

12

Sinais: classificação e propriedades

Comunicação Digital

(11 de maio de 2023)



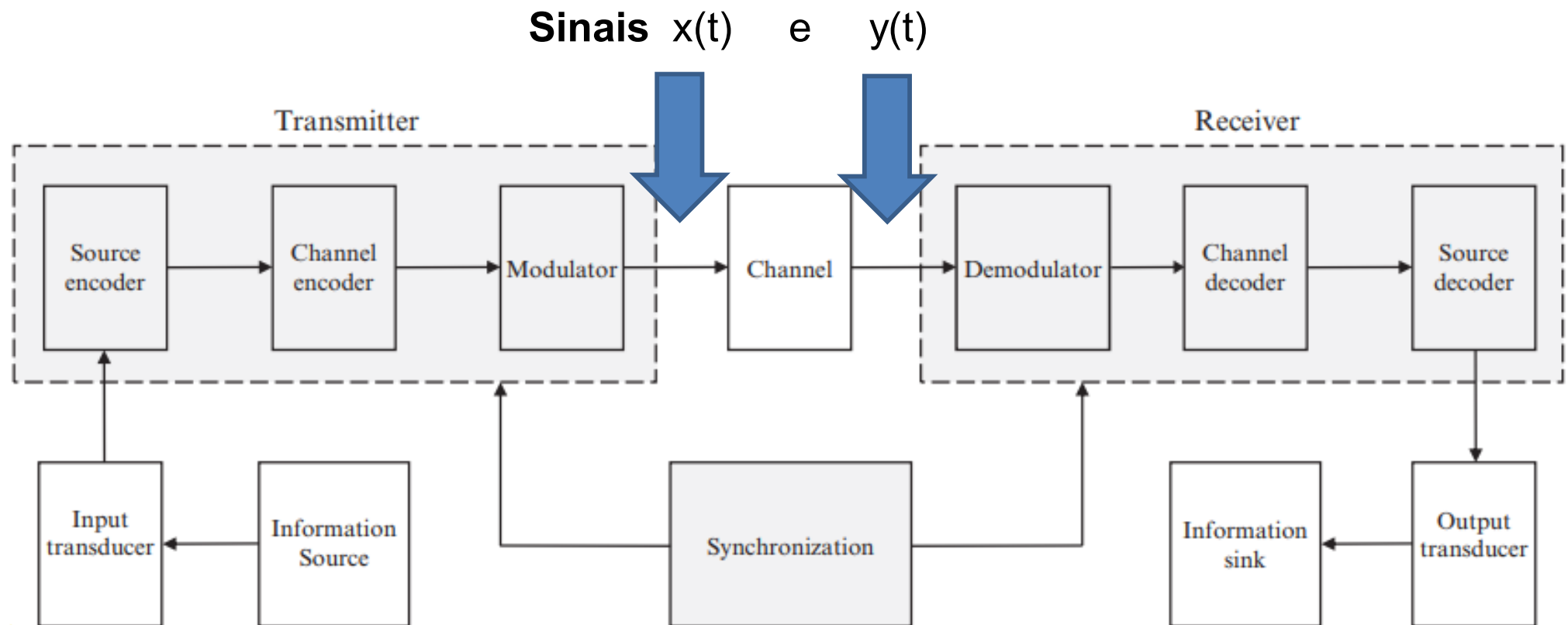
Sumário

1. Classificação de sinais - categorias
2. Sinais contínuos e discretos
3. Sinais não periódicos e periódicos
4. Sinais de energia e potência
5. Exemplos de aplicação



