojas?
132. Después de inspeccionar un lote de 10 unidades, se encontró que 2 son defectuosas y las restantes buenas. Si de los 10 extraemos dos unidades, ¿cuál es la probabilidad de que las dos sean defectuosas?

## PROBABILIDAD CONDICIONAL

Los símbolos que se presentan a continuación son algunos de los más comunes en textos de estadística.

$P_{(A)}$	$\Rightarrow$ Probabilidad de que ocurra el suceso A
$P_{(A')} = P_{(\bar{A})}$	$\Rightarrow$ Probabilidad de que no ocurra el suceso A. También simboliza la probabilidad del complemento A
$P_{(A B)}$	$\Rightarrow$ Probabilidad de que ocurra A dado que ha ocurrido B. También simboliza la probabilidad condicional de A dado B.
$P_{(A \cap B)}$	$\Rightarrow$ Probabilidad de que ocurra tanto A como B en un experimento. También simboliza la probabilidad de la intersección de A y B o la probabilidad conjunta de A y B.
$P_{(A \cup B)}$	$\Rightarrow$ Es la probabilidad de que ocurra A, o bien B, o ambos, en un experimento. También simboliza la probabilidad de la unión de A y B.

En nuestro tema, de la probabilidad condicional de A, dado B, se tendrá que:

$$P_{(A|B)} = \frac{P_{(A \cap B)}}{P_{(B)}}.$$

# PROBABILIDAD CONDICIONAL-REGLA DE BAYES

Ejemplo 2. Se tienen 3 recipientes; el primero contiene 6 bolas azules y 2 rojas; el segundo 4 azules y 4 rojas y el tercero 6 azules. Se selecciona una de las tres urnas al azar y de ella se extrae una bola que resulta ser azul. Con la anterior información. ¿Cuál es la probabilidad de que el recipiente escogido sea el primero?, Sea el tercero?

$$\begin{aligned} P(A_1) &= \frac{1}{3} & P(A_2) &= \frac{1}{3} & P(A_3) &= \frac{1}{3} \\ P(B|A_1) &= \frac{6}{8} = \frac{3}{4} & P(B|A_2) &= \frac{4}{8} = \frac{1}{2} & P(B|A_3) &= \frac{6}{6} = 1 \end{aligned}$$

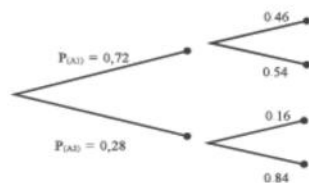
La probabilidad de que la bola azul provenga del primer recipiente será:

$$P_{A_1|B} = \frac{P(A_1) P_{B|A_1}}{P(A_1) P_{B|A_1} + P(A_2) P_{B|A_2} + P(A_3) P_{B|A_3}} = \frac{(1/3)(3/4)}{(1/3)(3/4) + (1/3)(1/2) + (1/3)(1)} = \frac{1}{3} = 0,33$$

La probabilidad de que provenga del tercer recipiente

$$P_{A_3|B} = \frac{(1/3)(1)}{(1/3)(3/4) + (1/3)(1/2) + (1/3)(1)} = \frac{1}{9} = 0,11$$

Ejemplo 3. Un autor, por intermedio de la editorial envía folletos promocionando su libro de estadística al 72% de los profesores que enseñan la asignatura en las universidades que fueron seleccionadas para la promoción. Un mes después se constató que el 46% que recibieron el folleto adoptaron el libro y un 16% que no lo recibieron, también lo adoptaron. ¿Cuál es la probabilidad de que un profesor que adopta el libro, fue el resultado del folleto de promoción?



$$P_{A_1|B} = \frac{0,72 (0,46)}{0,72 (0,46) + (0,28)(0,16)} = 0,8809$$

## EJERCICIOS PARA RESOLVER



La gran mayoría de los ejercicios de este libro, se encuentran resueltos en el Sistema de Información en Línea SIL.

133. Un analista financiero descubrió que el 40% de las acciones experimentaron un comportamiento superior al promedio, el 18% inferior y el 42% se mantuvieron alrededor del promedio. El 40% del primer grupo fue considerado como buenas adquisiciones, lo mismo que 30% del segundo grupo y un 10% del último grupo. ¿Cuál es la probabilidad de que un valor correspondiente al primer grupo crezca por encima del promedio?



