

  
 DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE  
COMPUTAÇÃO E AUTOMAÇÃO  
INDUSTRIAL

  
 FACULDADE DE ENGENHARIA  
ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO


  
 UNICAMP

## IA013 – Tópico 6 – Parte 5: Redes Complexas

  
www.lbic.fee.unicamp.br

**Fernando José Von Zuben**

Parte desse material foi produzido por Alan Godoy Souza Mello e George Barreto Pereira Bezerra (DCA/FEEC/Unicamp).




## Introdução

### Contextualização

- Em diversos ramos da ciência é comum a formulação de problemas valendo-se de estruturas em redes (grafos)
- Essa abordagem contrapõe-se às abordagens mais reducionistas, uma vez que ela considera não apenas as partes formantes como também as interações dessas partes
- Capaz de explicar o surgimento de efeitos advindos de comportamento emergente

2




## Introdução

### Histórico

- Início das pesquisas no meio do século passado
- Pesquisa de Sistemas Complexos se beneficia do aumento do poder de processamento, o que permite a análise de dados de redes reais
- Pesquisa inicial de redes reais pautava-se pelos modelos aleatórios de Erdős & Rényi
- Modelos mais realistas aparecem com as redes *small world* (de Watts & Strogatz)
- Proposta das redes *scale-free* por Barabási & Albert

3




## Introdução

### Onde estão presentes?

- Ciências Sociais: redes de interação social, redes de relações entre palavras de uma língua, redes de colaboração científica, redes de contato sexual.
- Ciências Econômicas: sistema de interação de consumidores com produtores, rede de fornecedores para a síntese de produtos de alta tecnologia e alto valor agregado.
- Ciências Biológicas: na ecologia, em redes tróficas e redes sociais intra e inter-específicas, na genética, em redes de interações gênicas, e na medicina, na dispersão de doenças infecciosas, em redes metabólicas e em redes neurais reais.

4




## Introdução

### Onde estão presentes?

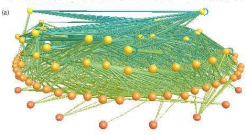
- Como exemplo de redes de interações sociais, temos o experimento de Milgrim (6 níveis de distância);
- As redes de relações entre palavras de uma língua envolvem tanto as palavras com as quais outras palavras se relacionam (como elas se conectam em uma frase), como a rede de palavras em um dicionário;
- Redes de citações foram as primeiras a serem estudadas nesse contexto de Redes Complexas, por Price;
- A rede neural do *Caenorhabditis elegans* é livre de escala e forma uma rede *small world*.

5

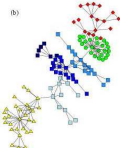


## Introdução

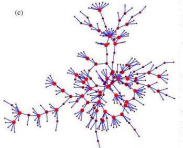
Rede trófica inter-espécies em um lago (inclui relações presa-predador)



Colaboração entre cientistas em uma instituição de pesquisa



Rede de contato sexual



6



## Introdução

### Onde estão presentes?

- Ciências Exatas: representação de redes elétricas, *backbone* da Internet, *links* entre páginas na Web, representação de circuitos integrados, modelagem de mecânica estatística, organização de redes *peer-to-peer*, redes de preferências em um sistema de recomendação, rede ferroviária e redes de dependência entre softwares.
- Uma área de destaque no estudo de redes complexas é a Física.

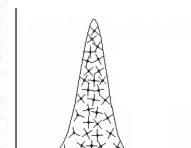
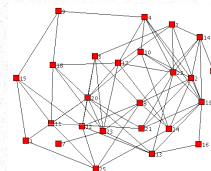
7



## Caracterização

### Modelo de Erdős e Renyi Redes Aleatórias

- Links são adicionados com igual probabilidade entre os nós.
- Conectividade segue uma curva de distribuição normal.
- Para redes grandes, todos os nós terão aproximadamente o mesmo número de links.



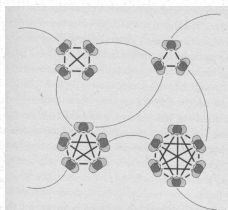
8



## Redes Sociais

### A regra dos Seis Passos

- Na rede de contatos sociais do planeta Terra, qual o número médio de contatos necessários para que quaisquer duas pessoas se conheçam?
- Redes sociais tendem a ser clusterizadas.
- Importância dos links fracos.



