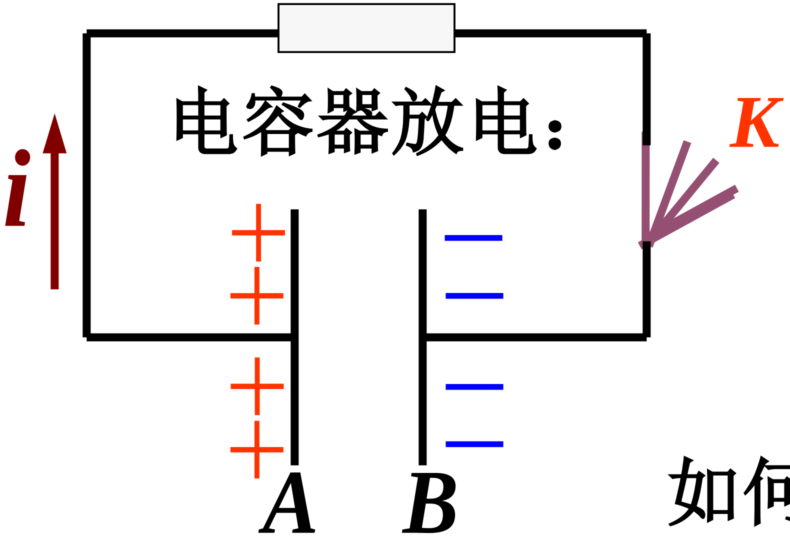
第10章 电磁感应

第1节 法拉第电磁感应定律

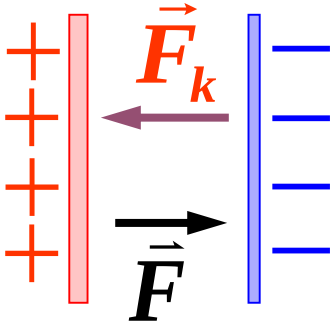
一、电源及其电动势

电源： 将其它形式的能量转化为电能的装置。



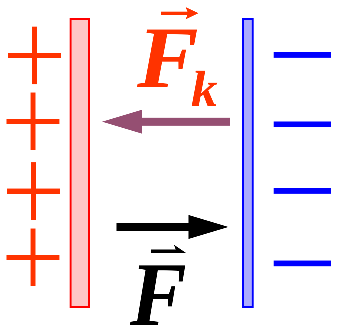
正电荷在静电场力的作用下从A经过导线移到B，并与B上的负电荷中和，直至板间电势差消失。

如何维持导线中有稳恒电流？



电源内存在非静电力。

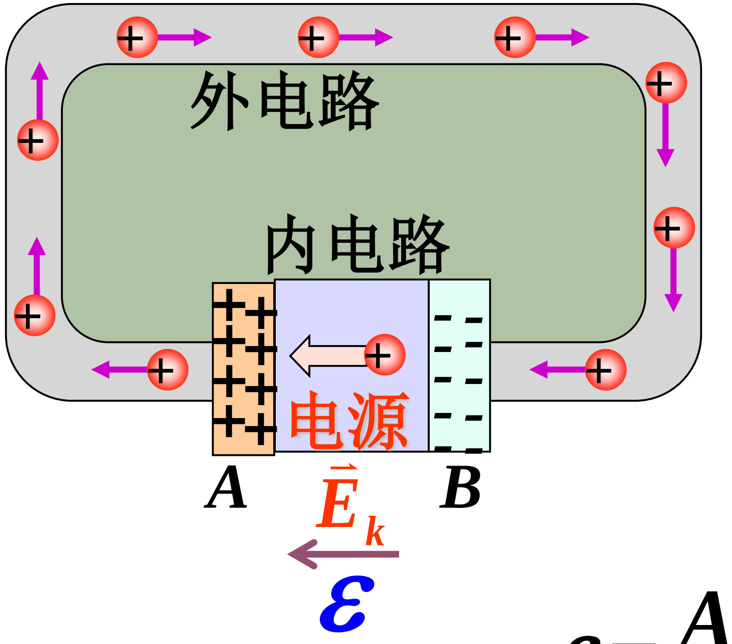
电源的作用：提供非静电力（维持稳恒电流）。



与 $\vec{F}$相对应，有静电场： $\vec{E}=\dfrac{\vec{F}}{q}$

类比：设与非静电力 $\vec{F}_k$相对应，有：

非静电场： $\vec{E}_k=\dfrac{\vec{F}_k}{q}$



电源电动势：

单位正电荷从负极经电源内部移至正极时，非静电力作的功：

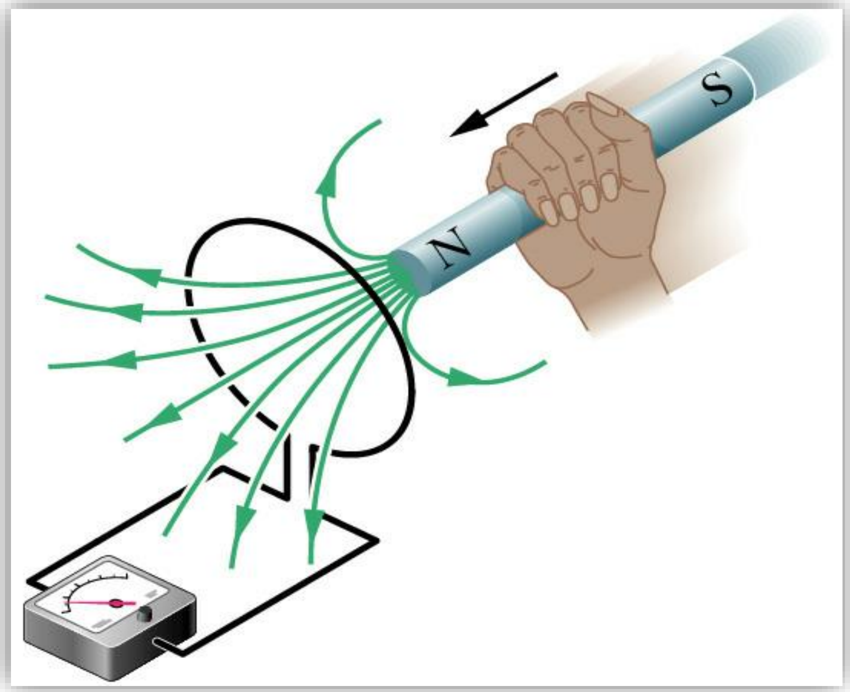
$$\varepsilon=\frac{A}{q}=\frac{1}{q}\int_{-}^{+}\vec{F}_k\cdot d\vec{l}=\int_{-}^{+}\vec{E}_k\cdot d\vec{l}=\oint_L\vec{E}_k\cdot d\vec{l}$$

