**Macroeconomía II**
**Otoño 2025**
**Bono Examen I**
June 23, 2025

## Instrucciones

1. Este es un bono para recuperar la nota del primer examen. Si la respuesta se encuentra perfecta, entrega hasta 16 puntos (sobre 100) de la nota con curva.
2. En caso que la nota supere 100 puntos, el bono se puede acumular para el examen final.
3. El bono deben entregarlo individualmente. Consideren trabajar en grupo pero hagan su mejor esfuerzo para asegurarse que están entendiendo sus respuestas.
4. **Fecha de entrega:** Lunes 9 de Junio a las 12:00 (medio día). Las condiciones de entrega son las mismas que los talleres.

**Pregunta I. Modelo RBC Economía Cerrada (100 Puntos)**

Considere un modelo RBC con hábitos de consumo persistentes. Existe un hogar representativo con las siguientes preferencias

$$E\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t log\left(C_t-\theta C_{t-1}\right)$$

donde $C_t$ denote consumo corriente, $0<\beta<1$, y el parámetro $\theta$ determina cómo la utilidad corriente es afectada por el consumo pasado. Este hogar representativo consta con una unidad de tiempo por periodo pero, por simplicidad, suponemos que el esfuerzo laboral no afecta la utilidad. El producto de esta economía se produce mediante una función Cobb-Douglas

$$Y_t=A_tK_t^{\alpha}L_t^{1-\alpha}$$

donde $A_t$ es un proceso estocástico, estacionario en logaritmos y AR(1). Suponemos una economía cerrada, por lo que el producto se distribuye entre consumo $(C_t)$ e inversión $(I_t)$ El proceso de acumulación de capital, como es habitual, se describe por

$$K_{t+1}=(1-\delta)K_t+I_t$$

. donde $0<\delta<1$. Por último, suponga que $C_{-1}=0$ y $K_0>0$.

1. *(5 puntos)* De acuerdo con la descripción del modelo, discuta por qué se llama "... *con hábitos de consumo persistentes*" ¿Qué sucede si $\theta$ tiende a cero? ¿a uno?

   **Rúbrica**

   - En este punto, la solución debe resaltar que las preferencias sugieren la importancia de la creación de hábitos persistentes en consumo para los hogares. En particular, note que son hábitos persistentes porque cuando se escoge $C_t$ no sólo se define el consumo en $t$ sino se establece un nivel mínimo de consumo para los siguientes periodos $(\theta C_t)$. Note que las preferencias sólo permiten que, dado $C_t$, para cualquier periodo $t+j$

     $$C_{t+j}>\theta^jC_t$$

     Ahora, $\theta$ determina la persistencia del hábito en el tiempo en la medida que si $\theta$ tiende a cero, el hábito se olvida rapidamente mientras que si tiende a 1, el hábito se mantiene de manera permanente.

     Cinco puntos por una discusión completa (que incluye la idea que se determina una lower bound al consumo), un punto por relacionarlo con las preferencias del hogar.

2. *(10 puntos)* Dados los supuestos del modelo, ¿por qué se puede esperar que $L_t$ es igual a 1 en todos los periodos? Suponga que $L_t$ es, en efecto, igual a 1 de aquí en adelante.

   **Rúbrica**

- 2 puntos por mencionar que la decisión óptima de cuánto trabajar depende de comparar el beneficio marginal de trabajar una unidad de tiempo más, que se reduce a cuánto puede aumentar el consumo dado el salario o productividad marginal y la utilidad marginal del consumo, versus el costo marginal de desutilidad por trabajar una unidad más de tiempo.
- 4 puntos por mencionar que, en este modelo, la desutilidad marginal del trabajo es cero dado que $L_t$ o el ocio no hace parte de la función de utilidad.
- 4 puntos por mostrar que el salario o la productividad marginal del trabajo son estrictamente positivos dado que $L_t$ hace parte de la función de producción.

3. *(5 puntos)* **Describa** de manera detallada el problema del planeador social de esta economía. ¿Cuáles son las variables de control? ¿Cuáles son las variables de estado?

