Macroeconomía II

Determinacy with Interest Rate Rules

Carlos Rondón-Moreno

Otoño, 2024

Introducción

En los modelos con rigídeces nominales, es tradición caracterizar la política monetaria mediante reglas simples de tasa de interés. Cuantitativamente, esto implica un desafío ya qué:

- Reglas de tasa de interés presentan un problema de determinación: Si la regla no reacciona lo suficiente al movimiento de variables endógenas ($\tilde{\pi}_t$ o $\tilde{X}_t$), el modelo no necesariamente cuenta con una solución única para el equilibrio.
- Esto significa que **NO** existe un valor para la inflación actual que garantice una solución no explosiva.

La Regla de Taylor

En su forma más básica, una regla de taylor nos dice que:

$$\tilde{i}_t = \phi_\pi \tilde{\pi}_t + \phi_x \tilde{X}_t \tag{1}$$

Según Taylor(1993), para EE.UU, $\phi_\pi = 1{,}5$ y $\phi_x = 0{,}5$.

Principio de Taylor

$$\phi_\pi > 1 \tag{2}$$

Principio de Taylor

Según Taylor, la intuición es la siguiente:

1. La demanda agregada depende de la tasa de interés real, y la inflación depende de la demanda agregada
2. La tasa de interés real es $r_t = i_t - \mathbb{E}_t \pi_{t+1}$
3. Supongamos $\mathbb{E}_t \pi_{t+1} = \pi_t$, si $\pi_t \uparrow$ y $\phi_\pi > 1$, i_t sube más que la inflación.
4. Esto significa que $r_t \uparrow$ y la demanda agregada baja.

Principio de Taylor

Según Taylor, la intuición es la siguiente:

1. La demanda agregada depende de la tasa de interés real, y la inflación depende de la demanda agregada
2. La tasa de interés real es $r_t = i_t - \mathbb{E}_t \pi_{t+1}$
3. Supongamos $\mathbb{E}_t \pi_{t+1} = \pi_t$, si $\pi_t \uparrow$ y $\phi_\pi > 1$, i_t sube más que la inflación.
4. Esto significa que $r_t \uparrow$ y la demanda agregada baja.

¿Qué pasa si $\phi_\pi < 1$?

1. Si $\pi_t \uparrow$, i_t sube menos que la inflación.
2. Esto significa que $r_t \downarrow$, y la demanda agregada se expande.
3. π sigue creciendo y puede caer en un espiral inflacionaria

Principio de Taylor: Intuición vs. Teoría Cuantitativa?

La lógica de Taylor presenta una forma coherente de racionalizar un hecho cuantitativo:

- El modelo requiere una respuesta suficientemente grande al movimiento de variables endógenas para generar raíces inestables en el modelo. De esta manera, todas las soluciones explosivas se descartan como parte del algoritmo de Blanchard-Kahn.

El modelo Neo-Keynesiano en 3 ecuaciones

La forma simple del modelo NK en 3 ecuaciones con $\sigma = 1$ está dada por:

$$
\begin{aligned}
\pi_t &= \gamma(Y_t - Y_t^f) + \beta E_t \pi_{t+1} \\
Y_t &= E_t Y_{t+1} - i_t + E_t \pi_{t+1} \\
Y_t^f &= \rho Y_{t-1}^f + \varepsilon_t
\end{aligned}
$$

La primera ecuación es la curva de Phillips, la segunda es la curva IS, y la tercera es el proceso exógeno. En este caso, $\gamma = \frac{(1-\phi)(1-\phi\beta)}{\phi}(1+\eta)$. La regla de Taylor está dada por:

$$
i_t = \phi_\pi \pi_t + \phi_x (Y_t - Y_t^f)
$$

El modelo Neo-Keynesiano en 3 ecuaciones

¿Qué condiciones debemos cumplir para garantizar la existencia de un equilibrio de expectativas racionales? Eliminemos i_t de las ecuaciones anteriores y formemos el sistema vectorial:

$$E_t \begin{bmatrix} \pi_{t+1} \\ Y_{t+1} \\ Y^f_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\beta} & -\frac{\gamma}{\beta} & \frac{\gamma}{\beta} \\ \phi_\pi - \frac{1}{\beta} & 1 + \phi_x + \frac{\gamma}{\beta} & -\frac{\gamma}{\beta} - \phi_x \\ 0 & 0 & \rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi_t \\ Y_t \\ Y^f_t \end{bmatrix}$$

Noten que este sistema tiene 3 valores propios uno de los cuáles es ρ. Para encontrar los otros dos valores, simplemente resolvemos los valores propios de la matriz 2x2 superior.