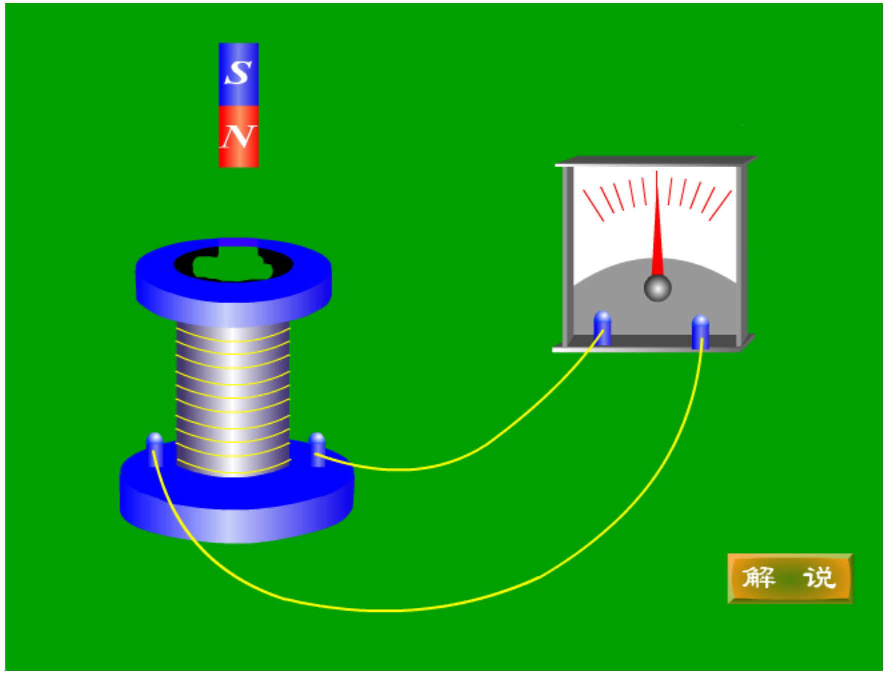
方向： 电源内部由负极指向正极。

即**非静电场的方向**。

二、法拉第电磁感应定律

第一类实验：

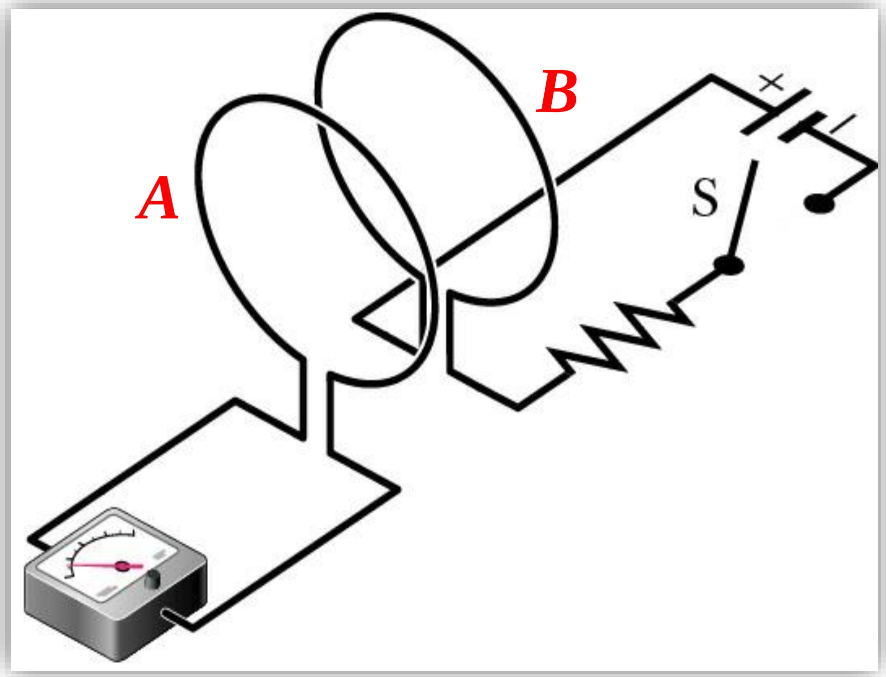


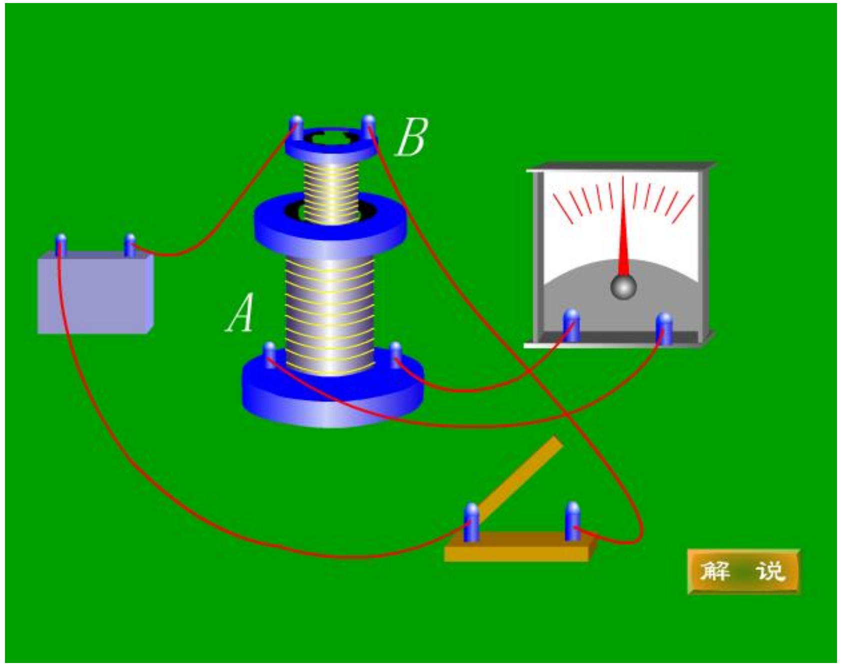


磁铁与线圈有相对运动，线圈中产生了电流；

二、法拉第电磁感应定律

第二类实验：





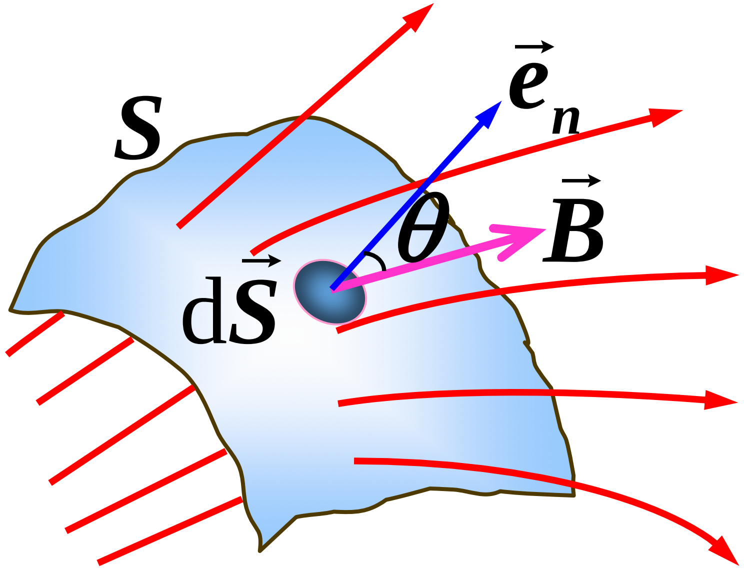
线圈1中的电流发生变化时，线圈2中产生了电流。

共同原因： 穿过导体回路的磁通量 $\boldsymbol{\Phi}$ 随时间变化。

任一回路中磁通量：

$$\Phi=\int_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\int_S B\cos\theta\cdot \mathrm{d}S$$

