Macroeconomía II

New Keynesian Model with Price Stickiness

Carlos Rondón-Moreno

Otoño, 2024

Introduction

El modelo NK toma el modelo RBC y agrega fricciones nominales.

- Price stickiness
- Rompe la dicotomía clásica y permite que cambios/shocks nominales tengan efectos reales
- Introduce un rol para la política monetaria (política de estabilización económica)

Para introducir fricciones nominales, tendremos que asumir firmas que operan en un mercado no competitivo:

- Competencia monopolística

Más información:

- Gali, Jordi. *Monetary Policy, Inflation, and the Business Cycle: An Introduction to the New Keynesian Framework and Its Applications.* 2nd Edition

Hogares

Los hogares en esta economía: consumen, proveen trabajo, acumulan bonos/deuda, son dueños de las firmas y acumulan dinero:

$$\max_{C_t, N_t, B_{t+1}, M_t} \quad E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \psi \frac{N_t^{1+\eta}}{1+\eta} + \theta \ln \left(\frac{M_t}{P_t} \right) \right)$$

s.t

$$P_t C_t + B_{t+1} + M_t - M_{t-1} \leq W_t N_t + \Pi_t - P_t T_t + (1 + i_{t-1}) B_t$$

La restricción presupuestal

$$P_tC_t + B_{t+1} + M_t - M_{t-1} \leq W_tN_t + \Pi_t - P_tT_t + (1 + i_{t-1})B_t$$

Noten que a diferencia del RBC, esta restricción incluye precios. Esto significa que la ecuación está en términos nominales.

- P_t es el precio de los bienes en dinero
- B_t es el stock de bonos con el cuál el hogar entra en el período t
- M_{t-1} es el stock de dinero con el cuál el hogar comienza el período t.
- W_t, T_t, Π_t son todas variables nominales.
- Gobierno juega un rol como proveedor de liquidez (imprime dinero y devuelve el señoriaje al hogar en forma de un impuesto de suma fija)

Lagrangiano y Condiciones de Primer Orden

$$\mathcal{L} = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \psi \frac{N_t^{1+\eta}}{1+\eta} + \theta \ln\left(\frac{M_t}{P_t}\right) + \lambda_t \left(W_t N_t + \Pi_t - P_t T_t + (1+i_{t-1}) B_t - P_t C_t - B_{t+1} - M_t + M_{t-1} \right) \right]$$

Lagrangiano y Condiciones de Primer Orden

$$\mathcal{L} = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \psi \frac{N_t^{1+\eta}}{1+\eta} + \theta \ln\left(\frac{M_t}{P_t}\right) + \lambda_t \left(W_t N_t + \Pi_t - P_t T_t + (1+i_{t-1}) B_t - P_t C_t - B_{t+1} - M_t + M_{t-1} \right) \right]$$

F.O.C.

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_t} = 0 \Leftrightarrow C_t^{-\sigma} = \lambda_t P_t$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial N_t} = 0 \Leftrightarrow \psi N_t^{\eta} = \lambda_t W_t$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial B_{t+1}} = 0 \Leftrightarrow \lambda_t = \beta E_t \lambda_{t+1} (1 + i_t)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial M_t} = 0 \Leftrightarrow \theta \frac{1}{M_t} = \lambda_t - \beta E_t \lambda_{t+1}$$

Lagrangiano y Condiciones de Primer Orden

$$\mathcal{L} = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \psi \frac{N_t^{1+\eta}}{1+\eta} + \theta \ln\left(\frac{M_t}{P_t}\right) + \lambda_t \left(W_t N_t + \Pi_t - P_t T_t + (1+i_{t-1}) B_t - P_t C_t - B_{t+1} - M_t + M_{t-1} \right) \right]$$

Lagrangiano y Condiciones de Primer Orden

$$\mathcal{L} = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \psi \frac{N_t^{1+\eta}}{1+\eta} + \theta \ln\left(\frac{M_t}{P_t}\right) + \lambda_t \left(W_t N_t + \Pi_t - P_t T_t + (1+i_{t-1}) B_t - P_t C_t - B_{t+1} - M_t + M_{t-1} \right) \right]$$

Eliminando el λ

$$\psi N_t^{\eta} = C_t^{-\sigma} w_t$$

$$C_t^{-\sigma} = \beta E_t C_{t+1}^{-\sigma} (1+i_t) \frac{P_t}{P_{t+1}}$$

$$\theta \left(\frac{M_t}{P_t}\right)^{-1} = \frac{i_t}{1+i_t} C_t^{-\sigma}$$

Firmas

Vamos a dividir las firmas en dos:

1. Firma representativa productora de bienes finales
2. Firma**S** productoras de bienes intermedios, operan en competencia monopolística.