   **Rúbrica**

   - Las variables estado son $\{K_t, A_t\}$. 3 puntos por las dos, cero puntos por cualquier otra respuesta.
   - Las variables de control son $\{C_t, K_{t+1}\}$. 2 puntos por las dos, cero puntos en cualquier otro caso.
   - 1 punto por decir que el problema consiste en escoger una *secuencia* de las variables de control que maximice las preferencias del hogar sujeto

     $$K_{t+1} + C_t = (1-\delta)K_t + A_t K_t^\alpha$$

     Si no menciona que la respuesta es una secuencia, no hay puntos.

4. *(10 puntos)* **Encuentre** las condiciones de primer orden del problema del planeador social. En particular, debe mostrar que la Ecuación de Euler tiene la forma

   $$\lambda_t = \beta E_t \Big[ \lambda_{t+1} R_{t+1} \Big] \tag{1}$$

   donde $R_t$ es el retorno a la inversión (**Encuentre** la expresión explícita), y el multiplicador de Lagrange $\lambda_t$ está dado por

   $$\lambda_t = (C_t - \theta C_{t-1})^{-1} - \theta \beta E_t (C_{t+1} - \theta C_t)^{-1} \tag{2}$$

   **Rúbrica**

   - Cada ecuación otorga como máximo 5 puntos. Lo clave es mostrar el proceso sea correcto para la Ecuación (2). Es decir, 3 puntos por observar que la CPO incluye el impacto de $C_t$ en $t+1$, y dos puntos adicionales porque todo esté bien.

- Para la Ecuación de Euler es el proceso (2 puntos) y 3 puntos si obtiene que

$$R_t = \alpha A_t K_t^{\alpha-1} + (1-\delta)$$

5. *(10 puntos)* **Discuta** de manera detallada la intuición detrás de la expresión anterior y de la Ecuación de Euler. (Ayuda: Note que si $\theta = 0$ regresamos a la Ecuación de Euler de siempre)

**Rúbrica**

- Cada intuición de ecuación otorga como máximo 5 puntos.
- Un multiplicador de Lagrange $\lambda_t$ refleja incremento marginal en la función objetivo ante el relajamiento marginal de la restricción. En este modelo, el beneficio marginal neto de relajar la restricción del periodo $t$ es igual al beneficio neto marginal de $C_t$. Este es un beneficio neto porque consiste de dos términos. El primero es la utilidad marginal contemporánea a la cual se les resta el costo en utilidad marginal para el siguiente periodo de aumentar $C_t$. Note que la existencia de este costo está multiplicado por $\beta\theta$, por lo que si $\theta$ tiende a cero, este costo marginal también es cero. 5 puntos por una corrrecta intuición.
- La Ecuación de Euler refleja la decisión óptima de invertir en capital. El costo marginal de invertir es igual a la utilidad marginal que esa unidad hubiera sido utilizada en aumentar consumo en lugar de invertir. El beneficio marginal d einvertir es el retorno que genera esa máquina adicional (productividad marginal del capital más el incremento en el stock de capital neto de depreciación) por ese retorno medido en el consumo adicional que genera y descontado por $\beta$ para evaluar todo en términos de utilidad en $t$. 5 puntos por una corrrecta intuición.

6. *(5 puntos)* **Presente** el Sistema no Lineal de Ecuaciones que describe la solución del modelo. (Incluya la Condición de Transversalidad). Sin contar la Condición de Transversalidad, ¿cuántas ecuaciones hay? ¿Cuántas variables endógenas? Asegúrese que sean el mismo número.

**Rúbrica**

- Tenemos cuatro variables endógenas $\{C_t, \lambda_t, K_{t+1}, A_t\}$
- Tenemos cuatro ecuaciones no lineales

$$\lambda_t = (C_t - \theta C_{t-1})^{-1} - \theta\beta E_t (C_{t+1} - \theta C_t)^{-1}$$

$$\lambda_t = \beta E\left[\lambda_{t+1}\left(\alpha A_{t+1} K_{t+1}^{\alpha-1} + 1 - \delta\right)\right]$$

$$K_{t+1} + C_t = A_t K_t^{\alpha} + (1-\delta)K_t$$

$$lnA_{t+1} = \rho lnA_t + \varepsilon_{t+1}$$

- Condición de Transversalidad

$$\lim_{T\to\infty} \beta^T \lambda_T K_{T+1} = 0$$

- Un punto por ecuación

7. *(10 puntos)* **Encuentre** el estado estacionario no estocástico para todo el sistema. ¿Cuál es el efecto de cambios en $\theta$ sobre el estado estacionario?