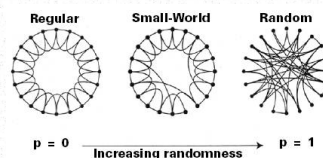
9



## Redes Sociais

### Modelo Watts-Strogatz

- Redes fortemente clusterizadas.
- Algumas conexões aleatórias.
- Small-World Networks.

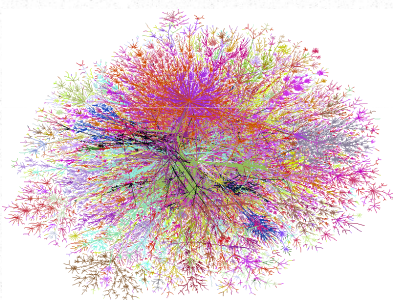


10



## Scale-Free Networks

### Mapeando a Internet



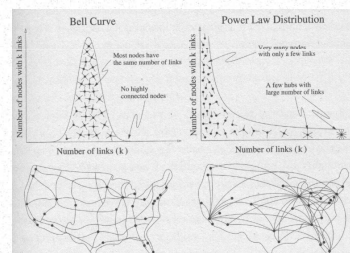
11



## Scale-Free Networks

### Características

- Conectividade segue lei da potência  $p(k)=k^{-\lambda}$
- Hubs
- Hierarquia
- Small-world







## Exemplos de Redes Scale-Free

- Internet
- Redes de interações de espécies
- Redes neurais
- Redes gênicas e protéicas
- Sistemas de tráfego aéreo
- Sistemas de distribuição de energia elétrica
- Redes de interações sociais
- Redes de relações comerciais

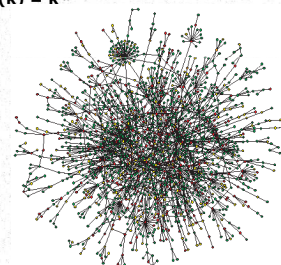
13



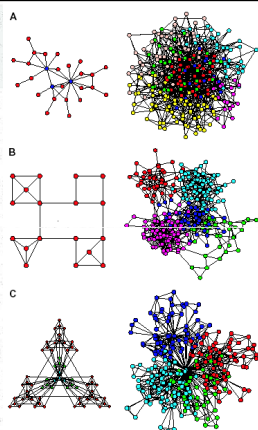
## Redes gênicas e protéicas

### Características:

- Power law distribution  $P(k) = k^{-\lambda}$
- Formação de módulos
- Small world



- A) Scale-free network
- B) Rede modular
- C) Modularização hierárquica



## Distribuição em lei de potência

- Ao contrário do que ocorre em um grafo aleatório, onde espera-se uma distribuição de graus binomial ou de Poisson, nas redes complexas a distribuição de graus se dá segundo a seguinte equação:

$$p(k) \propto k^{-\gamma}$$

- sendo  $k$  o grau do nó e  $\gamma$  uma constante positiva
- Essa distribuição é chamada de lei de potência

16



## Distribuição em lei de potência

- Apesar de serem esparsas, redes complexas apresentam baixa distância média entre seus nós
- Essa distância é proporcional a  $\log(N)$ , onde  $N$  é o número de nós na rede, em oposição à relação linear esperada entre o diâmetro da rede e  $N$
- Essa propriedade é chamada de propriedade de mundo pequeno (ou *small world*)
- Essas redes também apresentam um alto agrupamento (clusterização) e seus nós formam comunidades

