

Problem Set II

Macroeconomía II

April 28, 2025

Instrucciones: Estos ejercicios se pueden trabajar en grupo (altamente recomendable). Sin embargo, por favor entreguen sus respuestas individualmente. Deben entregarlo en la ayudantía el viernes 26 de abril.

Si es el caso, las respuestas pueden usar Matlab o Python. Los resultados deben ser enviados por email a David antes de clase de ayudantía (formato PDF) e incluir todas las imágenes como parte del documento principal.

Para escribir sus respuestas les recomiendo que usen latex. Aunque no es obligatorio, es una herramienta extremadamente útil y frecuentemente usada en el entorno de economistas. Si aún no lo usan, les va a hacer la vida más fácil de aquí en adelante (sobre todo a los que buscan hacer un Ph.D).

Ejercicio 1. Comparando técnicas de solución: Modelo de crecimiento determinístico En este problema vamos a comparar las policy functions de un modelo de crecimiento neoclásico determinístico calculadas usando (a) Value Function Iteration y (b) log-linearización.

Suponga que el equilibrio de la economía se puede describir como la solución al problema del planeador social:

$$\begin{aligned} \max_{c_t, k_{t+1}} & \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{c_t^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \\ \text{s.t} & \\ k_{t+1} &= k_t^\alpha - c_t + (1-\delta)k_t \\ k_0 & \text{ given} \end{aligned}$$

- Escriba este problema como un problema de programación dinámica. ¿Cuál es la variable de estado? ¿Cuál es la variable de control? Escriba la ecuación de Bellman. Encuentre la condición de primer orden necesaria para una solución óptima.
- Encuentre una expresión para los valores de estado estacionario del consumo y del capital.
- Asuma los siguientes valores para los parámetros profundos del modelo: $\beta = 0.95$, $\alpha = 0.36$, $\sigma = 2$, y $\delta = 0.1$. ¿Cuáles son los valores numéricos del capital en estado

estacionario y del consumo para estos parámetros? Escriba su propio código para resolver numéricamente las funciones de valor y política. Para ello, se debe crear una grilla para el capital, con el valor mínimo 0.25 del capital en estado estacionario y el valor máximo 1.75 veces el capital en estado estacionario, con 300 puntos de separación entre ellos. Utilice interpolación lineal para evaluar puntos fuera de la cuadrícula. Muestre un gráfico tanto de la función de valor final como de la función de política.

- d. Ahora escriba el problema como un lagrangiano. Encuentre las condiciones de primer orden, incluyendo la condición de transversalidad. Describa verbalmente las implicaciones de la condición de transversalidad.
- e. Log-linearice las condiciones de primer orden alrededor del estado estacionario. Escriba un VAR(1) de la forma:

$$\mathbf{X}_{t+1} = M\mathbf{X}_t$$

Donde el vector \mathbf{X}_t contiene las variables expresadas como desviaciones porcentuales del estado estacionario. Escriba la expresión para M .

- f. Encuentre la función lineal de política que crea un mapping entre la variable de estado y la variable de salto (jump variable). Escriba la solución numérica.
- g. Muestre un gráfico de la función de política linealizada y la función de política obtenida a partir del procedimiento de Value Function Iteration que encontró antes. Asegúrese de transformar la función de política linealizada, que está expresada como una desviación porcentual respecto al estado estacionario, en niveles reales para que la comparación sea apropiada. Comente sobre la calidad de la aproximación lineal.
- h. Repita el ejercicio en (g) para $\sigma = 5$ y $\sigma = 10$. ¿Cómo varía la calidad de la aproximación lineal con σ ? ¿Por qué tiene sentido esto?

Ejercicio 2. Log-linearizando un modelo de crecimiento estocástico con variables redundantes Considere un modelo de neoclásico de crecimiento estocástico. Las condiciones de primer orden para el planeador social son:

$$\begin{aligned} C_t^{-\sigma} &= \beta \mathbb{E}_t C_{t+1}^{-\sigma} (\alpha A_{t+1} K_{t+1}^{\alpha-1} + (1 - \delta)) \\ K_{t+1} &= A_t K_t^\alpha - C_t + (1 - \delta) K_t \end{aligned}$$

El proceso estocástico para la productividad sigue un proceso estacionario AR(1):

$$\ln A_t = \rho \ln A_{t-1} + \epsilon_t \tag{1}$$

donde $\epsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\epsilon)$

- a. Encuentre el estado estacionario no estocástico.

- b. Log-linearice las condiciones de equilibrio alrededor del estado estacionario no estocástico.

Suponga que quiere estudiar el comportamiento del producto y la inversión. Estos dos están dados por:

$$Y_t = A_t K_t^\alpha$$

$$Y_t = C_t + I_t$$

- c. Log-linearice estas condiciones alrededor del estado estacionario no estocástico.
- d. Expresa el sistema loglinearizado (los tres tipos de variables) en forma de un VAR(1):

$$B \mathbb{E} \mathbf{X}_{t+1} = C \mathbf{X}_t$$

- e. Muestre como escribir este sistema de la forma:

$$\hat{\mathbf{X}}_{t+1} = M \hat{\mathbf{X}}_t$$

Donde el vector $\hat{\mathbf{X}}_t$ contiene solamente variables de control/salto y variables de estado.

- f. Use Matlab/Python para resolver la función de política del modelo. Con este resultado, reescriba la representación estado-espacio sistema. Los valores para los parámetros son: $\beta = 0.99$, $\alpha = 1/3$, $\sigma = 1$, $\delta = 0.025$, $\rho = 0.95$, $\sigma_\epsilon = 0.01$
- g. Calcule los impulso respuesta del consumo, capital, productividad, producción e inversión ante un shock de productividad de una desviación estándar. Grafique estos impulso respuestas para un horizonte de 40 trimestres.
- h. Simule el modelo para 10,000 períodos extrayendo los shocks de una distribución normal. Para iniciar la simulación, asuma que la economía se encuentra en el estado estacionario no estocástico. Calcule las desviaciones estándar de los valores simulados (log-linealizados) de consumo, producción e inversión. Calcule los ratios de las desviaciones estándar de consumo e inversión respecto a la producción. Comente sobre estas volatilidades relativas.
- h. Repita (h) pero esta vez asumiendo que $\rho = 0.99$. ¿Qué pasa con las volatilidades relativas del consumo y la inversión? ¿Cuál es la intuición detrás de estos resultados?