

## Description

### Objectif

L'intérêt du cas test est de vérifier le calcul TRUST pour la conduction de chaleur anisotrope dans une géométrie assimilé de la couche de diffusion de gaz de PEMFC.

### Physique

La conduction de la chaleur dans GDL (pemfc) est anisotrope. Le coefficient de conductivité dans le plan (parallèle) de GDL est beaucoup plus élevé que celui perpendiculaire au plan (dans l'ordre de grandeur d'une centaine). De plus, la conduction est réduit lors de l'écrasement du GDL: zone non écrasé est plus conductrice que la zone écrasée. La conductivité dans la zone transitoire est interpolé linéairement.

**Géométrie** La géométrie utilisée est modélisé d'une partie de GDL écrasé par la plaque bipolaire (en métal) comme montrant la Figure 1.

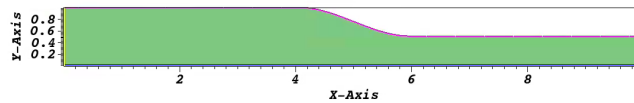


Figure 1: Géométrie de GDL (2D)

La dimension est la suivante:

- largeur (horizontale, Ox) 10
- épaisseur (vertical, Oy):
  - zone non écrasé: épaisseur à 1
  - zone écrasé: épaisseur à 0.5

Quatre bords sont définie: Gauche et Droit (jaune), Haut (violet) et Bas (bleue)

**Modèle mathématique** On considère la Conduction de la Chaleur dont l'équation comprend une opérateur de diffusion avec le coefficient anisotrope matriciel:

$$\text{div}(-D\text{grad}(T)) = q \quad (1)$$

avec:

T température K

q source par e.x. densité du flux de chaleur  $W/m^2$

D coefficient de conductivité,  $W/m/K$ . Dans le cas d'anisotropie, il s'agit d'une matrice de taille 3x3 en tridimensionnel et 2x2 en bidimensionnel. La forme de matrice D dépend de la zone sur la géométrie:

- zone sur laquelle le bord est droit, non incliné: D est diagonale

$$D = \begin{pmatrix} D_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & D_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & D_{zz} \end{pmatrix} \text{ avec } D_{xx} = D_{zz} \gg D_{yy}$$

- zone dont le bord est courbé et incliné: D est pleine symétrique

$$D = \begin{pmatrix} D_{xx} & D_{xy} & D_{xz} \\ - & D_{yy} & D_{yz} \\ - & - & D_{zz} \end{pmatrix} \text{ avec } D_{diagonal} \gg D_{extra-diagonal}$$

La matrice D dans cette zone est le produit matriciel  $D = M \cdot D_{diagonal} \cdot M^{-1}$  avec M la matrice de rotation (unitaire) en fonction de l'angle d'inclinaison.

- en 2D:

$$M = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$$

- en 3D

$$M = \begin{bmatrix} M_{xx} & M_{xy} & M_{xz} \\ M_{yx} & M_{yy} & M_{yz} \\ M_{zx} & M_{zy} & M_{zz} \end{bmatrix} = [\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]$$

avec  $\vec{v} = \nabla T(\theta)$  vecteur normal du plan de bord d'écrasement GDL,

$$\vec{u} = \vec{v} \times \vec{OY},$$

$$\vec{w} = \vec{v} \times \vec{u}$$

La propriétaire de la matrice est  $M^{-1} = M^T$  et  $\det M = 1$

- zone d'écrasement: la magnitude de D dépend linéairement aux valeurs de conductivité de la zone non écrasement et écrasement qui correspondent respectivement à l'épaisseur maximal et minimal de GDL.

$$\alpha = \frac{ep - ep_{ec}}{ep_{non\_ec} - ep_{ec}}$$

$$D = \alpha D_{non\_ec} + (1 - \alpha) D_{ec}$$

### Condition limite

- adiabatique sur les bords Gauche et Haut
- dirichlet  $T = 0$  sur le bord Bas
- température externe imposé  $T = 1$  avec coefficient d'échange imposé mix

- zone non écrasement ( $x = [0, 4]$ )  $h_{imp}$  égale à 0.
- zone écrasement ( $x = [6, 10]$ )  $h_{imp}$  égale à 10.
- zone transitoire ( $x = (4, 6)$ )  $h_{imp}$  est en fonction de  $x$  (continue)  
 $10.0, 5(1. + \sin(0, 5\Pi(x - 5)))$

**Maillage** La discrétisation schéma utilise un non structuré maillage (VEF)

**Sonde** on crée deux sondes

- le champ température sur la ligne diagonale de la géométrie P1(0,1) et P2(10,0)
- et le flux sur le bord Haut

