Macroeconomía II

Welfare: Commitment vs. Discretion

Carlos Rondón-Moreno

Otoño, 2024

Introducción

El modelo NK incluye dos distorsiones que reducen el bienestar de los agentes:

1. Corto Plazo: Inflexibilidad de Precios
2. Largo Plazo: Equilibrio con precios flexibles es el "2nd best"por la existencia de competencia monopolística. El "1st best"sería competencia perfecta.

Asumimos que el rol del Banco Central es preocuparse por la distorsión de corto plazo, es decir, por la inflación.

El gobierno puede preocuparse por la distorsión de largo plazo usando, por ejemplo, impuestos pigovianos. Para el análisis de bienestar, asumamos que esto se hace y que $\tilde{y}_t^F$ es justamente el mejor escenario (1st best). Es decir, al banco también le interesa el output gap ya que garantiza la maximización del bienestar.

Análisis de Bienestar: Política Óptima

Supongamos que el BC se preocupa tanto por la inflación como por el output gap. Podemos caracterizar el bienestar como la función de pérdida cuadrática dada por:

$$\min \quad \frac{1}{2} E_0 \left(\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\widetilde{\pi}_t^2 + \omega \widetilde{X}_t^2 \right) \right)$$

Donde ω es el peso que le asigna el BC al output gap.

Política Óptima: Discreción

Dada la relación entre $\tilde{i}_t$, $\tilde{r}_t$ y $\mathbb{E}_t\tilde{\pi}_{t+1}$, la optimización del B.C debe estar sujeta a la dinámica de estas variables, es decir, a la curva de Phillips:

$$\min_{\widetilde{\pi}_t, \widetilde{x}_t} \quad \frac{1}{2}\left(\widetilde{\pi}_t^2 + \omega \widetilde{X}_t^2\right)$$

$$\text{s.t.}$$

$$\widetilde{\pi}_t = \gamma \widetilde{X}_t + \beta E_t \widetilde{\pi}_{t+1}$$

Dado que el B.C resuelve esta minimización período a período, consideramos que sigue una regla por "Discreción". El opuesto es escoger **hoy** una senda de inflación futura y comprometerse con dicho path. Esto se conoce como "Commitment Rule"

Política Óptima: Discreción

Luego de escribir el lagrangiano, tenemos que las FOC son:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \widetilde{\pi}_t} = 0 \Leftrightarrow \widetilde{\pi}_t = \lambda$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \widetilde{x}_t} = 0 \Leftrightarrow \omega \widetilde{X}_t = -\lambda\gamma$$

Resolviendo obtenemos:

$$\tilde{X}_t = -\frac{\gamma}{\omega}\tilde{\pi}_t \tag{1}$$

"Divine Coincidence": No existe un trade-off entre los objetivos del B.C. Si el output gap es positivo, el B.C buscará bajar la inflación (y viceversa).

Política Óptima: Commitment

Bajo “commitment”, el B.C escoge la senda de inflación en el período 0 y se compromete a ella:

$$\mathcal{L} = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(-\frac{1}{2} \left(\widetilde{\pi}_t^2 + \omega \widetilde{X}_t^2 \right) + \lambda_t \left(\widetilde{\pi}_t - \gamma \widetilde{X}_t - \beta E_t \widetilde{\pi}_{t+1} \right) \right)$$

Para resolver este lagrangiano, tenemos que ser cuidadosos donde aparece $\tilde{\pi}_t$.