134. La probabilidad de que se presenten 3 eventos A, B, C son  $P_{(A)} = 0,15$ ;  $P_{(B)} = 0,50$ ;  $P_{(C)} = 0,35$ . Supongamos que se han presentado A, B o C, la probabilidad que se presente otro evento D, es:  $P_{(D/A)} = 0,72$ ;  $P_{(D/B)} = 0,4$  y  $P_{(D/C)} = 0,60$ . Encuentre la probabilidad de  $P_{(B/D)}$ .
135. Una empresa utiliza tres métodos para recuperar la cartera morosa. El 50% es requerido telefónicamente, el 30% es visitado por el cobrador y el 10% por correo. Las probabilidades de que haya cancelación de la deuda o por lo menos abono a la misma, de acuerdo a los tres sistemas anteriores son: 0,62; 0,80 y 0,54 respectivamente. ¿Cuál es la probabilidad de que la petición de pago haya sido efectiva, mediante el correo?
136. Con la siguiente información  $P_{(A1)} = 0,6$ ;  $P_{(A2)} = 0,25$ ;  $P_{(A3)} = 0,15$  y las probabilidades conjuntas de  $P_{(Ai \text{ y } B)}$  son: 0,09; 0,12 y 0,18 respectivamente. ¿Cuál será la probabilidad de  $P_{(A2/B)}$ ?
137. En un curso de estadística se sabe que el 75 % realiza el taller en forma personal. También se sabe que el 92%, de los que hacen el taller en forma individual, gana el curso y el 40% lo pierde cuando el taller lo copian o no lo hacen en forma individual. ¿Cuál es la probabilidad que él haya hecho sus tareas individualmente?
138. Use el teorema de Bayes para determinar la probabilidad de  $P_{(A3/B)}$  si se tiene la siguiente información  $P_{(A1)} = 0,18$ ;  $P_{(A2)} = 0,46$  y  $P_{(A3)} = 0,36$ , además, las probabilidades condicionales son  $P_{(B/A1)} = 0,21$ ;  $P_{(B/A2)} = 0,08$  y  $P_{(B/A3)} = 0,14$ .
139. Supongamos que se tienen dos recipientes  $A_1$  y  $A_2$ , en el primero se tienen 26 bolitas, de las cuales 10 son azules y 16 verdes; y en el segundo son 26, distribuidas así: 6 azules y 20 verdes. Si se elige al azar una urna y de ella se extrae una bolita, ¿cuál es la probabilidad de que sea verde?
140. De acuerdo con el punto anterior. ¿Cuál es la probabilidad de que sea verde proveniente del recipiente  $A_1$ ?
141. De acuerdo al ejercicio 139. ¿Que sea la bolita verde proveniente del recipiente  $A_2$ ?

## EJERCICIOS MISCELÁNEOS



142. Se lanzan dos dados correctos. Calcular la probabilidad del suceso: “la suma de sus caras sea mayor a 8”.
143. Se extrae al azar una carta de una baraja de 40 cartas. Sea A el suceso de que la carta elegida es un Rey y B el suceso de que la carta elegida sea Copas. Calcular la probabilidad de que uno de los sucesos ocurra.
144. ¿Cuántas combinaciones posibles pueden hacerse con 52 cartas de una baraja, tomadas de 4 en 4?
145. En una carrera de caballos participan 10 caballos. La apuesta consiste en escoger tres caballos que pasen en los primeros lugares a la meta.
- a) ¿Cómo se daría un caso de permutaciones?    b) ¿Cómo se daría un caso de combinaciones?