   **Rúbrica**

$$A = 1$$

$$K = \left( \frac{\alpha}{\frac{1}{\beta} - (1-\delta)} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

$$C = K^\alpha - \delta K$$

$$\lambda = \frac{1-\theta\beta}{C(1-\theta)}$$

   - 2 puntos por cada estado estacionario de $C, K, A$
   - 2 puntos por el estado estacionario de $\lambda$
   - 2 puntos por decir que cambios en $\theta$ sólo afectan el estado estacionario de $\lambda$.

8. *(10 puntos)* **Discuta** cómo calibraría o estimaría los parámetros del modelo. En particular, cómo escogería valores para $\alpha$ y $\beta$? ¿Cómo se le ocurre que se podría establecer el valor de $\theta$?

   **Rúbrica**

   - Dos puntos por mencionar que la calibración sigue dos o tres criterios
     (a) Replicar tendencias de largo plazo de los datos
     (b) Estudios Microeconómicos
     (c) Target algunos second moments de los datos
   - 2 puntos por decir que $\beta$ en estado estacionario es igual al inverso de la tasa de interés bruta real

$$1 = \beta R$$

   - 2 puntos por mencionar que $\alpha$ representa, por ejemplo, la remuneración del capital si se supone mercados competitivos

$$\frac{rK}{Y} = \alpha$$

   - En estas dos anteriores, lo importante es mencionar algo que sea consistente con los criterios para otorgar los dos puntos.

- El valor de $\theta$ es algo más discrecional. Una opción es decir que se calibra $\theta$ para replicar la volatilidad del consumo en los datos. Otra opción es que se estima pero para que esto tenga sentido toca mencionar cuál es la ecuación. 4 puntos por una respuesta con criterio y buena argumentación.

9. *(15 puntos)* **Discuta** por qué la Ecuación (2), alrededor del estado estacionario no estocástico, se puede aproximar con una ecuación lineal de la forma

$$m_t = \mu_0 c_t + \mu_1 c_{t-1} + \mu_2 E_t c_{t+1}$$

donde $m_t$ y $c_t$ representan desviaciones porcentuales del multiplicador de Lagrange y del consumo con respecto a su estado estacionario, respectivamente.(Ayuda: No se debe resolver los $\mu's$)

**Rúbrica**

- En la ecuación (2) se puede considerar a $\lambda_t$ como una función $F(C_t, C_{t-1}, C_{t+1})$ cuyos argumentos son tres variables: consumo futuro, consumo presente, consumo pasado. (10 puntos)
- Algo importante es que los valores en estado estacionario sean diferente de cero. Además que la función $F$ sea positiva. Esto úlitmo se cumple porque la restricción presupuestal es binding en equilibrio, por ende, $\lambda_t$ es mayor a cero para todo $t$. (5 puntos)
- **Importante:** Una función con estas características da como resultado que las desviaciones del estado estacionario de $\lambda_t$ se pueden escribir como la suma de las semi-elasticidades por las desviaciones del estado estacionario de las variables de la función.
- En este caso, lus mu's son las semielasticidades.

10. *(20 puntos)* Utilizando el resultado anterior, sin resolver los $\mu's$, **linearice** el sistema completo de ecuaciones no lineales alrededor del estado estacionario.

**Rúbrica**

- 20 puntos por el sistema completo y bien hecho
- Hasta 3 puntos por la restricción presupuestal
- Hasta 5 puntos por el progreso tecnológico
- Hasta 10 puntos por la Ecuación de Euler
- Hasta 2 puntos por mencionar o volver a poner la ecuación 2.

$$m_t = \mu_0 c_t + \mu_1 c_{t-1} + \mu_2 E_t c_{t+1}$$

$$m_t = E_t m_{t+1} + E_t r_{t+1}$$

$$r_t = \frac{\alpha A K^{\alpha-1}}{R}\big[a_t - (1-\alpha)k_t\big]$$

$$E_t a_{t+1} = \rho a_t$$
$$k_{t+1} = \frac{(1-\delta)K}{K} k_t + \frac{Y}{K} y_t - \frac{C}{K} c_t$$
$$y_t = a_t + \alpha k_t$$