$\vec{B}$随时间变化或者回路有变动，磁通量变化。



Michael Faraday (1791-1867)

感应电流意味着回路中有感应电动势

回路中感应电动势大小：

$$\varepsilon_i \propto \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

法拉第电磁感应定律

取国际单位制：$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Phi}}{\mathrm{d}\boldsymbol{t}}$$ 负号的含义？

楞次定律：

感应电流激发的磁场

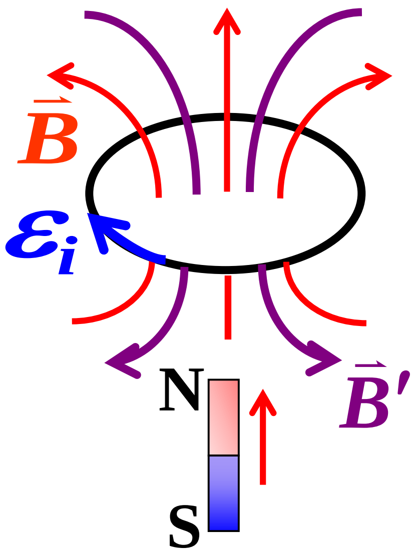
感应电流的效果，总是反抗引起感应电流的原因。

磁通量的变化（增加或减小）

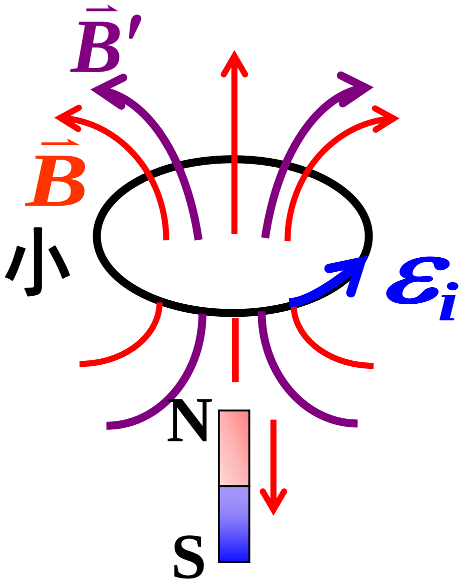
Heinrich Friedrich Emil Lenz
(1804-1865)

