

一种无控导弹的侧向运动模型仿真

周春阳 1120160054

北京理工大学宇航学院，北京

摘要：基于铅垂平面内导弹无控飞行运动方程，根据某型导弹实测参数，对该型导弹运动模型进行了 matlab 数值仿真，并在现有仿真基础上对参数进行修改，分析不同参数对弹道的影响，进一步优化了导弹弹道。

关键词：无控导弹，matlab 仿真，优化

0 引言

导弹质心运动方程组一般由多个微分方程组成，在设计导弹时，通常先建立导弹运动模型，根据总体初步设计指标要求、估算和实验结果对简化的质点运动模型计算，得到导弹的初步性能参数。

由于方程组较为复杂，一般无法解得通解，而都是采用数值计算得到数值解，本文便是利用计算机计算能力强的优势，使用 matlab 软件对无控导弹质心运动学方程编程进行数值仿真，求解运动学方程组，并对参数进行分析、修改以进一步优化导弹运动参数。

1 铅垂面内无控导弹运动学建模与简化

我们已知描述导弹在空间运动的方程组[1]：

$$\left\{ \begin{array}{l} m \frac{dv}{dt} = P \cos \alpha \cos \beta - X - mg \sin \theta \\ mV \frac{d\theta}{dt} = P(\sin \alpha \cos \gamma_v + \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma_v) + Y \cos \gamma_v - Z \sin \gamma_v - mg \cos \theta \\ -mV \cos \theta \frac{d\psi_v}{dt} = P(\sin \alpha \sin \gamma_v - \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma_v) + Y \sin \gamma_v + Z \cos \gamma_v \\ J_x \frac{d\omega_x}{dt} + (J_z - J_y) \omega_z \omega_y = M_x \\ J_y \frac{d\omega_y}{dt} + (J_x - J_z) \omega_x \omega_z = M_y \\ J_z \frac{d\omega_z}{dt} + (J_y - J_x) \omega_y \omega_x = M_z \\ \frac{dx}{dt} = V \cos \theta \cos \psi_v \\ \frac{dy}{dt} = V \sin \theta \\ \frac{dz}{dt} = -V \cos \theta \sin \psi_v \\ \frac{d\vartheta}{dt} = \omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma \\ \frac{d\psi}{dt} = (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma) / \cos \vartheta \\ \frac{d\gamma}{dt} = \omega_x - \tan \vartheta (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma) \\ \frac{dm}{dt} = -m_c \\ \sin \beta = \cos \theta [\cos \gamma \sin (\psi - \psi_v) + \sin \vartheta \sin \gamma \cos (\psi - \psi_v)] - \sin \theta \cos \vartheta \sin \gamma \\ \sin \alpha = \{ \cos \theta [\sin \vartheta \cos \gamma \cos (\psi - \psi_v) - \sin \gamma \sin (\psi - \psi_v)] - \sin \theta \cos \vartheta \cos \gamma \} / \cos \beta \\ \sin \gamma_v = (\cos \alpha \sin \beta \sin \vartheta - \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma \cos \vartheta + \cos \beta \sin \gamma \cos \vartheta) / \cos \theta \\ \phi_1 = 0 \\ \phi_2 = 0 \\ \phi_3 = 0 \\ \phi_4 = 0 \end{array} \right.$$

(1-1)

为方便研究，在此只研究无控导弹侧向运动，去掉侧向运动参数 β 、 γ 、 γ_v 、 ψ 、 ψ_v 、 ω_x 、 ω_y ，简化后得到描述导弹侧向运动方程组为：

$$\left\{ \begin{array}{l} m \frac{dv}{dt} = P \cos \alpha - X - mg \sin \theta \\ mV \frac{d\theta}{dt} = P \sin \alpha + Y - mg \cos \theta \\ J_z \frac{d\omega_z}{dt} = M_z^\alpha + M_z^{\bar{\omega}_z} \bar{\omega}_z \\ \frac{d\vartheta}{dt} = \omega_z \\ \frac{dx}{dt} = V \cos \theta \\ \frac{dy}{dt} = V \sin \theta \\ \frac{dm}{dt} = -m_c \\ \alpha = \vartheta - \theta \\ \phi_1 = 0 \\ \phi_2 = 0 \end{array} \right. \quad (1-2)$$

