情報科学のための数学演習 (線形代数) 試験問題

1. (p.23 2.2-4.1(d)) つぎの行列が正則であるかどうか判定し,正則ならば逆行列を求めよ. (25点)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

2. (p.25 2.3-Ex5) つぎの連立1次方程式を解き,一般解を「特殊解と同伴な同次連立1次方程式の基本解の1次結合の和」の形で表せ. (25点)

$$\begin{cases} x & -3y & -z & +2u & = 3 \\ -x & +3y & +2z & -2u & = 1 \\ -x & +3y & +4z & -2u & = 9 \\ 2x & -6y & -5z & +4u & = -6 \end{cases}$$

- 3. (p.51 4.3-Ex7) $\boldsymbol{a}_1=(-1,0,2), \ \boldsymbol{a}_2=(3,1,-1), \ \boldsymbol{a}_3=(1,1,3), \ \boldsymbol{a}_4=(7,2,-4)$ で 張られる \mathbb{R}^3 の部分空間を $V=L\{\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_2,\boldsymbol{a}_3,\boldsymbol{a}_4\}$ とする。このとき、
 - (a) V の次元と一組の基底を求めよ.
 - (b) $\boldsymbol{b}_1=(5,2,0),\, \boldsymbol{b}_2=(1,1,3),\, \boldsymbol{b}_3=(-9,-2,8)$ は V を生成することを示せ。 (25 点)
- 4. (p.71 5.1-3.1(c)) 次の行列の固有値とそれに対する固有空間を求めよ。(25点)

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -7 & -7 \\ -4 & 8 & 7 \\ 4 & -10 & -9 \end{pmatrix}$$