楞次定律中“反抗”与法拉第定律中负号相对应。

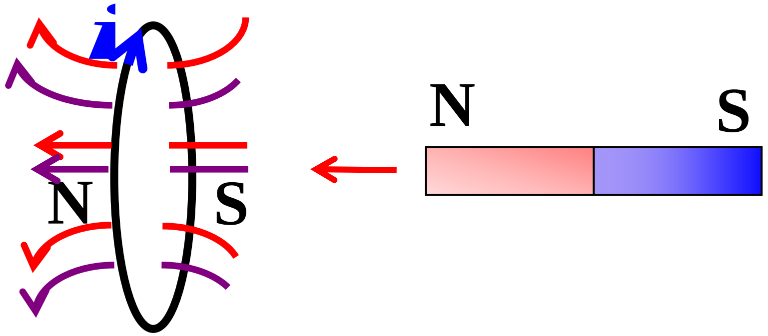
若Φ增大



若Φ减小



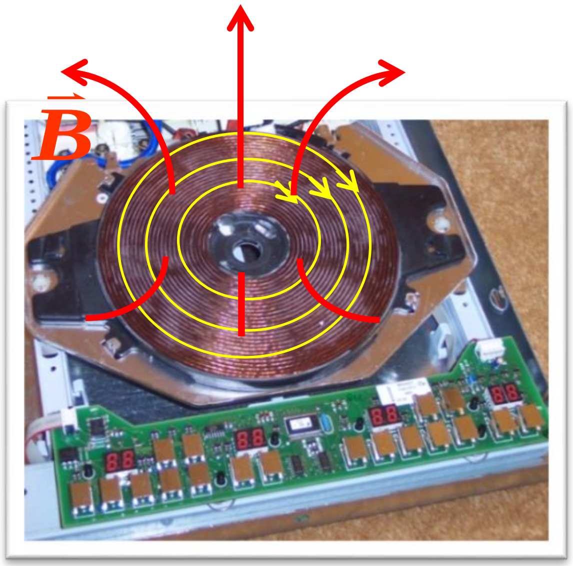
若没有负号“ - ”或不是反抗将是什么情形？

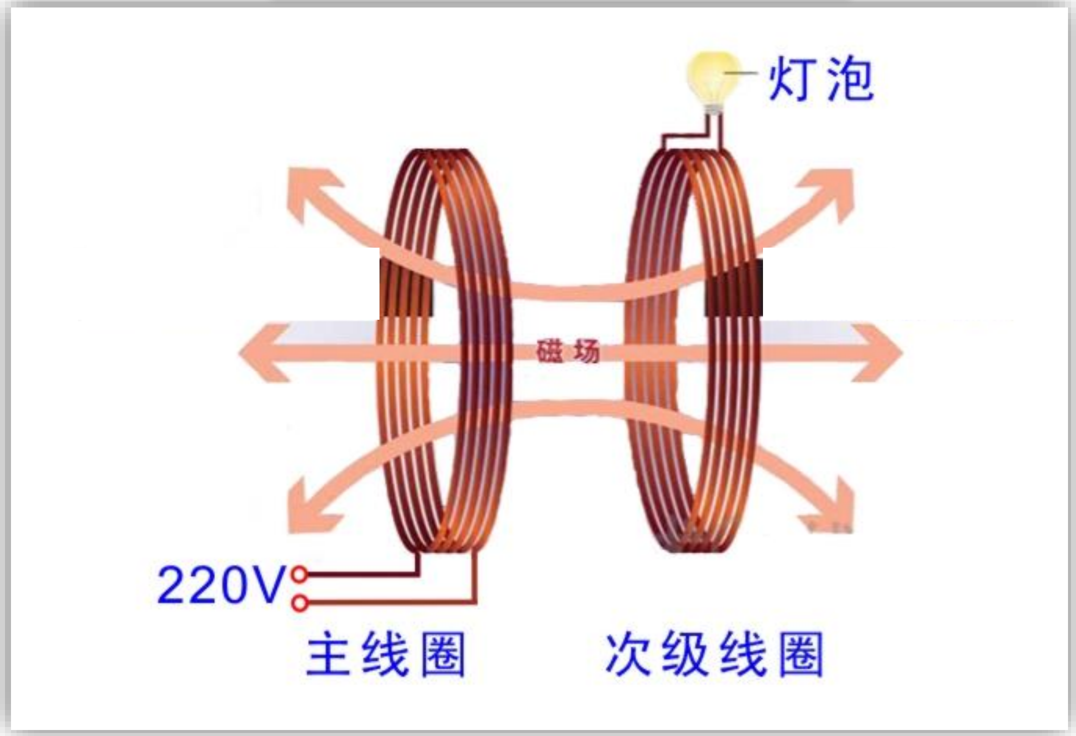


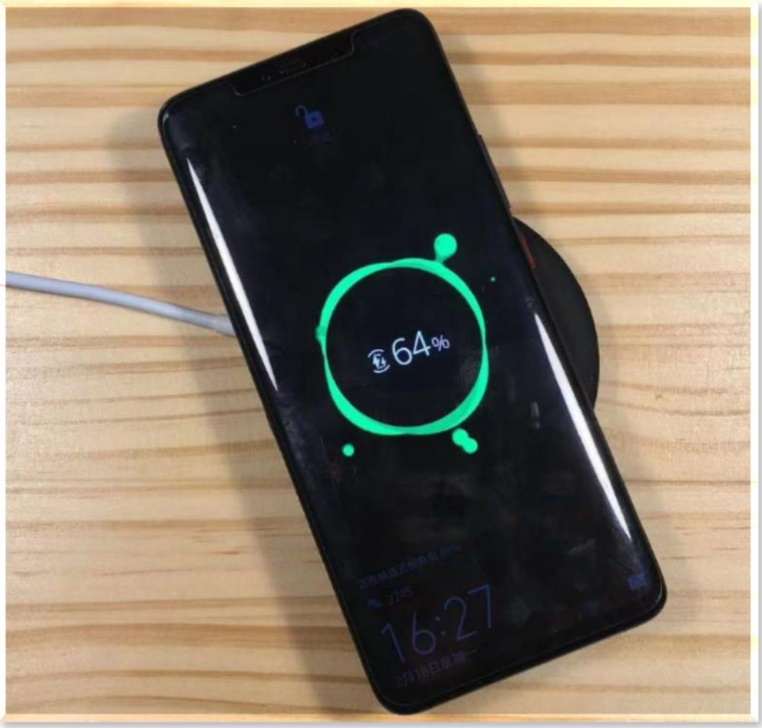
电磁永动机???