Política Óptima: Commitment

Las condiciones de primer orden son:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \widetilde{\pi}_0} = 0 \Leftrightarrow \widetilde{\pi}_0 = -\lambda_0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \widetilde{\pi}_t} = 0 \Leftrightarrow -\beta^{t-1}\lambda_{t-1}\beta - E_{t-1}\beta^t\widetilde{\pi}_t + E_{t-1}\beta^t\lambda_t = 0 \Rightarrow E_{t-1}\widetilde{\pi}_t = E_{t-1}\lambda_t - \lambda_{t-1} \;\; \forall t > 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \widetilde{X}_t} = 0 \Leftrightarrow \widetilde{X}_t = -\frac{\gamma}{\omega}\lambda_t$$

Política Óptima: Commitment

Combinando y resolviendo tenemos que:

$$\widetilde{X}_0 = -\frac{\gamma}{\omega}\widetilde{\pi}_0$$
$$E_t X_{t+1} = X_t - \frac{\gamma}{\omega} E_t \widetilde{\pi}_{t+1} \ \forall t$$

Política Óptima: Commitment

Iterando y sustituyendo, llegamos a:

$$
\begin{aligned}
\widetilde{X}_0 &= -\frac{\gamma}{\omega}\widetilde{\pi}_0 \\
E_0\widetilde{X}_1 = X_0 - \frac{\gamma}{\omega}E_0\widetilde{\pi}_1 &= -\frac{\gamma}{\omega}\widetilde{\pi}_0 - \frac{\gamma}{\omega}E_0\widetilde{\pi}_1 \\
E_0\widetilde{X}_0 = E_0\widetilde{X}_1 - \frac{\gamma}{\omega}E_0\widetilde{\pi}_2 &= -\frac{\gamma}{\omega}\widetilde{\pi}_2 - \frac{\gamma}{\omega}E_0\widetilde{\pi}_1 - \frac{\gamma}{\omega}E_0\widetilde{\pi}_2 \\
&\vdots \\
E_0\widetilde{X}_t &= -\frac{\gamma}{\omega}\sum_{j=0}^{t}\widetilde{\pi}_{t-j}
\end{aligned}
$$

¿Qué es la suma de inflaciones entre el período 0 y el período t?

Política Óptima: Commitment

Iterando y sustituyendo, llegamos a:

$$\begin{aligned}
\widetilde{X}_0 &= -\frac{\gamma}{\omega}\widetilde{\pi}_0 \\
E_0\widetilde{X}_1 = X_0 - \frac{\gamma}{\omega}E_0\widetilde{\pi}_1 &= -\frac{\gamma}{\omega}\widetilde{\pi}_0 - \frac{\gamma}{\omega}E_0\widetilde{\pi}_1 \\
E_0\widetilde{X}_0 = E_0\widetilde{X}_1 - \frac{\gamma}{\omega}E_0\widetilde{\pi}_2 &= -\frac{\gamma}{\omega}\widetilde{\pi}_2 - \frac{\gamma}{\omega}E_0\widetilde{\pi}_1 - \frac{\gamma}{\omega}E_0\widetilde{\pi}_2 \\
&\vdots \\
E_0\widetilde{X}_t &= -\frac{\gamma}{\omega}\sum_{j=0}^{t}\widetilde{\pi}_{t-j}
\end{aligned}$$

¿Qué es la suma de inflaciones entre el período 0 y el período t? **el cambio en el logaritmo del nivel de precios en el período t y el período 0**

Política Óptima: Commitment

Lo que significa que la política óptima en el período 0 es:

$$\mathbb{E}_0 \tilde{X}_t = -\frac{\gamma}{\omega} \mathbb{E}_0 \left(\tilde{P}_t - \tilde{P}_{-1} \right) \tag{2}$$

Dado que esto se debe cumplir en expectativas y que no aparece ningún término estocástico en la expresión, también se debe cumplir ex-post. Es decir,

$$\tilde{X}_t = -\frac{\gamma}{\omega} \tilde{P}_t \tag{3}$$

Donde impuse que $P_{-1} = 0$. Note que se parece a la regla bajo discreción pero que sustituye la inflación por el nivel de precios.

Discretion vs. Commitment

1. Divine Coincidence: Ambos enfoques son coherentes con los dos objetivos del B.C
2. No hay beneficios de un enfoque vs. el otro: Ambos alcanzan el mínimo global de la función objetivo.
3. Potenciales problemas: Credibilidad (tema para otro curso)