17

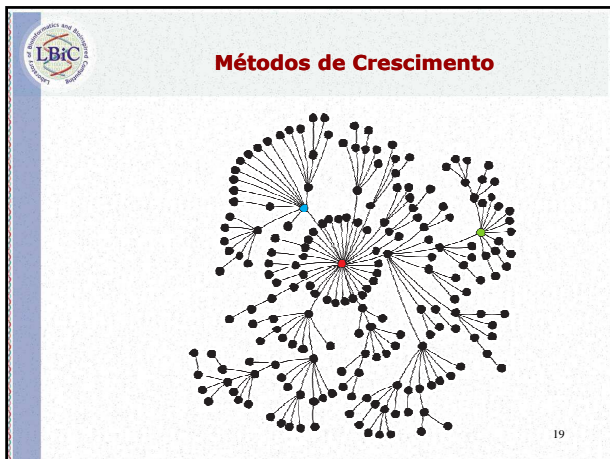


## Métodos de Crescimento

### Modelo Livre de Escala (Modelo BA)

- Mecanismo proposto por Barabási & Albert, em seu artigo "Emergence of scaling in random networks", de 1999
- Principais modelos anteriores (o grafo aleatório de Erdős & Rényi e as redes *small world* de Watts & Strogatz) explicavam parcialmente as propriedades de redes complexas
- Modelos anteriores apresentavam número fixo de nós, alterando apenas a forma como esses estabelecem ligações

18



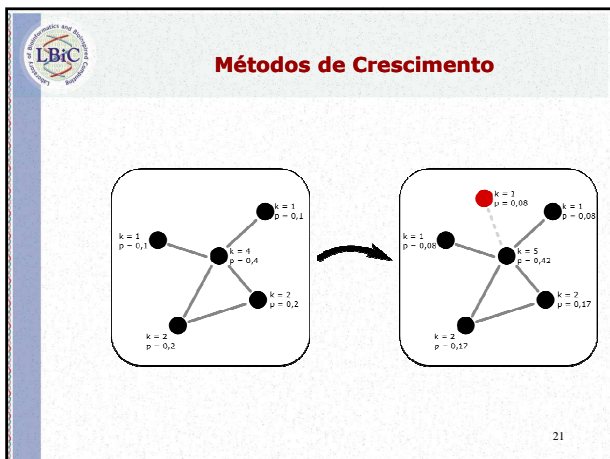
**Métodos de Crescimento**

**Modelo Livre de Escala (Modelo BA)**

- O modelo pode ser dividido em duas etapas:
  - Crescimento: a rede deve ser iniciada com uma quantidade  $m_0$  de nós, sendo um novo nó adicionado a cada passo. Junto do nó são adicionadas  $m$  ( $m \leq m_0$ ) arestas
  - Conexão preferencial (*preferential attachment*): cada nova aresta deve ligar o novo nó a um nó  $i$  existente na rede, escolhido com probabilidade

$$p(i) = \frac{k_i}{\sum k_j}$$

20



**Métodos de Crescimento**

**Modelo Livre de Escala (Modelo BA)**

- De acordo com Barabási & Albert, essas duas características são necessárias e suficientes para garantir as características livres de escala
- De fato, o modelo BA oferece um modelo mais realista, uma vez que, ao contrário das antigas propostas, grande parte das redes reais são abertas ao aparecimento de novos nós
- Após alguns passos as propriedades estatísticas da rede tornam-se independentes de tempo e tamanho da rede

22

**Métodos de Crescimento**

**Variantes do Modelo Livre de Escala**

- Adição e remoção de arestas: possibilidade de adição ou remoção de uma ligação não necessariamente relacionada com o nó adicionado
- Fitness*: sugere que em alguns casos a distribuição de graus é devida à qualidade intrínseca dos nós
  - Influência multiplicativa
  - Influência aditiva – importante em modelos que permitam que vértices sejam criados sem arestas
- Envelhecimento de vértices: atratividade de um nó depende também de sua idade

23

**Métodos de Crescimento**

**Exemplos de redes onde há o envelhecimento de nós. No primeiro caso o nó ganha atratividade, no segundo caso é o caso usual e nos outros o nó vai perdendo atratividade.**

24

**Métodos de Crescimento**

**Modelo de Crescimento Proteômico**

- Pode ser dividido nas seguintes etapas:
  - Início: rede é iniciada com um conjunto pré-existente de vértices e arestas
  - Crescimento: a cada passo um nó é duplicado
  - Remoção: as arestas do novo nó são removidas com probabilidade  $\delta$
  - Adição: novas arestas são criadas a partir do novo nó com probabilidade  $\alpha$
- Utiliza a idéia de *preferential attachment* de forma indireta: quanto maior o grau de um nó, maior a chance de ter uma aresta duplicada

25

**Métodos de Crescimento**

A quantidade de arestas adicionadas não é necessariamente ligada à quantidade de arestas removidas