楞次定律说明了电磁“永动机”是不可能实现的，
反映了电磁现象中的能量转换与守恒定律。

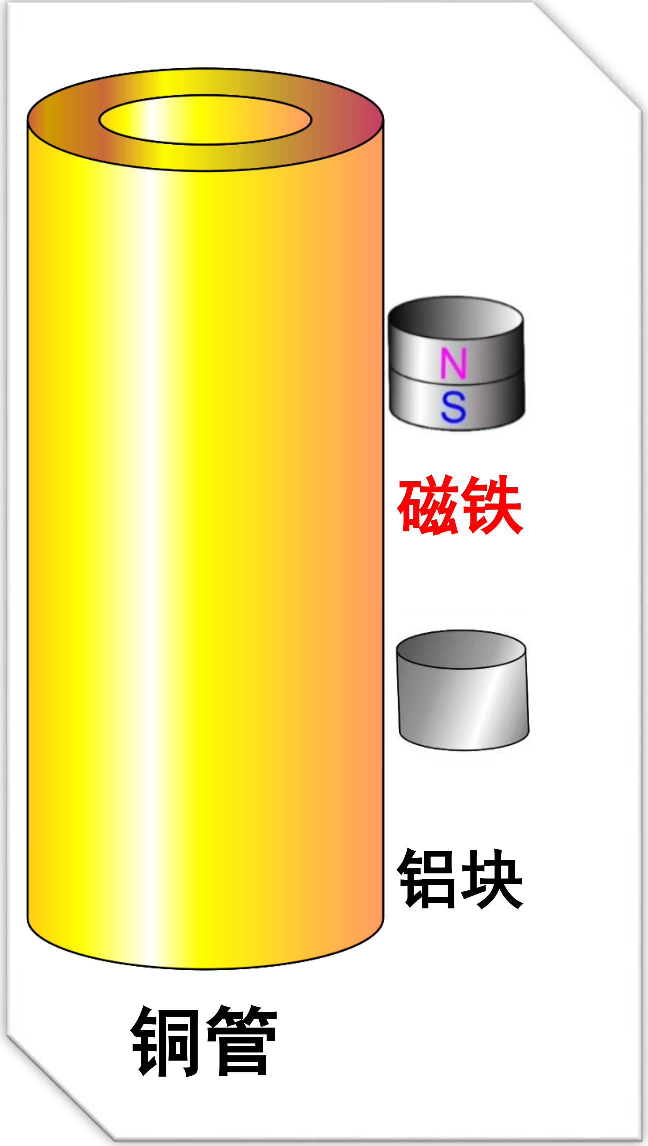
三、 电磁感应的应用

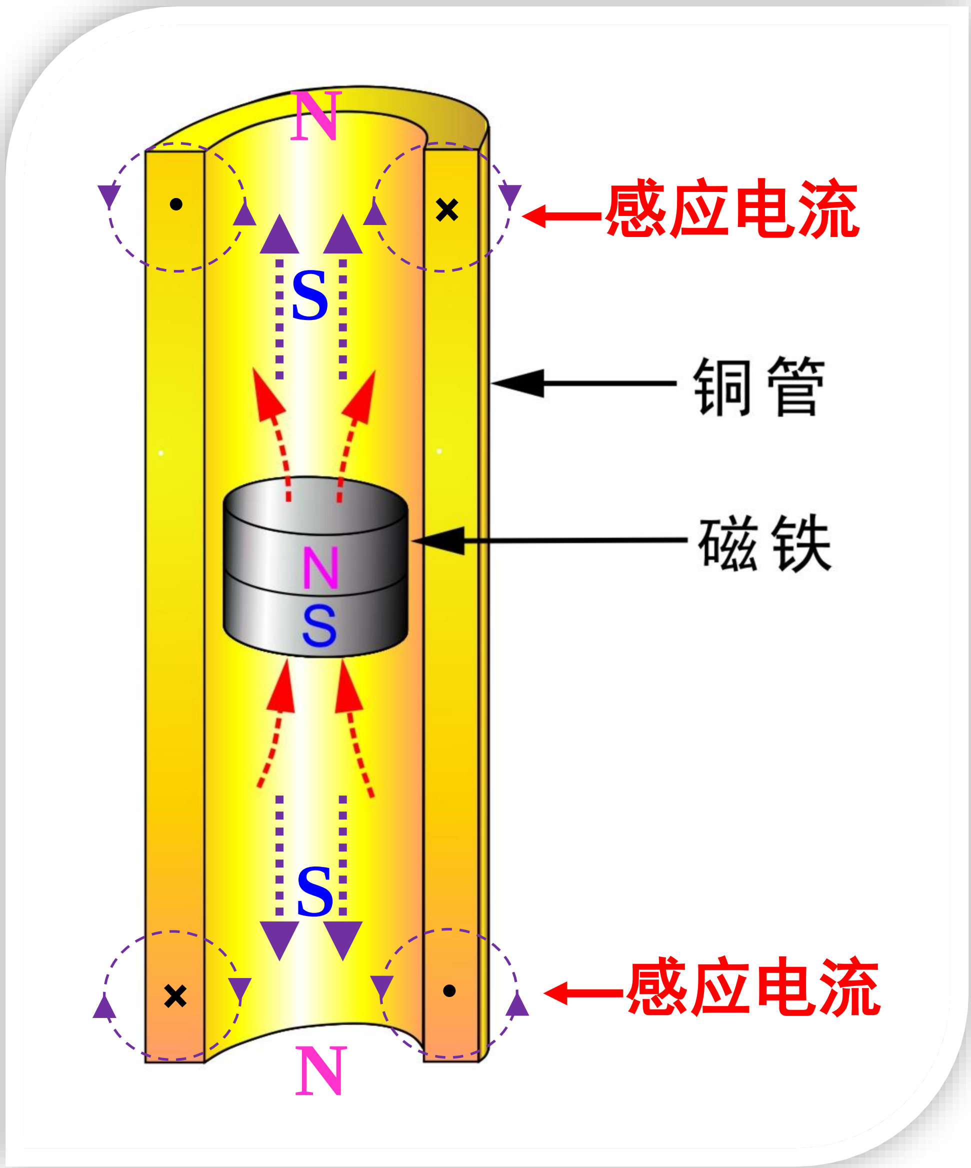




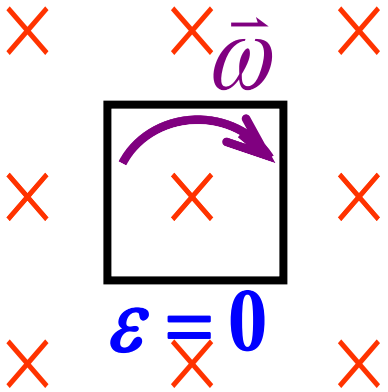


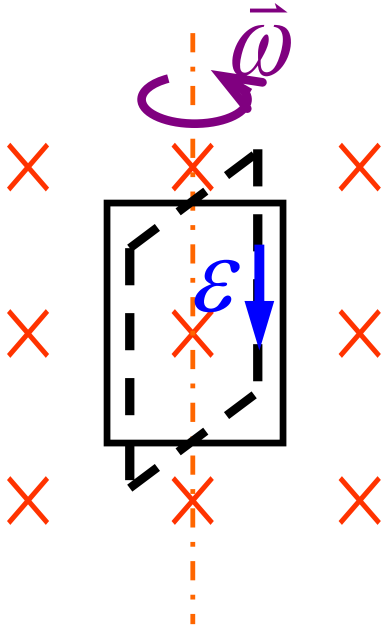
演示实验的物理解释

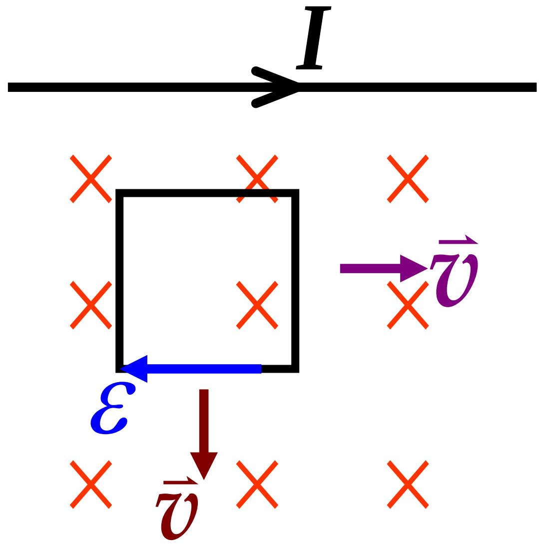




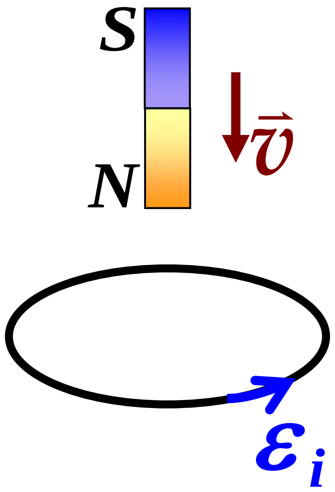
例、判断各图中感应电动势的方向。







例、将磁铁插入非金属环中，环内有无感应电动势？有无感应电流？环内将发生何种现象？



有感应电动势存在，有电场存在，将引起介质极化，而无感应电流。

四、电磁感应定律的一般形式

全磁通

若回路由N匝线圈组成： $\varepsilon_i = -\dfrac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}$

其中： $\Psi = \Phi_1 + \Phi_2 + \cdots + \Phi_N$， 回路的总磁通匝链数

若$\Phi_1 = \Phi_2 = \cdots = \Phi_N$，则 $\varepsilon_i = -N\,\mathrm{d}\Phi/\mathrm{d}t$

回路中相应的感应电流： $I_i = \dfrac{\varepsilon_i}{R} = -\dfrac{N}{R}\cdot\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$

从$t_1 \rightarrow t_2$时间内，通过回路导线任一截面的感应电量：

$$q = \int_{t_1}^{t_2} I_i \mathrm{d}t = -\frac{N}{R}\int_{\Phi_1}^{\Phi_2} \mathrm{d}\Phi = -\frac{N}{R}(\Phi_2 - \Phi_1)$$

磁通计原理

- 仅与$\Delta\Phi$有关，而与$\mathrm{d}\Phi/\mathrm{d}t$无关。
- 若已知N、R、q，便可知$\Delta\Phi=$？
- 若将Φ_1定标，则Φ_2为t_2时回路的磁通量

