Macroeconomía II
Extensiones al modelo RBC

Carlos Rondón-Moreno

Otoño, 2024

Capital Investment and Adjustment Costs

Hayashi (1982)

$$k_{t+1} = I_t - \frac{\phi}{2}\left(\frac{I_t}{K_t} - \delta\right)^2 K_t + (1-\delta)\,K_t$$

Cuando $\phi = 0$, estamos en el modelo estándar.

Si $\phi \geq 0$, entonces desviarse del nivel de inversión de estado estacionario δ resulta en un costo que acelera la depreciación.

El costo tiene dos características:

1. Es simétrico (hacer poca inversión también es costoso)
2. El costo se paga en unidades de capital fijo.

Capital Investment and Adjustment Costs: Problema del Hogar

$$\max_{C_t, I_t, N_t, K_{t+1}, B_{t+1}} \quad E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\ln C_t - \theta \frac{N_t^{1+\chi}}{1+\chi} \right)$$

$$\text{s.t.}$$

$$C_t + I_t + B_{t+1} \leq w_t N_t + R_t K_t + \Pi_t + (1 + r_{t-1}) B_t$$

$$K_{t+1} = I_t - \frac{\phi}{2} \left(\frac{I_t}{K_t} - \delta \right)^2 K_t + (1 - \delta) K_t$$

Lagrangiano y Condiciones de Primer Orden

$$\mathcal{L} = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ \ln C_t - \theta \frac{N_t^{1+\chi}}{1+\chi} + \lambda_t \left(w_t N_t + R_t K_t + \Pi_t + (1 + r_{t-1}) B_t - C_t - I_t - B_{t+1} \right) + \dots \right.$$

$$\left. \dots + \mu_t \left(I_t - \frac{\phi}{2} \left(\frac{I_t}{K_t} - \delta \right)^2 K_t + (1-\delta) K_t - K_{t+1} \right) \right\}$$

Al igual que antes, sabemos que $\frac{1}{C_t} = \lambda_t$. El resto de las condiciones de primer orden están dadas por:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial N_t} = 0 \Leftrightarrow \theta N_t^{\chi} = \lambda_t w_t$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial I_t} = 0 \Leftrightarrow \lambda_t = \mu_t \left(1 - \phi \left(\frac{I_t}{K_t} - \delta \right) \right)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K_{t+1}} = 0 \Leftrightarrow \mu_t = \beta E_t \left[R_{t+1} \lambda_{t+1} - \mu_{t+1} \frac{\phi}{2} \left(\frac{I_{t+1}}{K_{t+1}} - \delta \right)^2 + \mu_{t+1} \phi \left(\frac{I_{t+1}}{K_{t+1}} - \delta \right) \frac{I_{t+1}}{K_{t+1}} + \mu_{t+1} (1 - \delta) \right]$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial B_{t+1}} = 0 \Leftrightarrow \lambda_t = \beta E_t \lambda_{t+1} (1 + r_t)$$

Tobin's Q

Definamos $q_t \equiv \frac{\mu_t}{\lambda_t}$, donde μ_t es el costo marginal de tener una unidad adicional de capital instalada y λ_t es la utilidad marginal de tener una unidad adicional de consumo.

¿Qué interpretación tiene el ratio?

Tobin's Q

Definamos $q_t \equiv \frac{\mu_t}{\lambda_t}$, donde μ_t es el costo marginal de tener una unidad adicional de capital instalada y λ_t es la utilidad marginal de tener una unidad adicional de consumo.

¿Qué interpretación tiene el ratio?

* Es el precio relativo del capital en términos del consumo: cuanto consumo estoy dispuesto a pagar (sacrificar) por una unidad adicional de capital.

Tobin's Q

Definamos $q_t \equiv \frac{\mu_t}{\lambda_t}$, donde μ_t es el costo marginal de tener una unidad adicional de capital instalada y λ_t es la utilidad marginal de tener una unidad adicional de consumo.

¿Qué interpretación tiene el ratio?

* Es el precio relativo del capital en términos del consumo: cuanto consumo estoy dispuesto a pagar (sacrificar) por una unidad adicional de capital.

¿Qué pasa si $\phi = 0$?

$$\lambda_t = \mu_t, \Rightarrow q_t = 1 \quad \forall t$$

Tobin's Q

Definamos $q_t \equiv \frac{\mu_t}{\lambda_t}$, donde μ_t es el costo marginal de tener una unidad adicional de capital instalada y λ_t es la utilidad marginal de tener una unidad adicional de consumo.

¿Qué interpretación tiene el ratio?

* Es el precio relativo del capital en términos del consumo: cuanto consumo estoy dispuesto a pagar (sacrificar) por una unidad adicional de capital.