## MEDCoupling script

**Fichier MEDCoupling\_matrix\_aniso.py**

```

1 import MEDLoader as ml
2 import medcoupling as mc
3
4 # INPUT
5 medfilename = "Mesh_1.med"
6 crushedGDLgroupname = "Haut"
7 ymin = 0.
8 ymax = 1.
9
10 # INPUT med file , read mesh of GDL
11 meshMEDFileRead = ml.MEDFileMesh.New(medfilename) # MEDFileUMesh
12 mesh2d = meshMEDFileRead.getMeshAtLevel(0) # MEDCouplingUMesh
13 mesh2d.setName("mesh2D")
14 mesh2d.getCoords().setInfoOnComponents(["X [m]","Y [m]"])
15 #print "MESH2D ",mesh2d
16
17 # read mesh of the boundary of crushed GDL
18 mesh1d = meshMEDFileRead.getGroup(-1, crushedGDLgroupname) #
    MEDFileUMesh
19 mesh1d.zipCoords() # important to remove inutil points
20 mesh = mesh1d.deepCopy()
21 mesh.setName("mesh1D")
22 mesh.changeSpaceDimension(1) # magic function!
23 mesh.checkConsistencyLight() # check
24 #print "MESH1D", mesh
25
26 # thickness of GDL non crushed, assuming that GDL is crushed in
    vertical axe, e.g Oy
27 Cxx1 = 100 # in-plane, not crushed
28 Cxx2 = 200 # in-plane, crushed
29 Cyy1 = 1 # through-plane, not crushed
30 Cyy2 = 2 # through-plane, crushed

```

```

31 ep1 = 1. # max thickness = ymax - ymin , not crushed
32 ep2 = 0.5 # min thickness, crushed
33
34 # creer un champ sur la maille surfacique
35 time = 4.22 # random ms
36 epArr = mesh1d.getCoords()[:,1]-ymin # epaisseur calculated from
    the curve bord y-coordinate
37 #print "MIN MAX VALEUR D'EPAISSEUR EN METRE ", epArr.
    getMinMaxPerComponent()
38
39 # creer un champ sur le maillage du bord
40 f = ml.MEDCouplingFieldDouble(ml.ON_NODES, ml.ONE_TIME) #
    impossible pour un champ no_time ???
41 f.setTimeUnit("ms") # Time unit is ms.
42 f.setTime(time,1,-1) # Time attached is 4.22 ms, iteration id is
    2 and order id (or sub iteration id) is -1
43 f.setArray(epArr)
44 f.setMesh(mesh)
45 f.setName("champ_epaisseur_1D")
46 #print "CHAMP DEFINED ON THE PLATE MESH FOR INTERPOLATION", f
47 ml.WriteField("ep1d.med",f, True)
48
49 # JUST FOR TEST
50 bary = mesh.computeCellCenterOfMass()
51 valArray = f.getValueOnMulti(bary)
52 #print "GETTING VALUES (INTERPOLATED) IN BARYCENTRE OF CELLS OF
    MESH ", valArray
53
54 # creer un champ sur le maillage volumique
55 coo2Dx = mesh2d.computeCellCenterOfMass()[:, 0]
56 val2dArr = f.getValueOnMulti(coo2Dx)
57 f2 = ml.MEDCouplingFieldDouble(ml.ON_CELLS, ml.ONE_TIME) #
    impossible pour un champ no_time ???
58 f2.setTimeUnit("ms") # Time unit is ms.
59 f2.setTime(time,1,-1) # Time attached is 4.22 ms, iteration id is
    2 and order id (or sub iteration id) is -1
60 f2.setArray(val2dArr)
61 f2.setMesh(mesh2d)
62 f2.setName("champ_epaisseur_2D")
63 #print "CHAMP DEFINED IN THE MESH2D ", f2
64 ml.WriteField("ep2d.med",f2, True)
65
66 # ortho field interpolated
67 n = mesh2d.getNumberOfCells()
68 gradTField = ml.MEDCouplingFieldDouble(ml.ON_CELLS, ml.ONE_TIME) #
    impossible pour un champ no_time ???
69 gradTData = mc.DataArrayDouble(n, 2) # nb_cells x 2 comp
70 gradTData[:,0] = [0.]
71 gradTData[:,1] = [1.]
72 gradTField.setTimeUnit("ms") # Time unit is ms.
73 gradTField.setTime(time,1,-1) # Time attached is 4.22 ms, iteration
    id is 2 and order id (or sub iteration id) is -1
74 gradTField.setArray(gradTData)
75 gradTField.setMesh(mesh2d)
76 gradTField.setName("champ_normal_2D")
77 # create the normal vector on the boundary 'haut'
78 normaField = mesh1d.buildOrthogonalField()