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

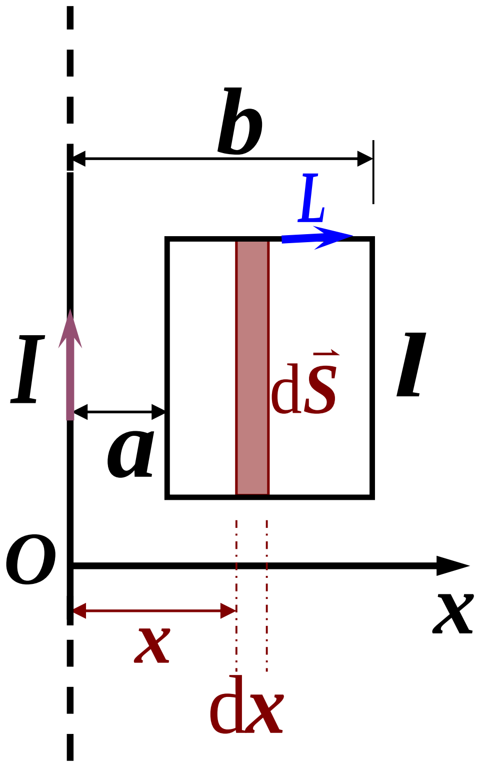
电磁感应定律判断感应电动势方向的方法：

① 依磁场的(正)方向确定回路法线的正方向；

② 由右手螺旋法则确定回路L绕行的正方向；

③ 若 $\varepsilon > 0$ ，则 ε 的方向与L的绕行方向相同。 反之则相反。

例1. 长直导线通电流 $I = I_0 \sin\omega t$（I_0 和 ω 均是大于零的常数），求与其共面的 N 匝矩形回路中的感应电动势。



分析： $\varepsilon_i = -\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$ **关键：** 计算 $\Phi(t)$

$$\Phi = \int_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} \cancel{=} BS$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}}$$

解： 设 $I > 0$ 时，电流方向如图，

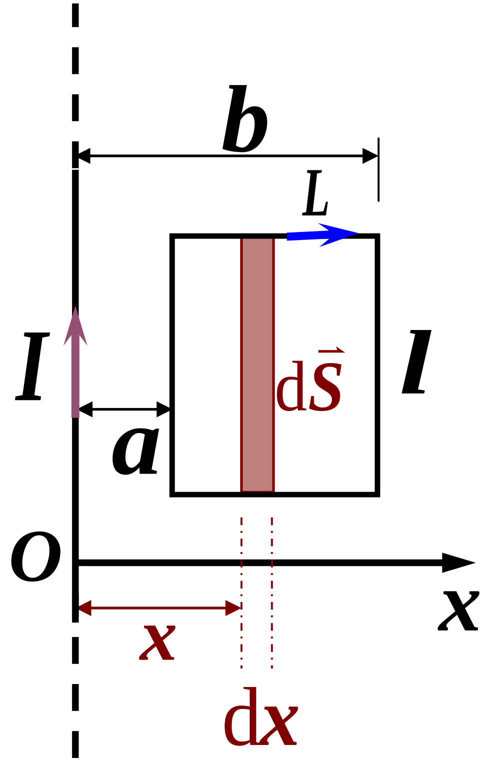
选顺时针方向为回路 L 的正方向，

建坐标系如图，在任意坐标处取一面元 $\mathrm{d}\vec{S}$

$$\psi = N\Phi = N\int_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = N\int_S B\mathrm{d}S$$

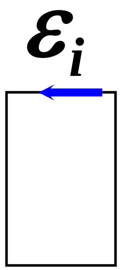
$$\psi = N\int_S B\mathrm{d}S = N\int_a^b \frac{\mu_0 I}{2\pi x} l\,\mathrm{d}x = \frac{N\mu_0 I l}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

$$= \frac{\mu_0 N I_0 l}{2\pi}\sin\omega t \ln\frac{b}{a}$$

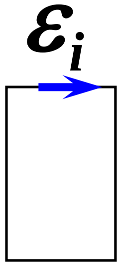


$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mu_0 N I_0 l\omega}{2\pi}\cos\omega t \ln\frac{b}{a}$$

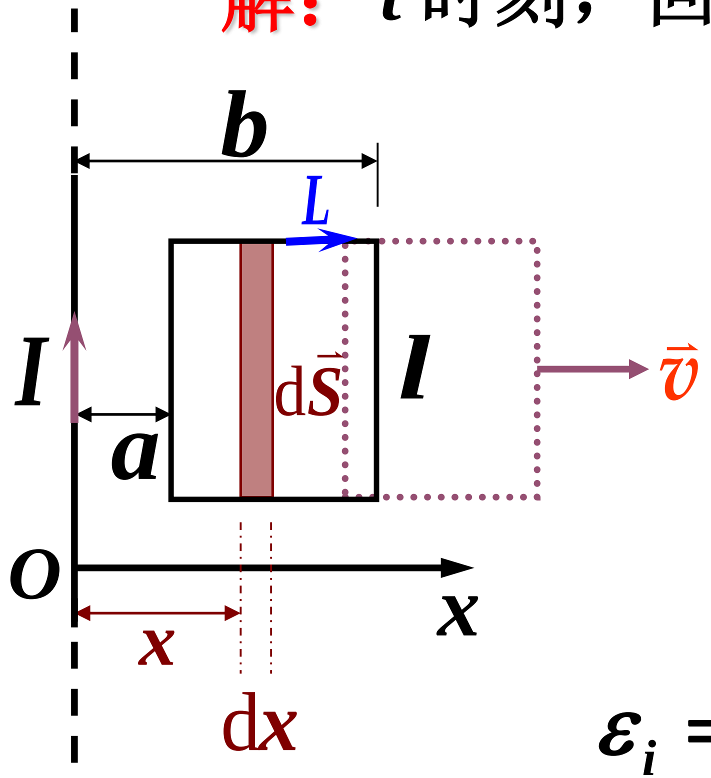
$$\left.\begin{array}{l} 0 < \omega t < \dfrac{\pi}{2} \\ \dfrac{3\pi}{2} < \omega t < 2\pi \end{array}\right\} \varepsilon_i < 0$$



$$\frac{\pi}{2} < \omega t < \frac{3\pi}{2} \qquad \varepsilon_i > 0$$



上题中，若I=常数，回路以v向右运动，$\varepsilon_i=?$



解： t时刻，回路的磁通量：

$$\psi = N\int_{a+vt}^{b+vt}\frac{\mu_0 I}{2\pi x}l\mathrm{d}x$$

$$=\frac{\mu_0 NIl}{2\pi}\ln\frac{b+vt}{a+vt}$$

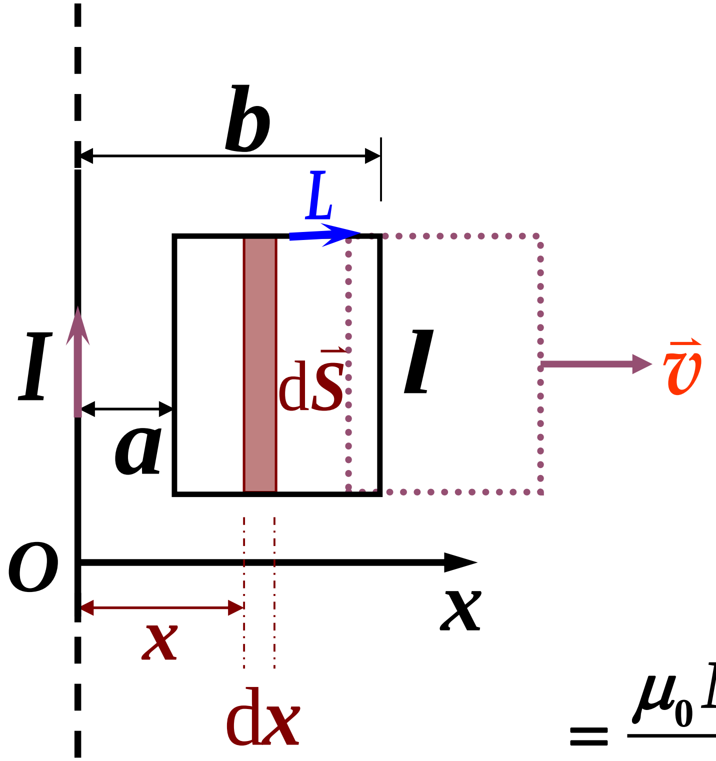
$$\varepsilon_i=-\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}=\frac{\mu_0 NIlv}{2\pi}\left(\frac{1}{a+vt}-\frac{1}{b+vt}\right)$$