Sistemas de Comunicação

- Diagrama de blocos genérico



1. Classificação de Sinais

1. Suporte

- Analógico/Contínuo
- Discreto
- Digital

2. Periodicidade

- Periódico
- Não periódico

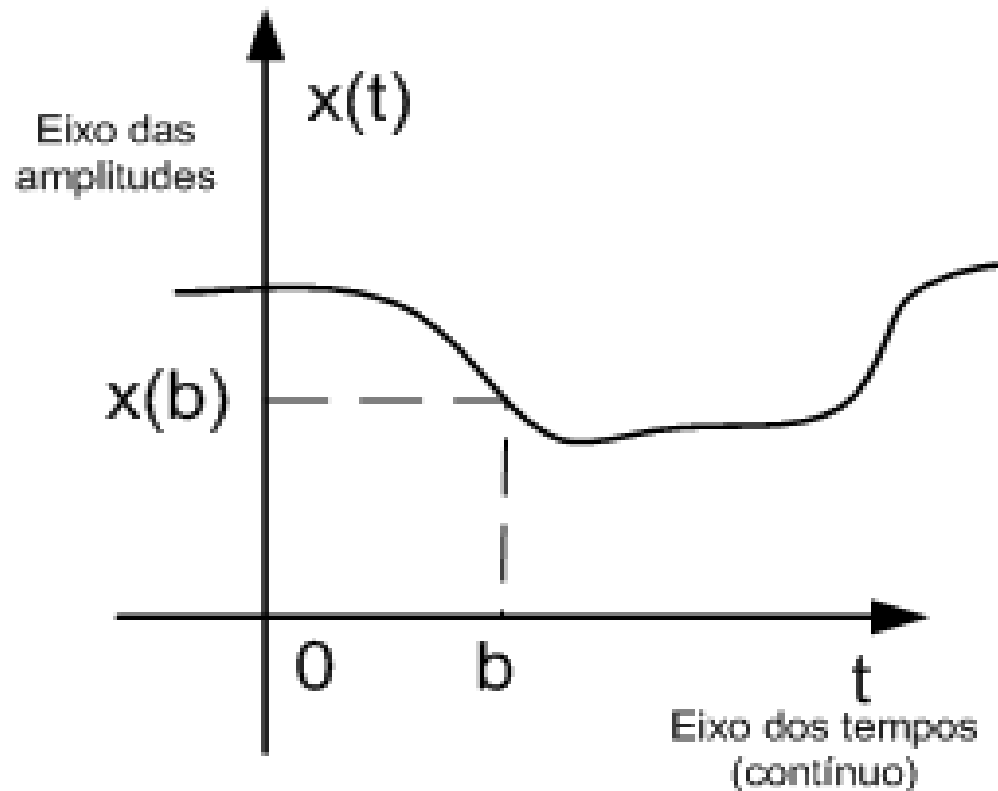
3. Energia/Potência

- Energia (sinal não periódico)
- Potência (sinal periódico)



2. Sinais Contínuos e Discretos

- Sinal contínuo $x(t)$
- É uma função real de variável real $x(t): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

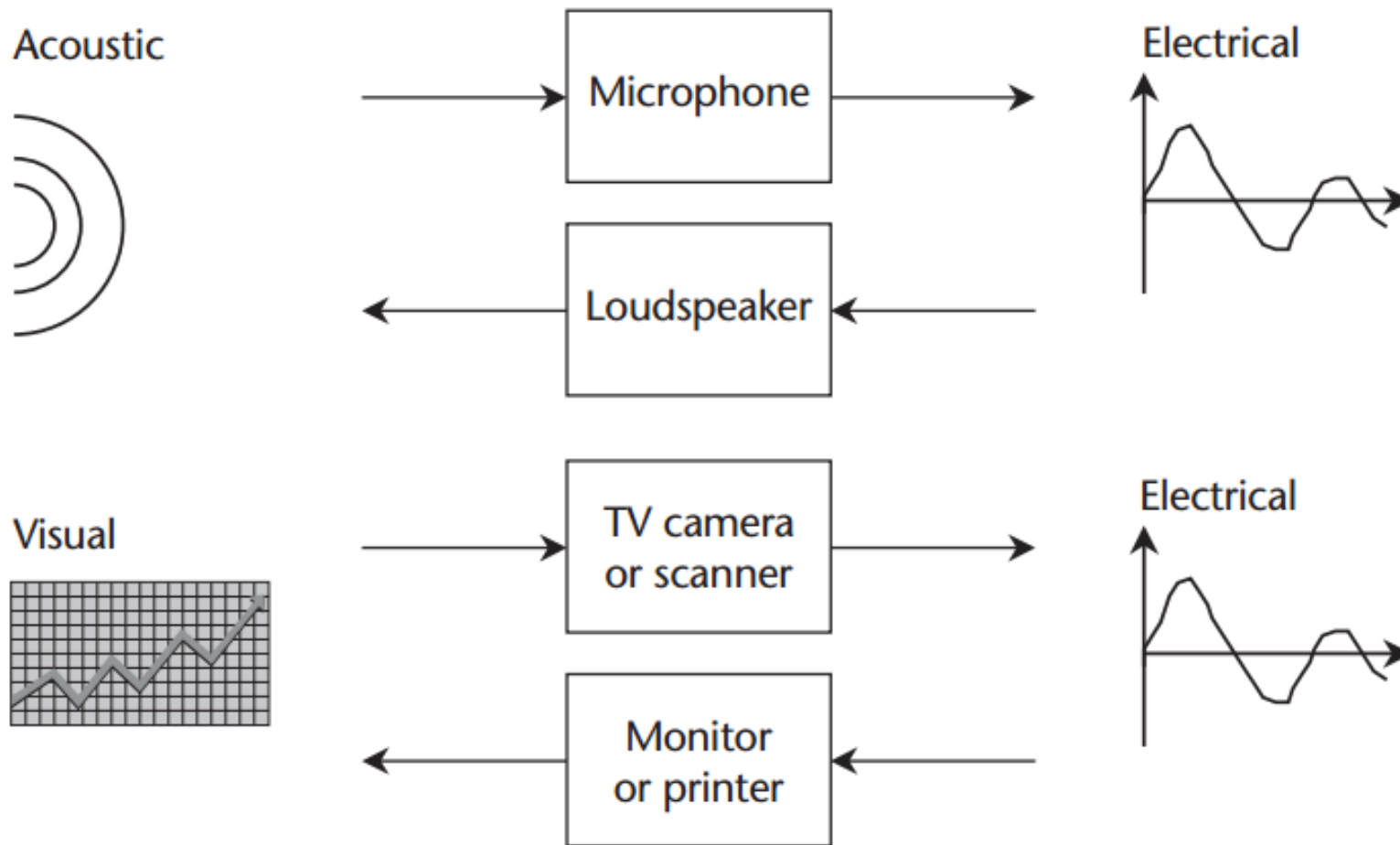


- Em termos gerais, um sinal é algo que codifica informação
- Em termos físicos, representa uma corrente ou tensão elétrica
- Utilizados no canal de transmissão na comunicação digital
- Utilizados noutros domínios, para codificar informação