其中：

$$\left\{ \begin{array}{l} M_z^\alpha + M_z^{\bar{\omega}_z} \bar{\omega}_z = (m_z^\alpha + m_z^{\bar{\omega}_z} \bar{\omega}_z) \frac{1}{2} \rho V^2 SL \\ X = c_x \frac{1}{2} \rho V^2 S \\ Y = c_y \frac{1}{2} \rho V^2 S \end{array} \right. \quad (1-3)$$

上述方程组中，共 10 个方程，含有 10 个未知参数，故方程组 (1-2) 是封闭的，可以独立求解。

2 Matlab 求解导弹运动方程组

2.1 程序仿真及结果

向 matlab 中导入原始数据（详见附录 2），进行插值，选取积分步长为

0.5s，然后利用四阶龙格库塔[2]方法进行数值积分求解。程序流程如图 1 所示。

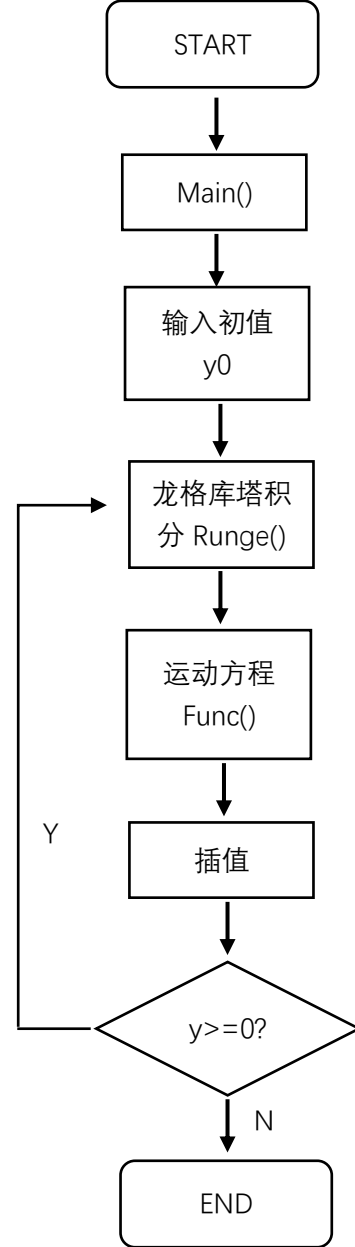


图 1. 程序流程示意

由仿真数据可得无控导弹各性能参数如下：

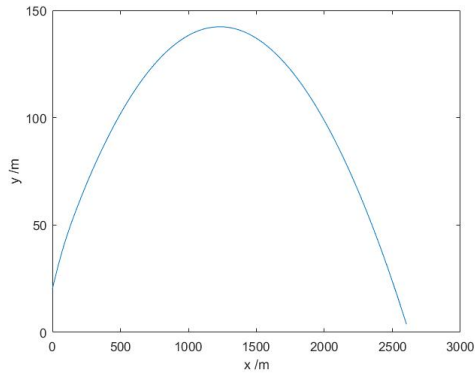


图 2. 无控导弹弹道轨迹

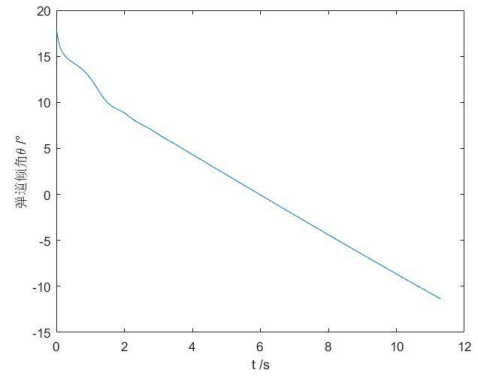


图 6. 无控导弹弹道倾角变化曲线