¿Qué pasa si $\phi > 0$?

Tobin's Q

Definamos $q_t \equiv \frac{\mu_t}{\lambda_t}$, donde μ_t es el costo marginal de tener una unidad adicional de capital instalada y λ_t es la utilidad marginal de tener una unidad adicional de consumo.

¿Qué interpretación tiene el ratio?

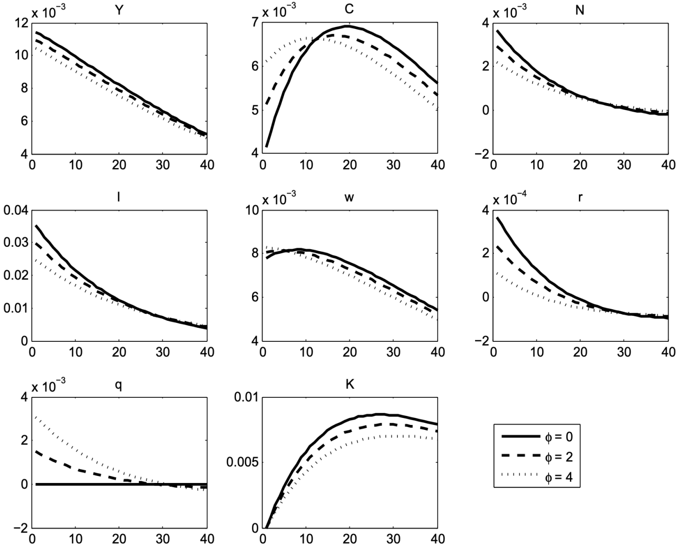
* Es el precio relativo del capital en términos del consumo: cuanto consumo estoy dispuesto a pagar (sacrificar) por una unidad adicional de capital.

¿Qué pasa si $\phi > 0$?

$$q_t = \left(1 - \phi\left(\frac{I_t}{K_t} - \delta\right)\right)^{-1}$$

$$q_t = \beta E_t \frac{C_t}{C_{t+1}}\left[R_{t+1} + q_{t+1}\left((1-\delta) + \phi\left(\frac{I_{t+1}}{K_{t+1}} - \delta\right)\frac{I_{t+1}}{K_{t+1}} - \frac{\phi}{2}\left(\frac{I_{t+1}}{K_{t+1}} - \delta\right)\right)\right]$$

IRF: Hayashi(1982)



Investment Adjustment Cost

Christiano, Eichenbaum and Evans (2005)

$$k_{t+1} = \left[1 - \frac{\phi}{2}\left(\frac{I_t}{I_{t-1}} - 1\right)^2\right] I_t + (1-\delta)\, K_t$$

El costo tiene dos características:

1. El costo está medido en unidades de inversión.
2. El costo depende de la tasa de crecimiento de la inversión y no del stock de capital

Condiciones de Primer Orden

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_t} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C_t} = \lambda_t$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial N_t} = 0 \Leftrightarrow \theta N_t^{\chi} = \lambda_t w_t$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial I_t} = 0 \Leftrightarrow \lambda_t = \mu_t \left(1 - \frac{\phi}{2}\left(\frac{I_t}{I_{t-1}} - 1\right)^2 - \phi\left(\frac{I_t}{I_{t-1}} - 1\right)\frac{I_t}{I_{t-1}}\right) + \beta E_t \mu_{t+1} \phi \left(\frac{I_{t+1}}{I_t} - 1\right)\left(\frac{I_{t+1}}{I_t}\right)^2$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K_{t+1}} = 0 \Leftrightarrow \mu_t = \beta E_t \left(\lambda_{t+1} R_{t+1} + (1-\delta)\mu_{t+1}\right)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial B_{t+1}} = 0 \Leftrightarrow \lambda_t = \beta E_t \lambda_{t+1}(1 + r_t)$$

Tobin's Q

Al igual que con Hayashi, podemos definir $q_t = \frac{\mu_t}{\lambda_t}$:

$$q_t = \beta E_t \frac{C_t}{C_{t+1}} \left(R_{t+1} + (1-\delta) q_{t+1}\right)$$

$$1 = q_t \left(1 - \frac{\phi}{2}\left(\frac{I_t}{I_{t-1}} - 1\right)^2 - \phi\left(\frac{I_t}{I_{t-1}} - 1\right)\frac{I_t}{I_{t-1}}\right) + \beta E_t \frac{C_t}{C_{t+1}} q_{t+1} \phi \left(\frac{I_{t+1}}{I_t} - 1\right)\left(\frac{I_{t+1}}{I_t}\right)^2$$

IRF: Christiano, Eichenbaum and Evans (2005)