La firma productora de bienes finales:

- Agrega bienes intermedios usando un *agregador* CES
- Los insumos (bienes intermedios) son sustitutos imperfectos

Firmas

Vamos a dividir las firmas en dos:

1. Firma representativa productora de bienes finales
2. Firma**S** productoras de bienes intermedios, operan en competencia monopolística.

Las firmas productoras de bienes intermedios:

- Enfrentan una demanda con pendiente negativa, por lo que tienen poder de mercado (dado que las variedades intermedias son sustitutos imperfectos)
- Existe un continuo de firmas intermedias.
- Toman todos los precios como dados, excepto el precio correspondiente a la variedad que producen

Productor de Bienes Finales

La producción está dada por un agregador tipo CES:

$$Y_t = \left(\int_0^1 Y_t(j)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} dj \right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$$

Donde $\epsilon > 1$ es la elasticidad precio de la demanda.

Productor de Bienes Finales

La producción está dada por un agregador tipo CES:

$$Y_t = \left(\int_0^1 Y_t(j)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} dj \right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$$

Donde $\epsilon > 1$ es la elasticidad precio de la demanda. El problema de maximización de la firma está dado por:

$$\max_{Y_t(j)} \quad P_t \left(\int_0^1 Y_t(j)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} dj \right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} - \int_0^1 P_t(j) Y_t(j) dj$$

Productor de Bienes Finales

La producción está dada por un agregador tipo CES:

$$Y_t = \left(\int_0^1 Y_t(j)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} dj \right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$$

Donde $\epsilon > 1$ es la elasticidad precio de la demanda. El problema de maximización de la firma está dado por:

$$\max_{Y_t(j)} \quad P_t \left(\int_0^1 Y_t(j)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} dj \right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} - \int_0^1 P_t(j) Y_t(j) dj$$

Y la condición de primer orden:

$$\left(\int_0^1 Y_t(j)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} dj \right)^{-\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} Y_t(j) = \left(\frac{P_t(j)}{P_t} \right)^{-\epsilon}$$

Productor de Bienes Finales

La producción está dada por un agregador tipo CES:

$$Y_t = \left(\int_0^1 Y_t(j)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} dj \right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$$

Productor de Bienes Finales

La producción está dada por un agregador tipo CES:

$$Y_t = \left(\int_0^1 Y_t(j)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} dj \right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$$

Y la condición de primer orden:

$$\left(\int_0^1 Y_t(j)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} dj \right)^{-\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} Y_t(j) = \left(\frac{P_t(j)}{P_t} \right)^{-\epsilon}$$

Reemplazando la FOC en la definición de producción final:

$$Y_t(j) = \left(\frac{P_t(j)}{P_t} \right)^{-\epsilon} Y_t$$

Productor de Bienes Finales

Reemplazando la FOC en la definición de producción final:

$$Y_t(j) = \left(\frac{P_t(j)}{P_t} \right)^{-\epsilon} Y_t$$

La demanda relativa para la j^{th} variedad es una función del precio relativo, la elasticidad precio de la demanda ϵ y la producción agregada, Y_t.

Disgresión: ¿Cuál es el nivel de precios de la economía?