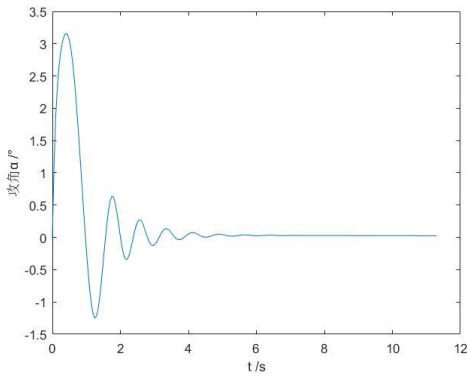


图 3. 无控导弹攻角变化曲线

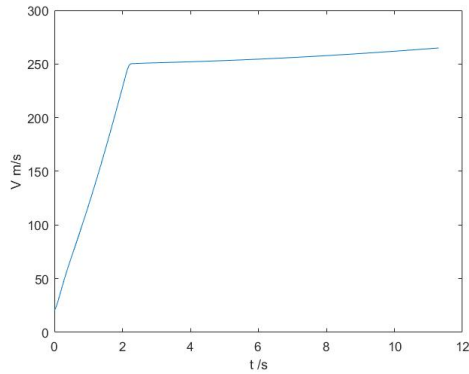


图 4. 无控导弹速度变化曲线

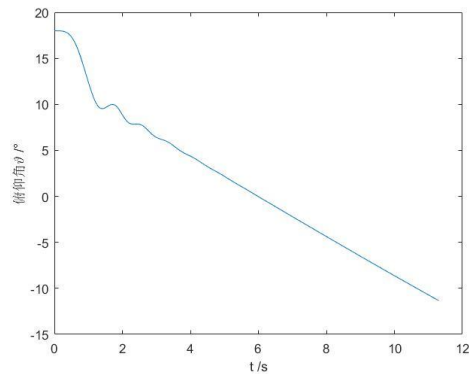


图 5. 无控导弹俯仰角变化曲线

2.2 仿真结果分析

由图 2 弹道轨迹可以看出，该型导弹最大飞行高度大约在 145m，飞行距离在 2600m 左右，初步符合设计预期；

图 4 中导弹飞行速度曲线可以看出，速度曲线近似为两段折线。在第一级发动机工作期间，导弹以较高的加速度加速飞行，第一级发动机工作结束后，第二级发动机工作，维持导弹飞行，但是加速度特别小。通过第一级发动机加速到一个较大的速度，然后利用第二级发动机维持或进一步提高速度，可以既减小导弹重量，又能保证射程。

但图 3 中由导弹攻角能够看出来该导弹是俯仰静稳定的，但震荡稍大，收敛时间比较长，并由图 5、图 6 所示，主要震荡是由于导弹俯仰角引起的，而由公式

(2-1) 可以看出，俯仰角与系统阻尼力矩相关。

$$\begin{cases} J_z \frac{d\omega_z}{dt} = M_z^\alpha \alpha + M_z^{\bar{\omega}_z} \bar{\omega}_z \\ \frac{d\theta}{dt} = \omega_z \end{cases} \quad (2-1)$$