```

```

79 normaField.setMesh(mesh)
80 normaData = normaField.getArray() # ATTENTION: ortho field not
    correct!!! vector [-0 -1] for elem #0 -> #79
81 for i in range(len(normaData)):
82     if(normaData[i,1] < 0):
83         normaData[i,0] = -normaData[i, 0]
84         normaData[i,1] = -normaData[i, 1]
85
86 #print "normaField", normaField
87 #print "normaData", normaData
88
89 bary = gradTField.getMesh().computeCellCenterOfMass() # [x, y]
90 norm = normaField.getValueOnMulti(bary[:,0])
91 epai = f.getValueOnMulti(bary[:,0])
92 uy = mc.DataArrayDouble(n, 2)
93 uy[:,0] = 0.
94 uy[:,1] = 1.
95 dist = norm - uy
96 eps = 1e-8
97 for i in range(n):
98     # get epaisseur
99     epi = epai[i]
100    # get y
101    yi = bary[i,1]
102    # alpha
103    alpha = (yi - ymin) / (epi - ymin)
104    #if(dist[i,0] > eps):
105    if(dist.magnitude()[i] > eps):
106        gradTData[i] = alpha*norm[i] + (1. - alpha)*uy[i] # ATTENTION:
            gradTData not identity
107
108 gradTData /= gradTData.magnitude()
109
110 #print "gradTData" , gradTData
111 ml.WriteField("ortho.med", gradTField, True)
112
113 # number of Cells
114 n = gradTField.getMesh().getNumberOfCells()
115 #print "number of Cells", n
116
117 # coefficient de conductivite dans le plan
118 conduc_xx = mc.DataArrayDouble(n)
119 conduc_xx[:] = Cxx1
120
121 # coefficient de conductivite hors le plan
122 conduc_yy = mc.DataArrayDouble(n)
123 conduc_yy[:] = Cyy1
124
125 for i in range(n):
126     alpha = (val2dArr[i] - ep2)/(ep1 - ep2)
127     conduc_xx[i] = alpha * Cxx1 + (1-alpha)*Cxx2
128     conduc_yy[i] = alpha * Cyy1 + (1-alpha)*Cyy2
129
130 #print "min max conductivity in-plan xx ", conduc_xx.
    getMinMaxPerComponent()
131 #print "min max conductivity through-plan yy ", conduc_yy.
    getMinMaxPerComponent()

```

```

132
133 # matrix inverse of rotation M^-1
134 matM = mc.DataArrayDouble(n,4) # 4 comp or 2x2 comp
135 matM[:, 1] = gradTData[:, 0]
136 matM[:, 3] = gradTData[:, 1]
137 matM[:, 0] = gradTData[:, 1]
138 matM[:, 2] = -gradTData[:, 0]
139
140 # calcul du coefficient de conductivite
141 conduc = mc.DataArrayDouble(n,4) # 4 components
142 conduc[:, :] = 0.
143 #print "CONDUCTIVITY INITIAL", conduc
144 conduc[:, 0] += matM[:, 0]*matM[:, 0]*conduc_xx
145 conduc[:, 0] += matM[:, 1]*matM[:, 1]*conduc_yy
146
147 conduc[:, 1] += matM[:, 0]*matM[:, 2]*conduc_xx
148 conduc[:, 1] += matM[:, 1]*matM[:, 2]*conduc_yy
149
150 conduc[:, 2] = conduc[:, 1]
151
152 conduc[:, 3] += matM[:, 2]*matM[:, 2]*conduc_xx
153 conduc[:, 3] += matM[:, 3]*matM[:, 3]*conduc_yy
154
155 #print "MIN MAX CONDUCTIVITY PER COMPONENT", conduc.
    getMinMaxPerComponent()
156
157 # export champ to a .med file
158 fconduc = ml.MEDCouplingFieldDouble(ml.ON_CELLS, ml.ONE_TIME) #
    impossible pour un champ no_time ???
159 fconduc.setTimeUnit("s") # Time unit is second
160 fconduc.setTime(time, 1, -1) # Time attached is 4.22 ms, iteration id
    is 2 and order id (or sub iteration id) is -1
161 fconduc.setArray(conduc)
162 fconduc.setMesh(mesh2d)
163 fconduc.setName("CONDUCTIVITY_ELEM_dom")
164 #print "CHAMP CONDUCTIVITY DEFINED IN THE MESH2D ", fconduc
165 ml.WriteField("conduc2d.med", fconduc, True)