$\varepsilon_i>0$　　顺时针方向

上题中，若 $I=I_0\sin\omega t$ ，且回路又以v向右运动时，求ε_i

解： t 时刻回路的磁通：

$$\boxed{\Psi=\frac{\mu_0 NIl}{2\pi}\ln\frac{b+vt}{a+vt}}$$

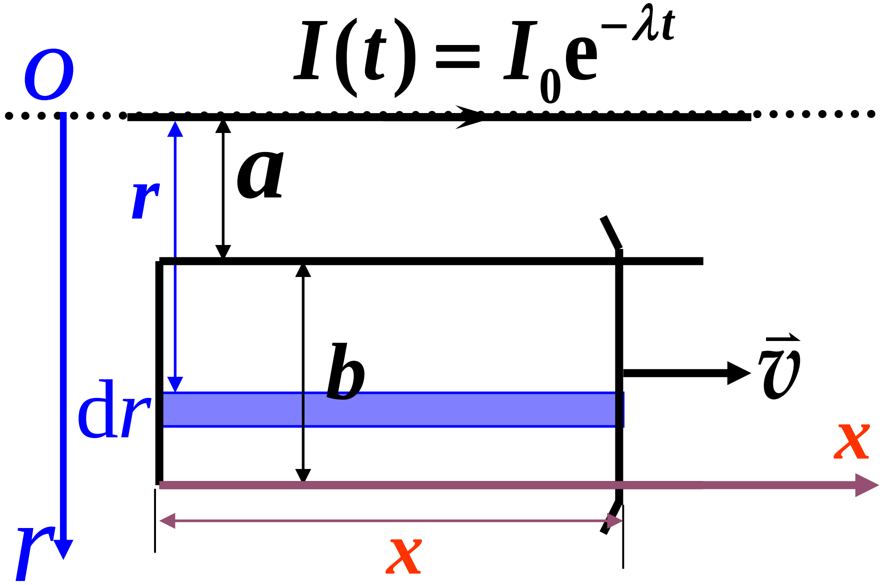


$$\psi=\frac{\mu_0 NlI_0\sin\omega t}{2\pi}\ln\frac{b+vt}{a+vt}$$

$$\varepsilon_i=-\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}$$

$$=\frac{\mu_0 NI_0 l}{2\pi}\left(\frac{(b-a)v\sin\omega t}{(a+vt)(b+vt)}-\omega\cos\omega t\ln\frac{b+vt}{a+vt}\right)$$

例2. 如图，设开始时滑动边与对边重合，试求任意时刻 t 在矩形线框内的感应电动势ε_i，并讨论ε_i 的方向。



解：取顺时针方向为线框回路的正方向。建坐标系如图，

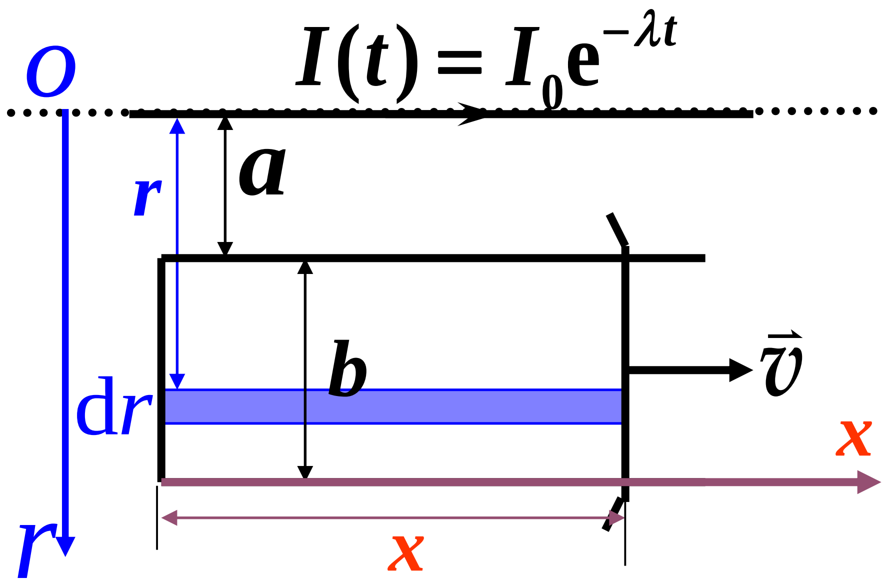
t 时刻，线框的磁通量：

$$\Phi(t)=\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S} \qquad \varepsilon_i=-\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\cancel{\Phi(t)=\int_S B\cdot x dr}$$

$$\varepsilon_i=-\int_r B\cdot v dr=\int_a^{a+b}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}v dr=\frac{\mu_0 I_0 e^{-\lambda t}v}{2\pi}\ln\frac{a+b}{a}$$

例2. 如图，设开始时滑动边与对边重合，试求任意时刻 t 在矩形线框内的感应电动势ε_i，并讨论ε_i 的方向。



解： 取顺时针方向为线框回路的正方向。建坐标系如图，

t 时刻，线框的磁通量：

$$\Phi(t)=\int_S \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\int_a^{a+b}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}x\mathrm{d}r$$

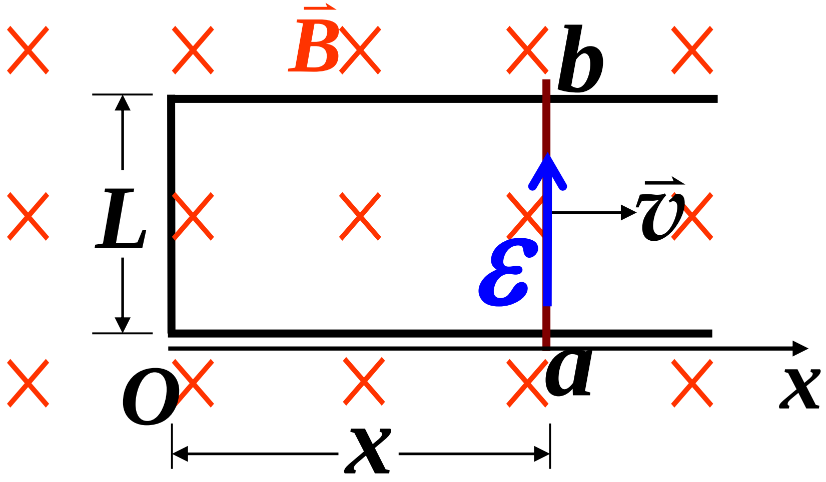
$$=\frac{\mu_0 I_0 v t\mathrm{e}^{-\lambda t}}{2\pi}\ln\frac{a+b}{a}$$