因此可以尝试加大阻尼，进一步改进飞行特性。

3 无控导弹过渡过程改进

在 matlab 仿真中尝试加大阻尼力矩所占比重，并绘制出不同阻尼下攻角变化曲线如图 7 所示。

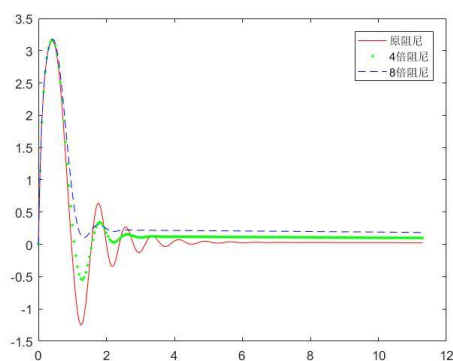


图 7. 不同阻尼下的攻角变化

由图 7 我们可以看出，增大系统的阻尼力矩后，攻角的震荡显著减少，且过渡过程很短就达到了稳定状态，但可以看出，在阻尼较大时，攻角稳定后未回到原稳定状态，说明阻尼过大，系统处于过阻尼状态。说明系统受阻尼因素影响确实很大，应该合理设计系统的阻尼系数，使整个系统既快又无超调的达到稳态。

参考文献：

- [1] 钱杏芳，林瑞雄，赵亚男. 导弹飞行力学[M]. 北京：北京理工大学出版社，2006. 48–50
- [2] 钱杏芳，林瑞雄，赵亚男. 导弹飞行力学[M]. 北京：北京理工大学出版社，2006. 75–76

附录 1:

Matlab 仿真代码

<https://github.com/crown133/Flight-Dynamics.git>

附录 2:

无控导弹弹道计算相关数据

1 初值

$x=0$ (m) $y=20.0$ (m) $\theta=18^\circ$ $v=20$ (m/s) $\omega_z=0$ (rad/s) $m=52.38$ (kg)

2 结构数据

表I.1 转动惯量随时间变化表

t(s)	.0	2.0	2.4	6.4	10.4	14.4	18.4	22.4	26.4	30.4	34.0	38.4	42.4	44.0
Jz(kg ms)	8.35	7.88	7.86	7.81	7.78	7.75	7.73	7.71	7.70	7.70	7.69	7.69	7.69	7.69

表 2 导弹重心（起自头部）

t(s)	.0	2.0	2.4	10.0	18.0	26.0	32.0	38.0	42.0	44.0
XG(m)	.9381	.9095	.9091	.9026	.8969	.8928	.8907	.8896	.8895	.8896

3 发动机相关数据

表 3 推力随时间变化表

t(s)	.000	.15	.49	2.11	2.27	3.53	8.78	25.45	42.80	43.68	44.08
P(kgf)	331.2	614.3	505.4	607.8	48.65	43.97	42.01	41.00	40.80	40.79	2.22

第一级工作结束时间：2.1126s，第二级工作结束时间：44.0832s

表 4 发动机质量秒流量

t(s)	0.	2.1	2.105	44.1	44.105	100
秒流量(kg/s)	2.362	2.362	0.21059	0.21059	0.	0.

4 气动数据

表 5 阻力系数表

马赫数	攻角(°)					
	0	2	4	6	8	10
0.1	.4177	.4404	.5219	.6603	.8534	1.1023
0.2	.3858	.4086	.4903	.6290	.8226	1.0723
0.3	.3779	.4007	.4827	.6218	.8160	1.0666
0.4	.3785	.4015	.4838	.6234	.8184	1.0700
0.5	.3787	.4018	.4846	.6249	.8209	1.0738

0.6	.3829	.4062	.4897	.6310	.8284	1.0835
0.7	.3855	.4091	.4934	.6363	.8358	1.0938
0.8	.4082	.4321	.5175	.6621	.8641	1.1254
0.9	.4947	.5192	.6073	.7571	.9672	1.2392

表 6 升力系数表

马赫数	攻角(°)					
	0	2	4	6	8	10
0.1	.0000	.6430	1.4758	2.2870	3.0713	3.8463
0.2	.0000	.6454	1.4807	2.2942	3.0814	3.8598
0.3	.0000	.6480	1.4858	2.3014	3.0915	3.8731
0.4	.0000	.6512	1.4923	2.3107	3.1039	3.8891
0.5	.0000	.6554	1.5007	2.3227	3.1197	3.9092
0.6	.0000	.6617	1.5134	2.3409	3.1436	3.9401
0.7	.0000	.6698	1.5304	2.3661	3.1775	3.9835
0.8	.0000	.6792	1.5501	2.3950	3.2162	4.0323
0.9	.0000	.6933	1.5935	2.4706	3.3273	4.1790