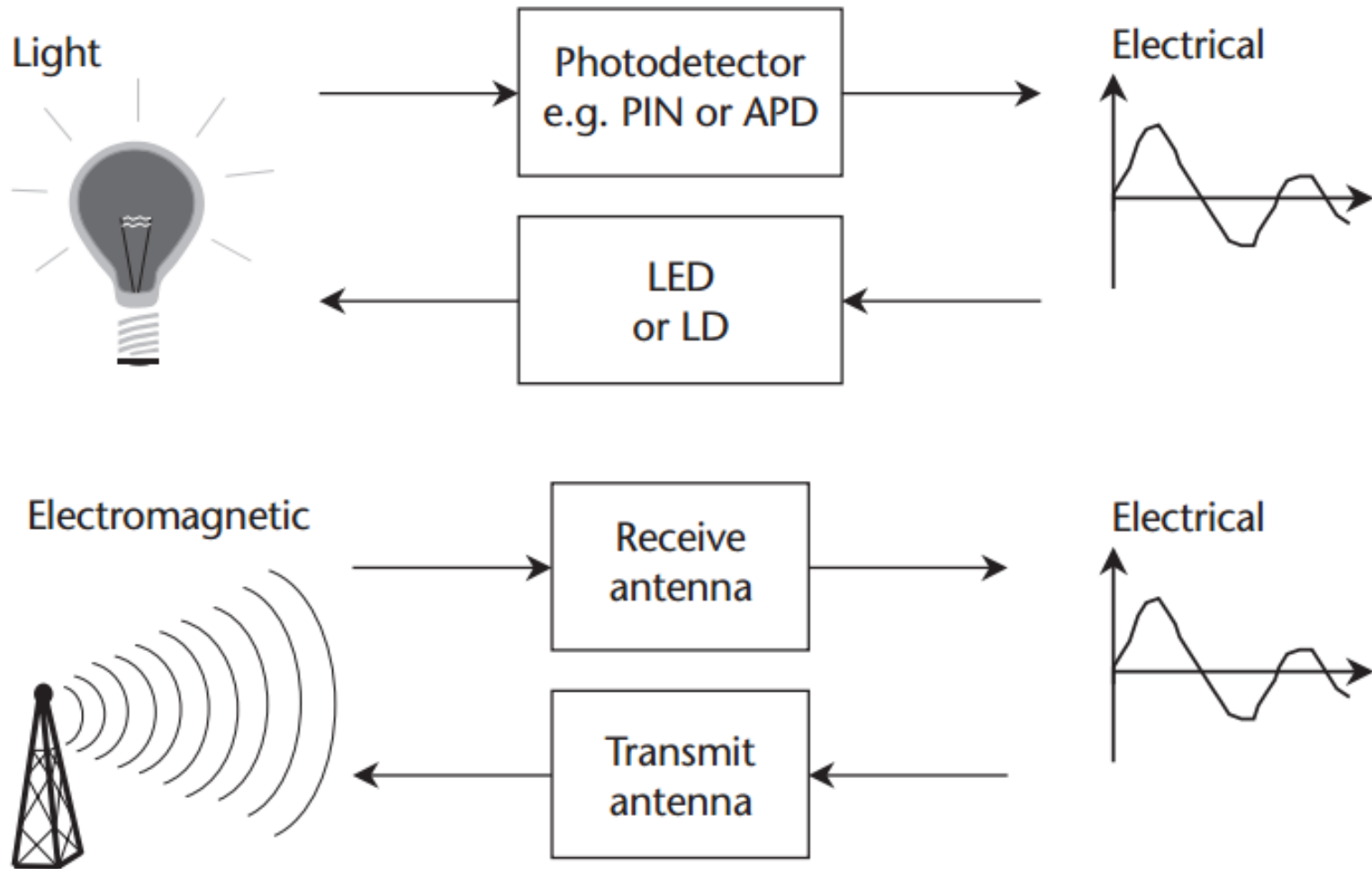
2. Sinais Contínuos e Discretos

- Exemplos de sinais contínuos



2. Sinais Contínuos e Discretos

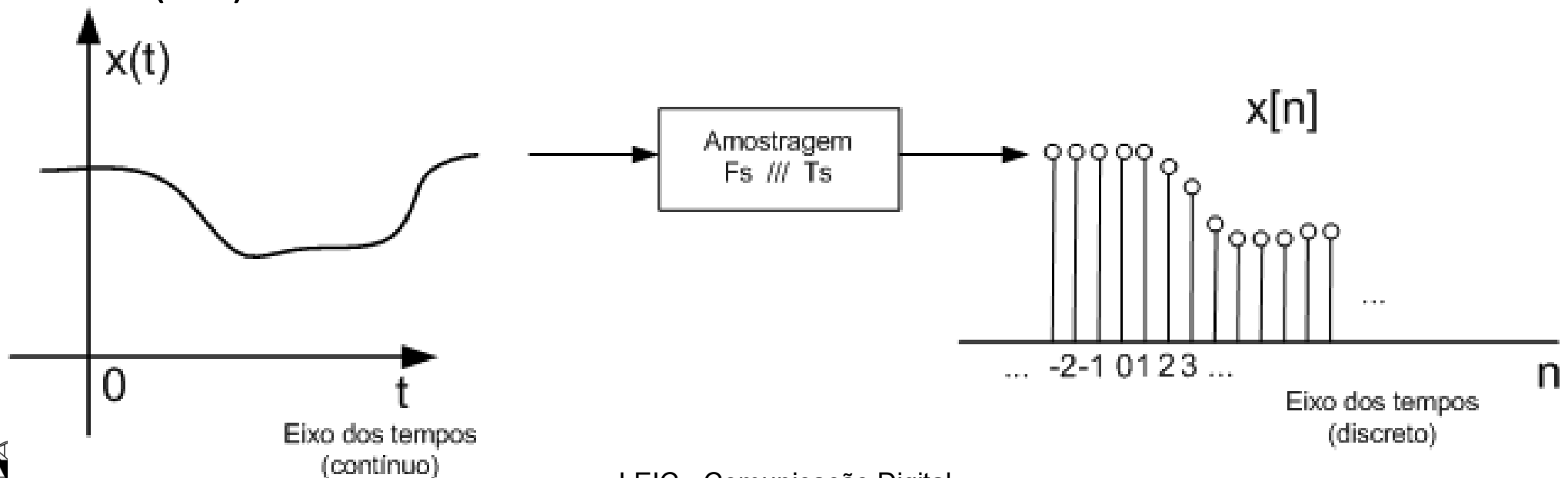
- Exemplos de sinais contínuos



2. Sinais Contínuos e Discretos

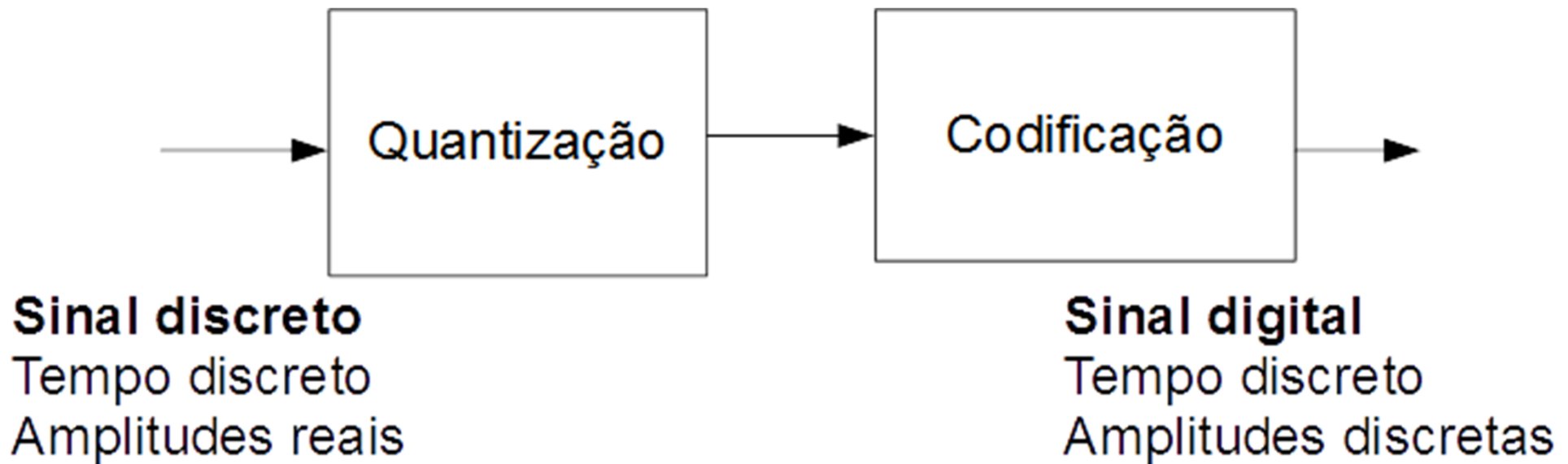
- Sinal discreto é uma função real de variável inteira relativa
- O eixo dos tempos é discreto
- Os valores de amplitude de $x[n]$ são obtidos
 - por amostragem ao ritmo F_s (*frequency of sampling*)
 - a cada T_s (*time of sampling*) é obtida nova amostra
- Amostra $x[1]$ corresponde a $x(T_s)$; amostra $x[2]$ corresponde a $x(2T_s)$...

$$x[n]: Z_0 \rightarrow \mathbb{R}$$



2. Sinais Contínuos, Discretos e Digitais

- Sinal digital é uma função com:
 - valores inteiros relativos (um subconjunto de 2^n valores)
 - com variável inteira relativa $x[n]: Z_0 \rightarrow Z_0$
- O eixo dos tempos é discreto
- O eixo das amplitudes é discreto (cada amostra é um inteiro com 'n' bits)