由法拉第电磁感应定律：

$$\varepsilon_i=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=\frac{\mu_0 I_0 v}{2\pi}\ln\frac{a+b}{a}\cdot(\lambda t-1)\mathrm{e}^{-\lambda t}$$

$\lambda t>1$, $\varepsilon_i>0$, 顺时针方向；$\lambda t<1$, $\varepsilon_i<0$,逆时针方向。

例3. 磁场 $\vec{B}$ 随时间线性增加，比例系数为k，ab棒从最左侧沿导体框向右以 $\vec{v}$ 运动，求其上的ε_i。



解：磁通量：

$$\Phi(t) = BS = ktLx = kLvt^2$$

感应电动势为：$\varepsilon_i = -\dfrac{d\Phi}{dt}$

$$\varepsilon_i = -2kLvt$$

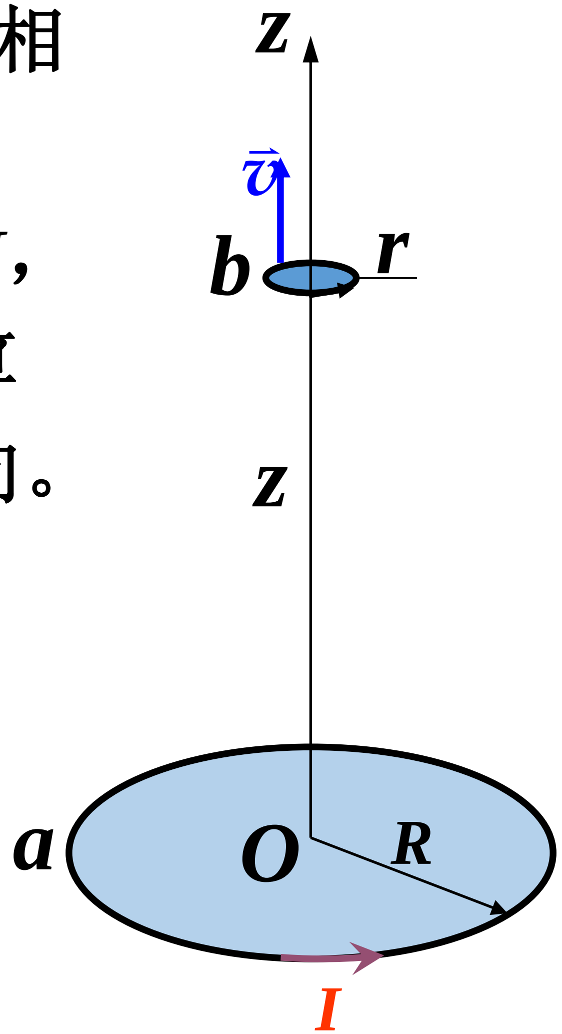
解二：$\Phi(t) = \int_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = \int_0^x kt\cdot L dx$

$$\cancel{=}\int_0^t kt\cdot Lv dt = \frac{1}{2}kLvt^2$$

$$\varepsilon_i = -kLvt$$

哪种解法正确？

例4. 如图所示，两个半径分别为R，r相距为z的同轴平面圆线圈a和b，假设$R>>r$，$z>>R$，线圈a载有恒定的电流I，线圈b以速率v沿z轴正向运动，试计算线圈b中的感应电动势，并确定其方向。



解： 载流线圈a在轴线上z点产生的磁感强度为：

$z>>R$

$$B=\frac{\mu_0 IR^2}{2(z^2+R^2)^{3/2}}\approx\frac{\mu_0 IR^2}{2z^3}$$

沿z轴正向

由于$R>>r$，在线圈b所围的平面内，B可以近似看作均匀分布。

选取线圈b的绕行方向为**逆时针**方向

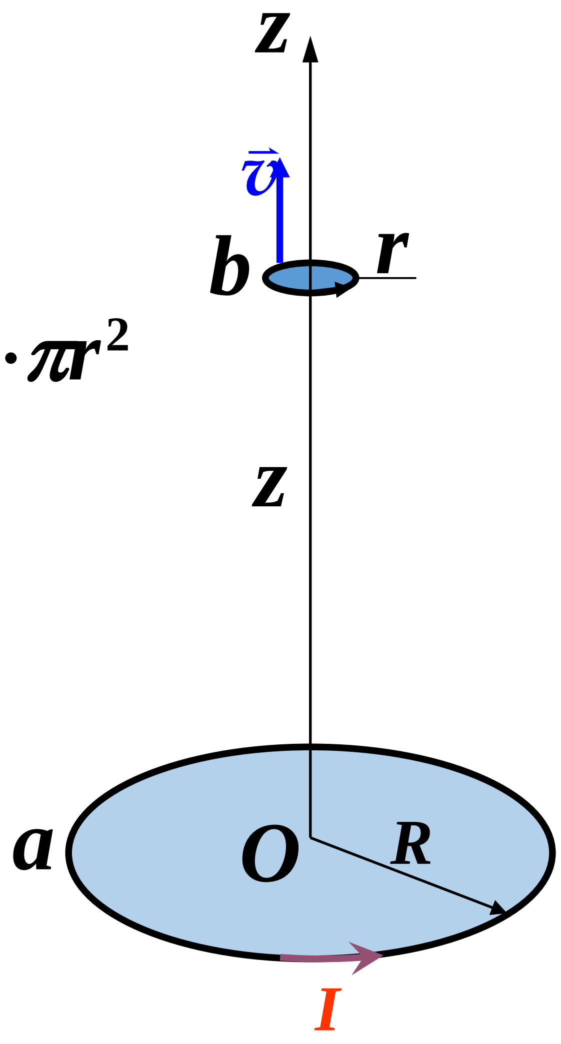
通过b的磁通量为：

$$\Phi(t)=\int_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\int_S B\mathrm{d}S=B\cdot\pi r^2=\frac{\mu_0 IR^2}{2z^3}\cdot\pi r^2$$

感应电动势：

$$\varepsilon_i=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=-\frac{\mu_0 IR^2\pi r^2}{2}\cdot\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{z^3}\right)$$

$$=\frac{3\mu_0 IR^2\pi r^2}{2z^4}\cdot\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}=\frac{3\pi\mu_0 IR^2r^2 v}{2z^4}\quad>0$$



感应电动势的方向与回路的绕行方向一致，即**逆时针**方向。