数值分析第一章编程作业说明

刘陈若 3200104872
信息与计算科学 2001

程序编译和运行说明

本次项目作业采用 Makefile 文件对编译进行统一管理。具体地，在 Makefile 所在目录下输入`make`即可完成编译，得到 problem`B`-problem`F`的可执行文件`B`,`C`,`D`,`E`,`F`。分别对其进行运行，即可得到各小题的输出结果。

程序运行结果及简要分析

Problem A

问题 A 没有数值输出，其具体的要求都已经全部在头文件`equationsolver.h`中得到实现。值得注意的是，`equationsolver.h`中还通过构建基类 Function 完成对用户函数输入的规范化。

Problem B

问题 B 需要对四个函数使用二分法分别求根，其具体输出如下：

```
root of function 1 is r1 =  0.860334, f(r) = 0
root of function 2 is r2 =  0.641186, f(r) = 0
root of function 3 is r3 =  1.82938, f(r) = 0
root of function 4 is r4 =  0.117877, f(r) = -1.21841e+16
```

可以看出，函数 4 运用二分法的结果非常糟糕，计算得到的根实际的函数值趋向无穷大。对此的解释为：函数 4 在区间 $[0,4]$ 中不是连续的，因此不符合二分法对函数的连续性要求，实际求得的根将会接近于奇点。

Problem C

问题 C 需要对方程 $x = tanx$ 运用牛顿法求出其在 4.5 以及 7.7 附近的根，其具体输出如下：

```
root near 4.5 is r1 =  4.49341, f(r) = -8.88178e-16
root near 7.7 is r2 =  7.72525, f(r) = 2.30926e-14
```

可以发现牛顿法在本题中的运用是较为理想的。

Problem D

问题 D 首先对三个函数用割线法求根。其次，对于方程 1, 将其初始值的 x_1 更改为 4.5π；对于方程 2, 将其初始值 x_1 更改为 5.4；对于方程 3, 将其初始值更改为 0.35 和 0.45，可以得到不同的求根结果。其具体输出如下：

```
root of function 1 is r1 =  3.14159, f(r) = -1.11022e-16
root of function 1 with different initial values is r1 =  15.708, f(r) = -1.11022e-16
root of function 2 is r2 =  1.30633, f(r) = -4.44089e-16
root of function 2 with different initial values is r2 =  0.918663, f(r) = 1.19631
root of function 3 is r3 =  -0.188685, f(r) = 0
root of function 3 with different initial values is r3 =  0.451543, f(r) = 2.22045e-16
```

可以看出，割线法求根的精确度和初始值 x_0，x_1 更加密切相关。当初始值较接近真实根的时候，结果较为准确；当初始值 x_0，x_1 位于不同位置或者间距过大，可能会收敛到方程其它的根；当 x_0，x_1 中含有方程的奇点时，割线法可能会在较长时间内无法收敛或者收敛停止到非真实根处。

Problem E

问题 E 需要对水槽中水的深度（在本说明中理解为 $r-h$）分别使用二分法，牛顿法和割线法进行精确到 0.01 的估计。其具体输出如下：

```
root using Bisection Method is h =  0.16875, f(h) = 0.0509495 and the depth is: 0.83125
root using Newton Method is h =  0.166166, f(h) = 0 and the depth is: 0.833834
root using Secant Method is h =  0.166165, f(h) = -2.13731e-05 and the depth is:
0.833835
```

输出的结果都已经满足题目要求了。但需要说明的是，为了达到 0.01 的精度，实际上在三种方法中设置的停止条件和初始条件要更为严苛一些。

Problem E

(a)

本题中需要对题目给出的方程中运用牛顿法求得最大可能角度 α 的值，并证实 $\alpha \approx 33°$。其具体输出如下：

```
root using Newton Method in (a) is alpha = 32.9722°, f(alpha) = 0
```

(b)

本题中需要对修改参数 $D = 30$ 后的方程中运用牛顿法求得最大可能角度 α 的值。其具体输出如下：

```
root using Newton Method in (b) is alpha = 33.1689°, f(alpha) = 0
```

(c)

本题中首先需要对题目给出的方程中运用割线法求得最大可能角度 α 的值。其次，通过改变远离 $33°$ 的初始值（接近 $180°$），可以得到不同的结果。其具体输出如下：

```
root using Secand Method in (c) is alpha = 32.9722°, f(alpha) = 0
root using Secand Method with different initial value in (c) is alpha = 168.5°,
f(alpha) = -3.55271e-15
```

可以发现，当初始值远离 $33°$ 时，求得的根发生了变化，且精度也略有区别。这是因为，通过软件 *GeoGebra* 画图可得，函数的根并不唯一，因此当初始值发生改变，收敛的根也会发生改变，且根据问题 D 中的分析，当初始值改变的幅度不同，得到的根的位置的误差也会不同。