```

## Data fichier

### Fichier PEMFC\_2D\_aniso\_withMEDCouplingFull.data

```

1 # PARALLEL OK #
2 # Heat Conduction 2D anisotrope #
3 dimension 2
4
5 # domain name #
6 domaine dom
7
8 # physic problem: heat conduction #
9 pb_conduction pb
10
11 # BEGIN MESH #
12 Lire_med family_names_from_group_names dom Mesh_1 Mesh_1.med
13 # END MESH #
14

```

```

15 # BEGIN PARTITION
16 Partition dom
17 {
18     /* Choose Nb_parts so to have ~ 25000 cells per processor */
19     Partition_tool metis { nb_parts 2 }
20     Larg_joint 2
21     zones_name dom
22 }
23 End
24 END PARTITION #
25
26 # BEGIN SCATTER
27 Scatter dom.Zones dom
28 END SCATTER #
29
30 # discretisation VDF for the domain 2D #
31 vefprep1b dis
32
33 # time scheme #
34 Scheme_euler_implicit sch
35 Read sch
36 {
37     # Time step #
38     # Initial time [s] #
39     tinit 0
40     # Min time step #
41     # dt_min 1e-9 #
42     # Max time step #
43     # dt_max 1. #
44     # facsec maximal possible value for the heat transfer #
45     facsec 1000
46     facsec_max 5000
47     # .out files printing period #
48     dt_impr 1e-3 # Note: small value to print at each time step #
49     # .sauv files printing period #
50     dt_sauv 1e-3
51     # Stop if one of the following criteria is checked: #
52     # End time [s] #
53     tmax 10.0
54     # Max number of time steps #
55     # nb_pas_dt_max 10 #
56     # max number of implicit solver #
57     max_iter_implicite 50
58     # Convergence threshold (see .dt_ev file) #
59     seuil_statio_relatif_deconseille 1
60     seuil_statio 1e-5
61     Solveur Implicite
62     {
63         Solveur petsc cholesky { quiet }
64     }
65 }
66
67 # physics properties of medium #
68 solide sol
69 read sol
70 {
71     rho champ_uniforme 4 1. 1. 1. 1.

```

```

72  lambda champ_fonc_med last_time conduc2d.med Mesh_1
    CONDUCTIVITY_ELEM.dom elem 0
73  Cp champ_uniforme 4 1. 1. 1. 1.
74  }
75
76
77  # associate the physic problem with the geometry, the time sch and
    the physic properties #
78  associate pb dom
79  associate pb sch
80  associate pb sol
81
82  # meshing the geometry with the given discretisation method #
83  discretize pb dis
84
85  # definition of the physic problem: heat conduction #
86  read pb
87  {
88      # Resolution of the laplacien equation modifying the heat
        equation #
89      conduction
90      {
91          diffusion { Tensor }
92          initial_conditions {
93              temperature champ_uniforme 1 0.0
94              # temperature champ_fonc_med last_time prepare_0000.med dom
                temperature elem 0 #
95          }
96          boundary_conditions {
97              Gauche paroi_flux_impose champ_front_uniforme 1 0.
98              Droit paroi_flux_impose champ_front_uniforme 1 0.
99              Haut paroi_echange_externe_impose h_imp champ_front_fonc_xyz
100              1 (x[4.)*0.+(x>4.)*(x<6.)*10.*0.5*(1.+SIN(0.5*Pi*(x-5.)))+(x
                ]6.)*(10.) T_ext champ_front_uniforme 1 1.
101              Bas paroi_temperature_imposee champ_front_uniforme 1 0.
102          }
103      }
104      # post traitement #
105      post_processing
106      {
107          definition_champs
108          {
109              # gradient of temperature grad(u) = [ux uy]^T #
110              gradT gradient {
111                  source refchamp { Pb_champ pb temperature }
112              }
113          }
114          probes {
115              sonde_temperature temperature periode 0.01 segment 501 0. 1.
                10. 0.
116          }
117          format lata # lata for VisIt tool #
118          fields dt_post 0.1 # warning small value #
119          {
120              temperature elem
121              temperature som

```



```

122     gradT som
123     diffusivite_thermique elem
124     capacite_calorifique elem
125     masse_volumique elem
126   }
127 }
128 }
129
130 imprimer_flux dom { Haut Bas }
131
132 # solve the problem #
133 solve pb
134
135 end

```