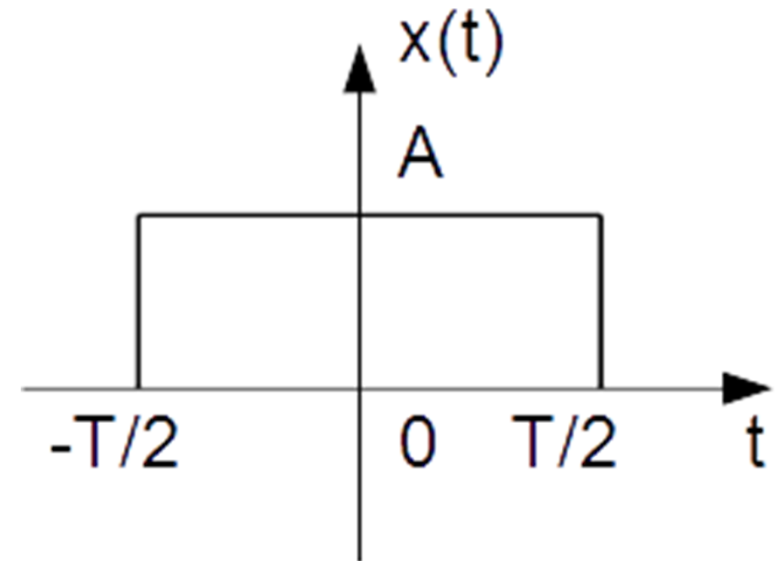
3. Sinais não periódicos e periódicos

- **Sinais não periódicos ou aperiódicos**
 - Não se repetem ao longo do tempo
 - Dois sinais importantes de uso comum:
 - Pulso Retangular
 - Pulso Sinusoidal
- **Sinais periódicos**
 - Repetem-se a cada período fundamental
 - Dois sinais importantes de uso comum:
 - Sinusóide
 - Onda Quadrada



3. Sinais não periódicos e periódicos

Pulso Retangular
(Amplitude A e duração T)

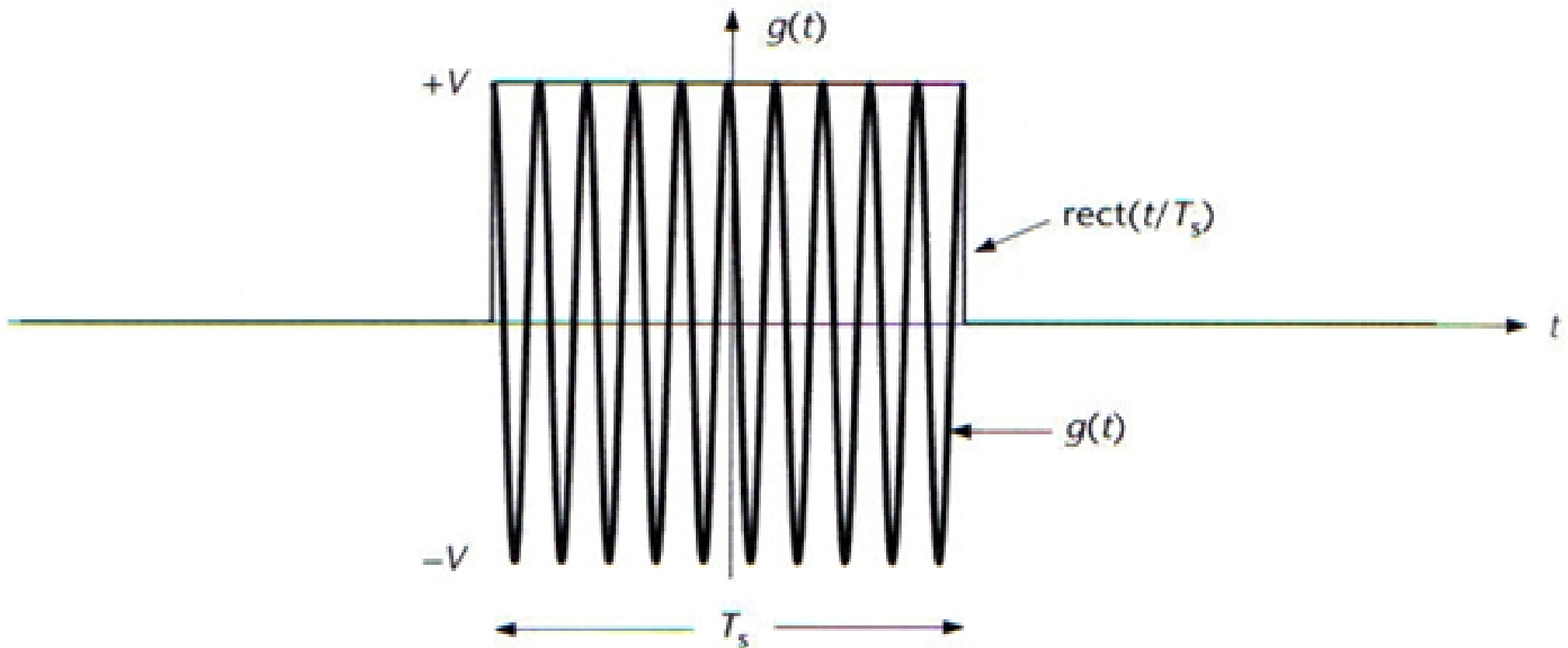


$$x(t) = A \operatorname{rect}\left(\frac{t}{T}\right) = A \Pi\left(\frac{t}{T}\right) = \begin{cases} A, & -\frac{T}{2} < t < \frac{T}{2} \\ 0, & \text{outros } t \end{cases} = \begin{cases} A, & |t| < \frac{T}{2} \\ 0, & |t| \geq \frac{T}{2} \end{cases}$$