El PIB nominal está dado por la suma de la producción de cada variedad multiplicada por su precio:

$$P_t Y_t = \int_0^1 P_t(j) Y_t(j) dj$$

Utilizando la demanda por la variedad *j*:

$$P_t Y_t = \int_0^1 P_t(j)^{1-\epsilon} P_t^{\epsilon} Y_t dj$$

Extrayendo de la integral los términos que no dependen de *j* y simplificando:

$$P_t = \left(\int_0^1 P_t(j)^{1-\epsilon} dj \right)^{\frac{1}{1-\epsilon}}$$

Productor Intermedio

Para el productor intermedio asumiremos una función de producción con retornos constantes a escala y sujeta a shocks de productividad A_t

$$Y_t = A_t N_t(j)$$

Todas las firmas intermedias enfrentan un salario común W_t. Debido a una restricción nominal, las firmas no pueden elegir libremente el precio que maximiza su profit. Sin embargo, pueden minimizar el costo:

$$\min_{N_t(j)} \quad W_t N_t(j)$$

$$\text{s.t.}$$

$$A_t N_t(j) \geq \left(\frac{P_t(j)}{P_t}\right)^{-\epsilon} Y_t$$

Productor Intermedio: Lagrangiano

$$\mathcal{L} = -W_t N_t(j) + \varphi_t(j) \left(A_t N_t(j) - \left(\frac{P_t(j)}{P_t} \right)^{-\epsilon} Y_t \right)$$

Acá, el multiplicador φ se interpreta como el *costo marginal* de la firma *j* - *"cuanto cambia el costo si uno produce una unidad adicional del bien j"*.

La condición de primer orden iguala el costo marginal al salario nominal y la productividad del trabajador:

$$\varphi_t = \frac{W_t}{A_t}$$

Productor Intermedio: Lagrangiano

$$\mathcal{L} = -W_t N_t(j) + \varphi_t(j) \left(A_t N_t(j) - \left(\frac{P_t(j)}{P_t} \right)^{-\epsilon} Y_t \right)$$

Acá, el multiplicador φ se interpreta como el *costo marginal* de la firma j - *"cuanto cambia el costo si uno produce una unidad adicional del bien j"*.

La condición de primer orden iguala el costo marginal al salario nominal y la productividad del trabajador:

$$\varphi_t = \frac{W_t}{A_t}$$

Noten que todas las firmas enfrentan el mismo costo marginal nominal.

Productor Intermedio: Beneficios Reales

Los beneficios reales de la firma j son:

$$\Pi_t(j) = \frac{P_t(j)}{P_t} Y_t(j) - \frac{W_t}{P_t} N_t(j)$$

Usando la definición del costo marginal real:

$$\Pi_t(j) = \frac{P_t(j)}{P_t} Y_t(j) - mc_t Y_t(j)$$

Donde $mc_t \equiv \frac{\varphi_t}{P_t}$ es el costo marginal real.

Productor Intermedio: Fricción Nominal

Para introducir la fricción nominal, asumiremos que las firmas no son libres de ajustar el precio en cada período.

Usaremos *"Precios a la Calvo (1983)"*:

- Cada período, existe una probabilidad fija $1-\phi$ de la firma pueda ajustar sus precios.
- La probabilidad de que una firma se quede "estancada" con un precio por un período es ϕ
- Por dos períodos: ϕ^2 ...

Dado que existe una posibilidad de que la firma se quede estancada con el mismo precio por más de un período, el problema de escoger el precio óptimo se vuelve dinámico.

Productor Intermedio: Price Setting

La firma descuenta intertemporalmente los beneficios usando $\tilde{M}_{t+s}\phi^s = \beta^s \frac{u'(C_{t+s})}{u'(C_t)}\phi^s$

El problema de maximización es:

$$\max_{P_t(j)} \quad E_t \sum_{s=0}^{\infty} (\beta\phi)^s \frac{u'(C_{t+s})}{u'(C_t)} \left(\frac{P_t(j)}{P_{t+s}} \left(\frac{P_t(j)}{P_{t+s}} \right)^{-\epsilon} Y_{t+s} - mc_{t+s} \left(\frac{P_t(j)}{P_{t+s}} \right)^{-\epsilon} Y_{t+s} \right)$$

Reemplazando la definición de demanda:

$$\max_{P_t(j)} \quad E_t \sum_{s=0}^{\infty} (\beta\phi)^s \frac{u'(C_{t+s})}{u'(C_t)} \left(P_t(j)^{1-\epsilon} P_{t+s}^{\epsilon-1} Y_{t+s} - mc_{t+s} P_t(j)^{-\epsilon} P_{t+s}^{\epsilon} Y_{t+s} \right)$$