

姓名: _____

学号: _____

学院(系): _____

____ 级 ____ 班

大 连 理 工 大 学

课 程 名 称: 概率统计 A 试卷: A 考试形式: 闭卷

授课院(系): 数学 考试日期: 2020 年 月 日 试卷共 页

	一	二	三	四	五	六	七		总分
标准分	21	12	12	15	15	10	15		
得 分									

一. 填空题(每题 3 分, 共 21 分)

1. 随机事件 A, B , $P(A) = 0.7, P(A - B) = 0.3$, 则 $P(\overline{AB}) =$ _____。

2. 假设一批产品中一、二、三等品各占 60%、30%、10%，从中任取一件，结果不是三等品，则取到的是一等品的概率为_____。

3. 设 X 和 Y 为相互独立的随机变量，且都在区间 $[0, 2]$ 上服从均匀分布，

令 $Z = \min\{X, Y\}$ ，则 $P(0 < Z < 1) =$ _____。

4. 设随机变量 X 和 Y 的联合分布列为

$X \backslash Y$	-1	0	1
0	0.07	0.18	0.15
1	0.08	0.32	0.20

则 X 和 Y 的相关系数 $\rho_{XY} =$ _____。

5. 设离散型随机变量 X 的分布列为 $P(X = n) = p(1 - p)^{n-1} (n = 1, 2, \dots)$ ，且 $P(X \leq 2) = \frac{2}{3}$ ，则

$P(X > 2 + k | X > k) =$ _____。

6. 已知随机变量 $X \sim B(1, p), Y \sim B(2, p), X$ 与 Y 相互独立，且 $E(X + Y) = 1$, 则 $X + Y$ 服从_____ (参数为多少的何种分布),

$P(X + Y = 1) =$ _____。

二. 选择题 (每题 3 分, 共 12 分)

1. 设随机变量 X 和 Y 相互独立, 概率分布为:

$$X \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \quad Y \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix},$$

则下式中正确的是: ()

(A) $X = Y$; (B) $P(X = Y) = 0$; (C) $P(X = Y) = \frac{1}{2}$; (D) $P(X = Y) = 1$.

2. 设随机变量 $X \sim N\left(1, \frac{1}{2}\right)$, $Y \sim N\left(0, \frac{1}{2}\right)$, 且 X 与 Y 相互独立, 令 $Z = X - Y$,

则与 Z 同分布的是: ()

(A) $2(X - Y)$; (B) $X + Y$; (C) $X + \sqrt{2}Y$; (D) $X - \sqrt{Y}$.

3. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $X_1, X_2 \cdots X_n$ 是来自该总体的简单随机样本, 则

$\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$ 是: ()

(A) $t(n-1)$; (B) $t(n)$; (C) $\chi^2(n-1)$; (D) $\chi^2(n)$.

4. 设总体 $X \sim N(\theta + 3, 1)$, θ 为未知参数, $X_1, X_2 \cdots X_n$ 是来自该总体的样

本, 样本均值 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, 则 θ 的极大似然估计为: ()

(A) \bar{X} ; (B) $\bar{X} - 1$; (C) $\bar{X} - 2$; (D) $\bar{X} - 3$.

三. (12 分) 假设随机变量 X 在区间 $[0, 3]$ 上服从均匀分布, 求 $Y = X^2$ 的密度。

四. (15 分) 已知随机变量 X, Y 的联合密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} Ay^2 & (0 < y < x < 1) \\ 0 & \text{其他} \end{cases},$$

1. (7 分) 求 A ;
2. (8 分) 求 $f_{X|Y}(x|y)$

五. (15 分) 已知随机变量 $X \sim U(0, 1)$, 在 $X = x$ 的条件下 Y 在区间 $(0, x)$ 上服从均匀分布, 求 $Z = X - Y$ 的密度。

六. (10 分)随机变量 $X \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ \theta & 1-2\theta & \theta \end{pmatrix}$, $X_1, X_2 \dots X_n$ 是来自该总体的简单随机样本, 求 θ 的矩估计量并验证其是 θ 无偏量。

七. (15 分)设枪弹的速度服从正态分布, 为了比较两种枪弹的速度, 在相同条件下进行速度测定, 枪弹甲测定了 40 次, 样本方差为 120, 枪弹乙测定了 60 次, 样本方差为 105。

$$F_{0.05}(39,59) = 1.59; \chi_{0.025}^2(39) = 58.12; \chi_{0.975}^2(39) = 23.65$$

1. (8 分)在 $\alpha=0.05$ 的显著性水平下, 能否认为枪弹甲的速度方差大于枪弹乙的速度方差?
2. (7 分)求枪弹甲方差的置信度为 0.95 的置信区间。