表 7 静稳定力矩系数 $m_{z0}^{\alpha} \alpha \Big|_{Xg=Xg_0}$

马赫数	攻角(°)					
	0	2	4	6	8	10
0.1	0.0000	-0.0104	-0.0341	-0.0564	-0.0771	-0.0985
0.2	0.0000	-0.0104	-0.0341	-0.0564	-0.0770	-0.0983
0.3	0.0000	-0.0104	-0.0341	-0.0564	-0.0769	-0.0982
0.4	0.0000	-0.0105	-0.0342	-0.0564	-0.0768	-0.0979
0.5	0.0000	-0.0104	-0.0339	-0.0560	-0.0761	-0.0969
0.6	0.0000	-0.0093	-0.0314	-0.0521	-0.0708	-0.0903
0.7	0.0000	-0.0080	-0.0286	-0.0477	-0.0650	-0.0829
0.8	0.0000	-0.0065	-0.0252	-0.0425	-0.0578	-0.0739
0.9	0.0000	-0.0053	-0.0229	-0.0391	-0.0538	-0.0693

当导弹重心变化时的修正公式： $m_{z1}^{\alpha} \alpha = m_{z0}^{\alpha} \alpha + c_y (Xg - Xg_0) / L$

表 8 $Xg=.9381$ 时的阻尼力矩导数 $m_z^{\omega_z}$

马赫数	攻角(°)					
	0	2	4	6	8	10
0.1	-0.4686	-0.4829	-0.4982	-0.5130	-0.5272	-0.5409
0.2	-0.4707	-0.4850	-0.5003	-0.5150	-0.5292	-0.5429
0.3	-0.4744	-0.4886	-0.5039	-0.5186	-0.5327	-0.5464
0.4	-0.4797	-0.4939	-0.5090	-0.5237	-0.5378	-0.5514
0.5	-0.4882	-0.5022	-0.5173	-0.5318	-0.5458	-0.5593
0.6	-0.5089	-0.5227	-0.5376	-0.5520	-0.5658	-0.5791
0.7	-0.5366	-0.5502	-0.5649	-0.5790	-0.5927	-0.6058

0.8	-0.5738	-0.5871	-0.6014	-0.6153	-0.6287	-0.6415
-----	---------	---------	---------	---------	---------	---------

0.9	-0.6272	-0.6407	-0.6553	-0.6694	-0.6830	-0.6960
-----	---------	---------	---------	---------	---------	---------

表 9 $X_g=0.8896$ 时的阻尼力矩导数 $m_z^{\sigma_z}$

马赫数	攻角(°)					
	0	2	4	6	8	10
0.1	-0.6179	-0.6384	-0.6600	-0.6805	-0.6999	-0.7182
0.2	-0.6207	-0.6410	-0.6626	-0.6830	-0.7024	-0.7207
0.3	-0.6253	-0.6455	-0.6670	-0.6874	-0.7067	-0.7249
0.4	-0.6319	-0.6521	-0.6734	-0.6937	-0.7129	-0.7310
0.5	-0.6424	-0.6624	-0.6835	-0.7036	-0.7226	-0.7406
0.6	-0.6669	-0.6866	-0.7074	-0.7272	-0.7459	-0.7636
0.7	-0.6997	-0.7190	-0.7395	-0.7589	-0.7774	-0.7948
0.8	-0.7435	-0.7624	-0.7824	-0.8014	-0.8194	-0.8365
0.9	-0.8069	-0.8266	-0.8474	-0.8672	-0.8859	-0.9035

5 其它参数

表 10 其他参数表

特征面积(m^2)	特征长度(m)	毛翼展(m)	音速(m/s)	大气密度(kg/m^3)
0.0227	1.8	0.5	343.13	1.225