146. Se lanza un dado rojo y otro verde.
- ¿Cuál es la probabilidad de que habiendo salido el 5, en el dado Rojo, la suma sea mayor que 10?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que habiendo salido el dos, en el dado Verde, la suma sea menor que 7?
  - ¿Cuál es la probabilidad de obtener 7 como suma, sabiendo que en el dado Rojo aparece un número menor de 4?
147. Se tiene una baraja de 40 cartas y se sacan cinco de ellas sin reposición. ¿Cuál es la probabilidad que
- las 3 primeras cartas sean ases y las dos últimas zotas?
  - las 3 primeras ases, la cuarta 4 de oros y la quinta un rey?
148. Se lanza tres veces una moneda correcta:
- ¿Cuál es la probabilidad de que únicamente en el tercer lanzamiento resulte cara?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que en el tercer lanzamiento resulte cara, sabiendo que en uno de los dos anteriores se obtuvo cara?
149. ¿De cuántas maneras puede formarse un comité de 5 personas teniendo un total de 9 personas?
150. ¿Cuántos números de 5 cifras se pueden formar con los dígitos: 2, 4, 6, 8 y 9 sin repetirlos?
151. ¿Cuántos números de tres dígitos existen?
152. ¿Cuántas placas para vehículos se pueden obtener empleando tres letras seguidas de 3 dígitos?
153. a) ¿Cuántas palabras de 5 letras se pueden formar con las letras de la palabra LOBOS?  
b) ¿En el caso, sin usar ninguna O?
154. ¿De cuántas maneras se pueden sacar dos manzanas de una caja que contiene 8?
155. Diga cierto o falso en las siguientes aseveraciones:
- Una permutación es un caso particular de las combinaciones.
  - $ABC = CBA = BCA$  es un caso de combinación.
  - $V_2^4 = 8$
  - $C_3^5 = C_2^5$
  - Una permutación se diferencia de otra por la posición de los elementos.
  - Combinaciones de elementos, tomados de  $n$  en  $n$ , es igual a 1.
156. Si la sexta válida del 5 y 6 corresponde al juego del marcador de 5 caballos, ¿cuántos marcadores diferentes resultarán con once caballos, teniendo en cuenta el orden de llegada?
157. La probabilidad de que Grisel estudie para un examen de estadística es 0,30. Si estudia, la probabilidad de aprobar el examen es 0,75, en tanto que si no estudia, la probabilidad es de 0,40.
- ¿Cuál es la probabilidad de que Grisel apruebe su examen final?
  - Dado que Grisel aprobó el examen ¿Cuál es la probabilidad de que haya estudiado?
158. Se piensa elegir una Junta Directiva compuesta por un Presidente, un Tesorero y un Secretario. ¿Cuántas planchas diferentes se podrán postular, si la asamblea está compuesta por 20 miembros y todos tienen igualdad de derecho para pertenecer a la Junta?



159. Un equipo capitalino juega el 60% de sus partidos de día. El equipo gana el 40% de sus partidos diurnos y el 80% de los nocturnos. De acuerdo a las noticias que aparecen en un diario de la capital, perdió ayer. ¿Cuál es la probabilidad de que el partido se haya desarrollado de día?
160. Un fabricante produce 6.000 unidades por semana. Cada unidad pasa por tres puestos de inspección, antes de ser despachada a sus distribuidores. Por lo general, en el primer puesto se rechaza el 5%; de las que fueron aceptadas, el 3% se rechaza en la segunda inspección y finalmente en la tercera inspección el 2% aproximadamente. ¿Cuál es la probabilidad que una unidad seleccionada al azar pase las tres inspecciones?
161. Supongamos que un proyecto de ley, debe ser aprobado en primera instancia por la Cámara de Representantes, luego por el Senado y finalmente recibe la sanción Presidencial, para convertirse en Ley. Un politólogo asevera que las probabilidades son: 0,8; 0,6 y 0,5 respectivamente. ¿Cuál es la probabilidad que el proyecto finalmente se convierta en Ley?
162. Se tienen tres ciudades localizadas en el Eje cafetero y se quiere seleccionar una de ellas para el desarrollo de un evento deportivo. Por estudios anteriores se sabe que Pereira tiene una probabilidad del 42%, Armenia del 34% y Manizales del 24%. El comité organizador del evento supone que al ser consultado a un grupo mayor de personas, las probabilidades de favorabilidad en cada región será 55%; 60%; 62% respectivamente ¿Qué ciudad tendrá la mayor probabilidad de ser escogida?
163. En la última temporada de vacaciones, se seleccionó una muestra de 400 turistas de los cuales 240 visitaron Santa Marta y 100 a Cartagena ¿Cuál es la probabilidad de que una persona seleccionada haya visitado durante la temporada las dos ciudades de la Costa Atlántica? Una verificación de la encuesta encuentra que 70 de ellos habían visitado las dos ciudades.
164. En una Facultad de una Universidad se sabe que el 35% están matriculados en el diurno y el 65% son del nocturno. La probabilidad de que el estudiante diurno esté trabajando es del 15%, en tanto, para el estudiante nocturno es del 70%. Se elige al azar un estudiante de esa Facultad.
- ¿Cuál es la probabilidad de que esté trabajando?
  - Dado que el estudiante elegido esté trabajando, determinar la probabilidad que sea del diurno.
165. Tres distribuidores de gas se reparten el mercado de una ciudad, al distribuidor A le corresponde el 50%, al B, el 30% y al C únicamente el 20%. Las autoridades locales hacen una inspección en cada una de las distribuidoras y encuentran que en A el 5% de las válvulas de los tanques están defectuosos, en B el 3% y en C es del 8%. Suponiendo que la distribución no está demarcada por zonas, se presenta un escape con las consecuencias de una explosión que produce daños. ¿Cuál es la probabilidad de que el tanque causante del daño haya sido suministrado por el distribuidor A, B o C?
166. Defina brevemente los siguientes puntos:
- Probabilidades previas
  - Probabilidades posteriores
  - Diagrama de árbol
  - Teorema de Bayes.