Reporte de ecuaciones diferenciales

1. Planteamiento del caso

   En un entorno de la vida real como la biología o la salud publica, es muy importante poder analizar como es que se propaga una enfermedad dentro de lo que es una población, por ejemplo se estudia como aumenta el numero de las personas que son infectadas conforme va pasando el tiempo

   Se considera que la velocidad con la que se propaga esta enfermedad varia del numero de personas que ya se infectaron y del numero de personas que aun no se infectan. Si definimos S como la población que aun no se infecta y I(t) como el numero de las personas que se infectaron en el tiempo t, entonces las personas susceptibles que aun no se infectan se representas como S – i(t)

   El modelo matemático que describe este fenómeno es:

   $dI/dt = rI(S - I)$

   donde r es una constante positiva que representa la tasa de propagación.

2. Selección del método de solución

   El problema se resuelve mediante una ecuación diferencial ordinaria de primer orden, ya que solo interviene una variable independiente que es el tiempo y se analiza la razón del cambio de las personas infectadas

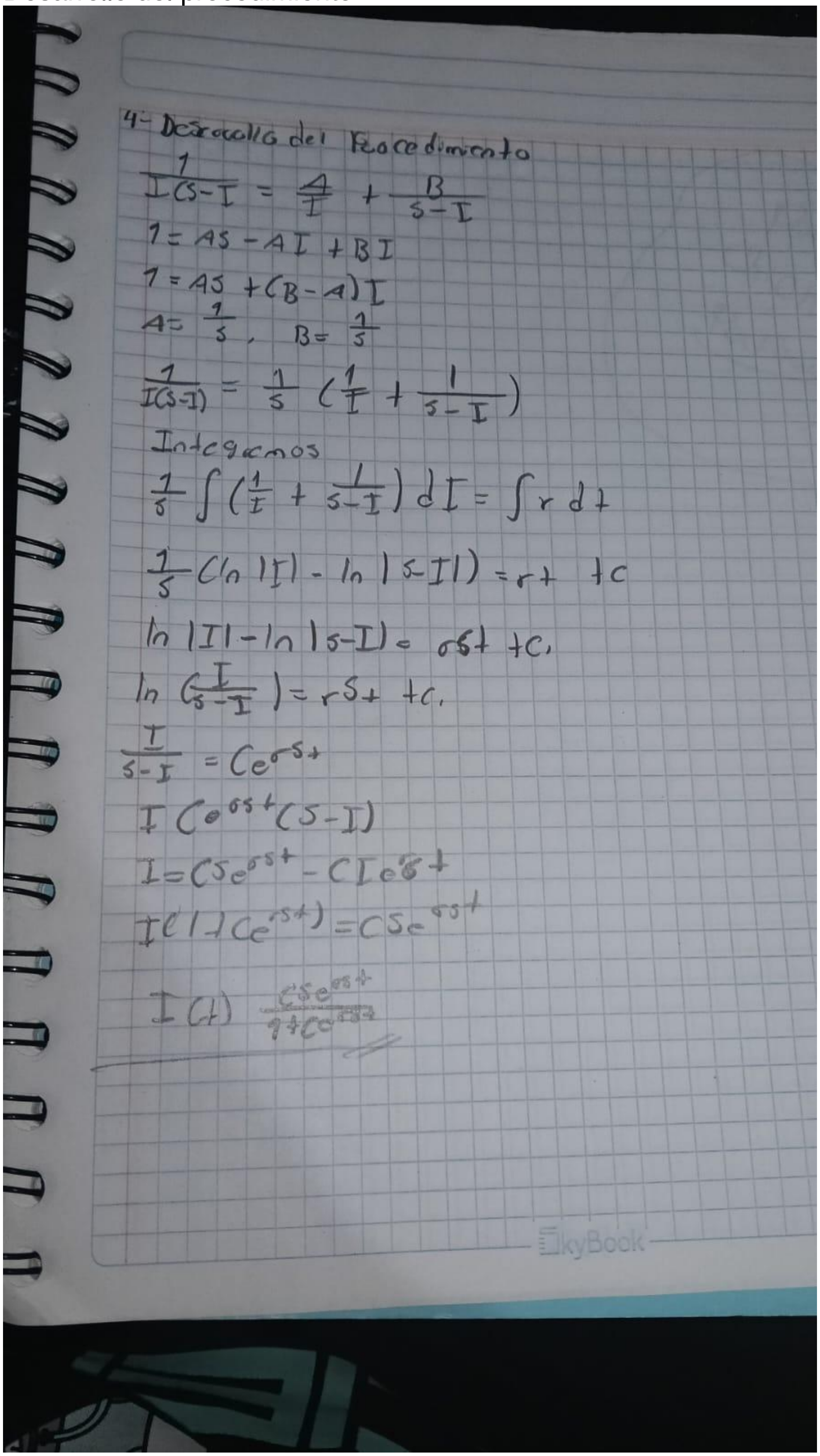
   La ecuación es separable porque asi nos permite aislar las variables para poder resolver con una integración

3. Selección del método de solución

   Se utiliza el método de separación de variables porque la ecuación se puede reorganizar dejando todos los términos con la variable I en un lado y el termino con el tiempo en otro lado.
   Partiendo de
   $dI/dt = rI(S - I)$

   separamos variables
   $dI/I(s-I) = A/I + B/S-I$

4. Desarrollo del procedimiento



4- Desarrollo del Procedimiento

$$\frac{1}{I(S-I)} = \frac{A}{I} + \frac{B}{S-I}$$

$$1 = AS - AI + BI$$

$$1 = AS + (B-A)I$$

$$A = \frac{1}{S}, \quad B = \frac{1}{S}$$

$$\frac{1}{I(S-I)} = \frac{1}{S}\left(\frac{1}{I} + \frac{1}{S-I}\right)$$

Integramos

$$\frac{1}{S}\int\left(\frac{1}{I} + \frac{1}{S-I}\right) dI = \int r\,dt$$

$$\frac{1}{S}(\ln|I| - \ln|S-I|) = rt + c$$

$$\ln|I| - \ln|S-I| = rSt + c_1$$

$$\ln\left(\frac{I}{S-I}\right) = rSt + c_1$$

$$\frac{I}{S-I} = Ce^{rSt}$$

$$I = Ce^{rSt}(S-I)$$

$$I = CSe^{rSt} - CIe^{rSt}$$

$$I(1+Ce^{rSt}) = CSe^{rSt}$$

$$I(t) = \frac{CSe^{rSt}}{1+Ce^{rSt}}$$

5. Conclusion
   El desarrolo de esta ecuación diferencial nos ayuda a modelar de forma matemática la propagación de una enfermedad. Con el medio de separación de variables logramos obtener una solución que nos describe el comportamiento de una epidemia realista, este nos muestra que al inicio de la epidemia la taza de infecciones pues es muy leve y mediante va pasando el tiempo se va haciendo mas grande hasta que llega un punto en donde se estabiliza esta taza de infecciones, este tipo de modelos nos son útiles para poder analizar ciertos fenómenos que pueden llegar a ser reales o realmente ya pasaron y poder comprender la importancia del porque es importante poder controlas la propagación en ciertas etapas tempranas de este