El modelo Neo-Keynesiano en 3 ecuaciones

$$\det \begin{bmatrix} \frac{1}{\beta} - \lambda & -\frac{\gamma}{\beta} \\ \phi_\pi - \frac{1}{\beta} & 1 + \phi_x + \frac{\gamma}{\beta} - \lambda \end{bmatrix} = 0$$

O lo que es lo mismo:

$$\left(\frac{1}{\beta} - \lambda\right)\left(1 + \phi_x + \frac{\gamma}{\beta} - \lambda\right) + \frac{\gamma}{\beta}\left(\phi_\pi - \frac{1}{\beta}\right) = 0$$

Recordando las clases de algebra lineal, tenemos que:

$$\lambda_1 \lambda_2 = \det \begin{bmatrix} \frac{1}{\beta} & -\frac{\gamma}{\beta} \\ \phi_\pi - \frac{1}{\beta} & 1 + \phi_x + \frac{\gamma}{\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{\beta} + \frac{\phi_x}{\beta} + \frac{\gamma\phi_\pi}{\beta}$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 = \mathrm{trace} \begin{bmatrix} \frac{1}{\beta} & -\frac{\gamma}{\beta} \\ \phi_\pi - \frac{1}{\beta} & 1 + \phi_x + \frac{\gamma}{\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{\beta} + 1 + \phi_x + \frac{\gamma}{\beta}$$

El modelo Neo-Keynesiano en 3 ecuaciones

Para que el modelo tenga un único equilibrio, necesitamos que λ_1 y λ_2 sean raíces explosivas ya que $\rho < 1$. Para encontrar esos valores, volvemos a las clases de álgebra lineal:

- Si la traza y el determinante son positivos, entonces los eigenvalues deben ser positivos también. *(Sabemos que esto se cumple en nuestro caso porque seguimos una parametrización estándar del modelo)*

En otras palabras, necesitamos que:

$$(\lambda_1 - 1)(\lambda_2 - 1) > 0$$

O lo que es lo mismo:

$$\lambda_1 \lambda_2 - \lambda_1 - \lambda_2 > -1$$

El modelo Neo-Keynesiano en 3 ecuaciones

$$\lambda_1\lambda_2 - (\lambda_1 + \lambda_2) > -1$$

Usando la relación entre los eigenvalues, la traza y el determinante que mencionamos anteriormente:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\beta} + \frac{\phi_x}{\beta} + \frac{\gamma\phi_\pi}{\beta} - \left(\frac{1}{\beta} + 1 + \phi_x + \frac{\gamma}{\beta}\right) &> -1 \\
\phi_x\left(\frac{1}{\beta} - 1\right) + \frac{\gamma\phi_\pi}{\beta} - \frac{\gamma}{\beta} &> 0 \\
\phi_x(1-\beta) + \gamma\phi_\pi - \gamma &> 0
\end{aligned}$$

Noten que la última ecuación sale de multiplicar β a ambos lados de la desigualdad.

El modelo Neo-Keynesiano en 3 ecuaciones

Multiplicando ambos lados por γ y simplificando:

$$\phi_x \frac{1-\beta}{\gamma} + \phi_x > 1 \tag{3}$$

Esta es la condición que debemos satisfacer para que exista un equilibrio único y no explosivo. Noten que:

1. La condición $\phi_\pi > 1$ es suficiente más no necesaria.
2. Estrictamente hablando, la unicidad del equilibrio también depende ϕ_x.
3. La intuición detrás del principio de Taylor es una forma de interpretar un hecho fundamentalmente cuantitativo.