3. Sinais não periódicos e periódicos

- **O Pulso Sinusoidal** – sinal não periódico
- Resulta do produto de uma sinusóide por um pulso retangular



3. Sinais não periódicos e periódicos

- Sinais periódicos ou estritamente repetitivos
- Repetem-se a cada **período fundamental T_0 – menor valor de tempo para o qual o sinal se repete**
- No domínio contínuo ou analógico (período T_0 seg) temos

$$x(t) = x(t + kT_0)$$

- Para o domínio discreto (período de N amostras) temos

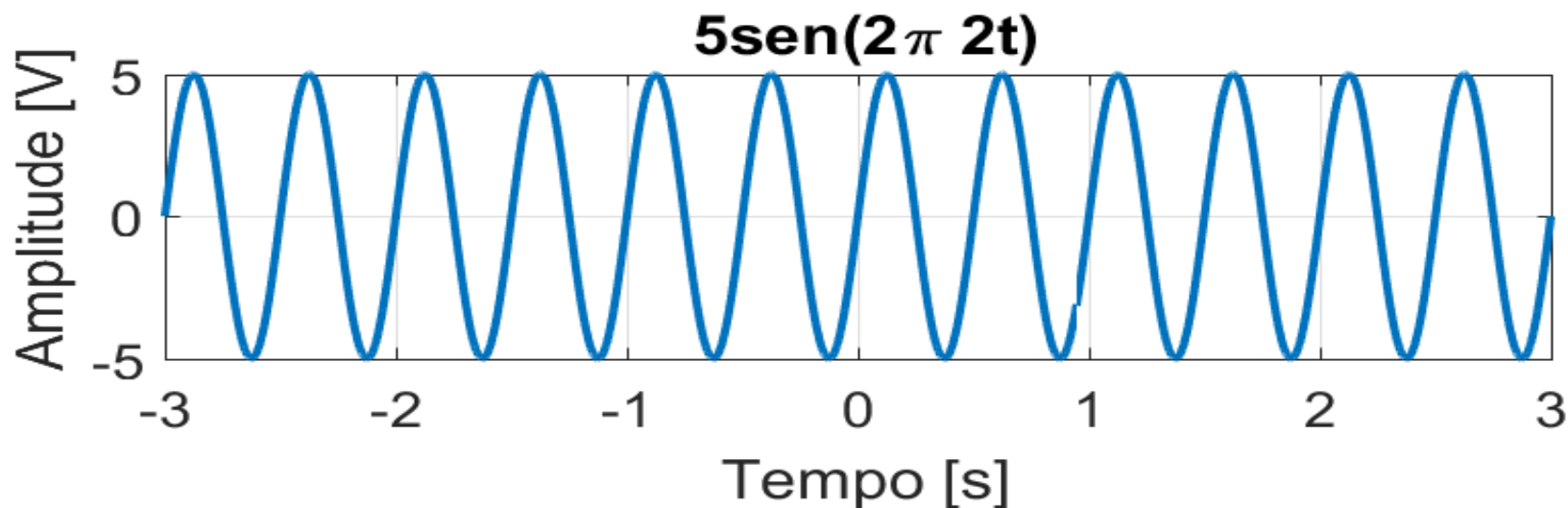
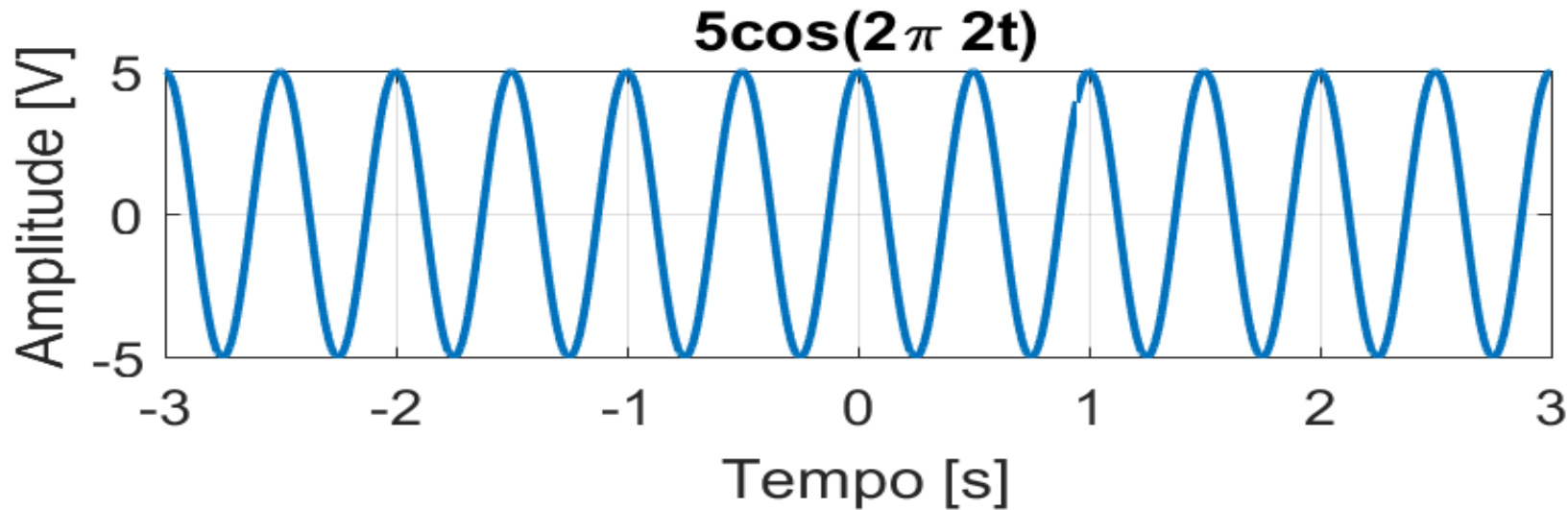
$$x[n] = x[n + kN]$$