26

**Métodos de Crescimento**

**Modelo "good gets richer"**

- Cada nó possui uma *fitness*  $\eta_i$ , sendo que a cada aresta criada os nós relacionados são escolhidos com probabilidade proporcional a esse *fitness*, segundo a seguinte equação:
 
$$p(i) = \frac{\eta_i}{\sum \eta_j}$$
- Apenas algumas distribuições de *fitness* levarão a uma rede livre de escala: uma distribuição de *fitness* em lei da potência é uma forma trivial de obter redes com características livres de escala

27

**Métodos de Crescimento**

28

**Métodos de Crescimento**

**Modelo Connecting Nearest Neighbors (CNN)**

- Modelo baseado em redes sociais: os nós têm maior probabilidade de conectar-se aos nós que se relacionam com seus vizinhos
- O modelo pode ser descrito da seguinte forma:
  - As arestas podem ser conectadas por uma aresta real ou por uma aresta potencial
  - Dois nós são conectados por arestas potenciais se não há arestas reais entre os nós, mas há um vizinho em comum com o qual os dois nós se conectam por uma aresta real

29

**Métodos de Crescimento**

**Modelo Connecting Nearest Neighbors (CNN)**

- Passo a passo, o modelo pode ser explicado da seguinte forma:
  - A rede começa com um único vértice
  - A cada passo, deve-se criar um novo vértice com probabilidade  $1 - u$ , sendo esse vértice ligado a um outro vértice escolhido aleatoriamente
  - Com probabilidade  $u$  uma aresta potencial é convertida em uma aresta real

30





## Métodos de Crescimento

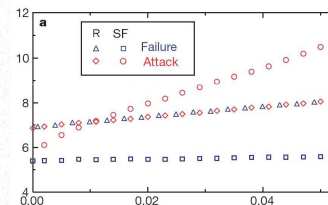
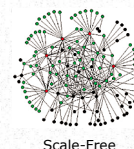
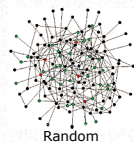
### Modelo *Connecting Nearest Neighbors* (CNN)

- Redes geradas por esse modelo apresentam alto grau de clusterização
- É possível verificar a ocorrência de *preferential attachment* nesse modelo: nós com mais vizinhos diretos (a uma aresta de distância) costumam possuir mais vizinhos a duas arestas de distância
- O valor do expoente  $\gamma$  da lei de potência é determinado pelo valor de  $u$

31



## Tolerância a Falhas



32



## Estrutura/função e Metadinâmica

- Em termos práticos, a representação do conhecimento empregando modelos de redes complexas permite que propriedades estruturais das redes determinem funcionalidades do sistema.
- Quando as redes apresentam metadinâmica, ou seja, quando nós e conexões são criados e eliminados ao longo do tempo, a emergência de certos tipos de estrutura (topologia da rede) é um resultado de fenômenos de auto-organização.

33



## Bibliografia

- S. N. Dorogovtsev and J. F. F. Mendes. Evolution of networks, Sep 2001.
- M. E. J. Newman. The structure and function of complex networks. 2003
- R. V. Sole, P. R. Satorras, E. Smith, and T. B. Kepler. A model of large-scale proteome evolution. *Advances in Complex Systems*, 5(1):43–54, 2002.
- A. L. Barabási and R. Albert. Emergence of scaling in random networks. *Science*, 286(5439):509–512, October 1999.

34



## Leitura Adicional

- Barabasi, A.-L. "Linked: How Everything Is Connected to Everything Else and What It Means", Plume, 2003.
- Buchanan, M. "Nexus: Small Worlds and the Groundbreaking Theory of Networks", W. W. Norton & Company, 2003.
- Johnson, S. "Emergence: The Connected Lives of Ants, Brains, Cities, and Software", Scribner, 2002.
- Strogatz, S. "Sync: The Emerging Science of Spontaneous Order", Hyperion, 2003.
- Watts, D.J. "Six Degrees: The Science of a Connected Age", W. W. Norton & Company, 2003.
- Watts, D.J. "Small Worlds: The Dynamics of Networks between Order and Randomness", Princeton Studies in Complexity, Princeton University Press, 2003.

35