- São exemplos:
 - a sinusóide
 - a onda quadrada
- k é inteiro relativo.



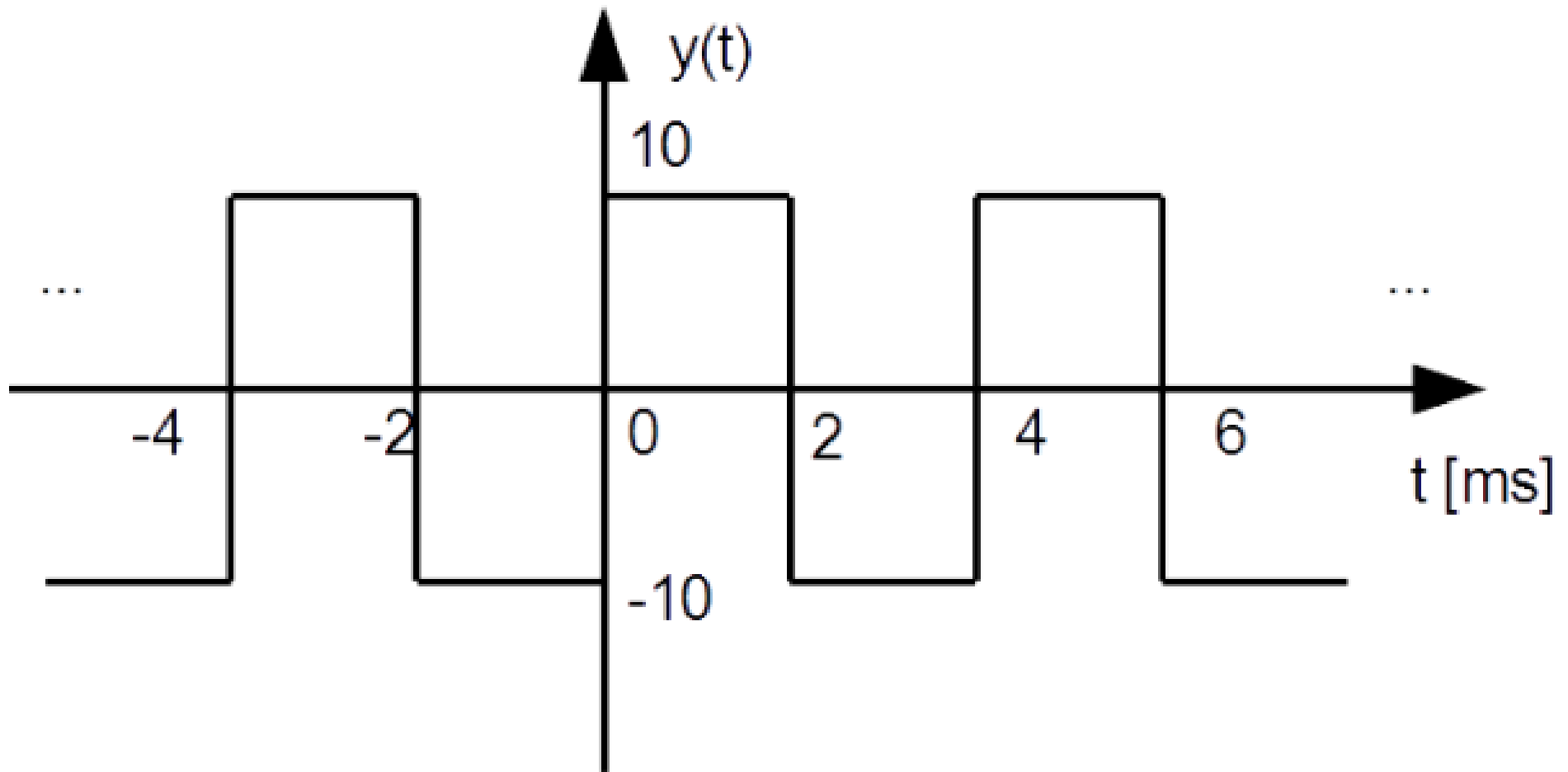
3. Sinais não periódicos e periódicos

- A sinusóide



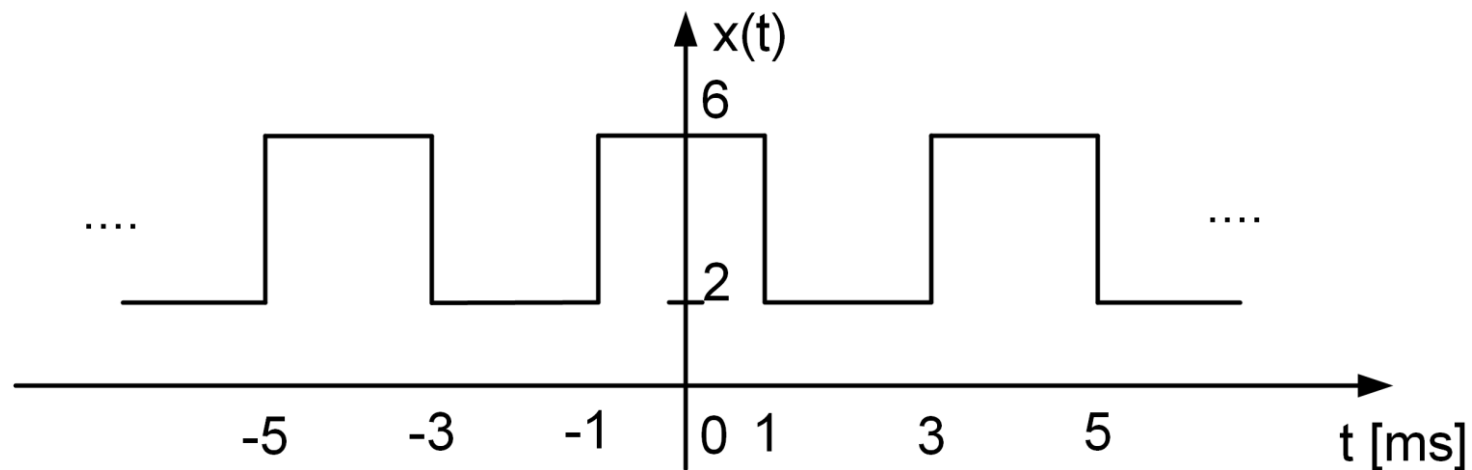
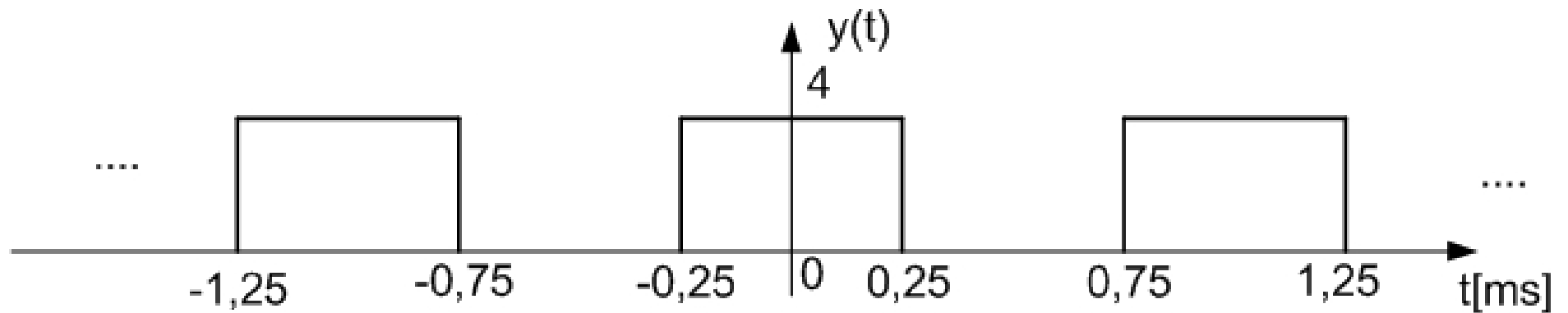
3. Sinais não periódicos e periódicos

- Onda quadrada (exemplo)



3. Sinais não periódicos e periódicos

- Onda quadrada (exemplo)



3. Sinais não periódicos e periódicos

- O inverso do período fundamental T_0 designa-se de **frequência fundamental f_0**
- A frequência fundamental define a repetição do sinal (este pode ter várias componentes de frequência) e é **expressa em Hertz [Hz]**
- Por exemplo com $x(t) = \cos(2\pi 1000 t)$
 - $T_0 = 1 \text{ ms}$
 - $f_0 = 1000 \text{ Hz} = 1 \text{ kHz}$
- Com $x(t) = \cos(2\pi 2000 t) + \cos(2\pi 4000 t)$
 - $T_0 = 0,5 \text{ ms}$
 - $f_0 = 2000 \text{ Hz} = 2 \text{ kHz}$



Heinrich Hertz (1857-1894)



3. Sinais não periódicos e periódicos

Propriedades	
SSID:	LeoTheCat
Protocolo:	Wi-Fi 4 (802.11n)
Tipo de segurança:	WPA2-Pessoal
Banda de rede:	2,4 GHz
Canal de rede:	6
Velocidade da ligação (Receção/Transmissão):	72/72 (Mbps)
Endereço IPv6 de local de ligação:	fe80::1d73:f948:b8d8:bfd8%12
Endereço IPv4:	192.168.1.8
Servidores DNS IPv4:	212.113.177.241 62.169.70.160
Fabricante:	Qualcomm Atheros Communications Inc.
Descrição:	Qualcomm Atheros QCA9377 Wireless Network Adapter
Versão do controlador:	12.0.0.1118
Endereço físico (MAC):	AC-E0-10-89-EF-B3
Copiar	

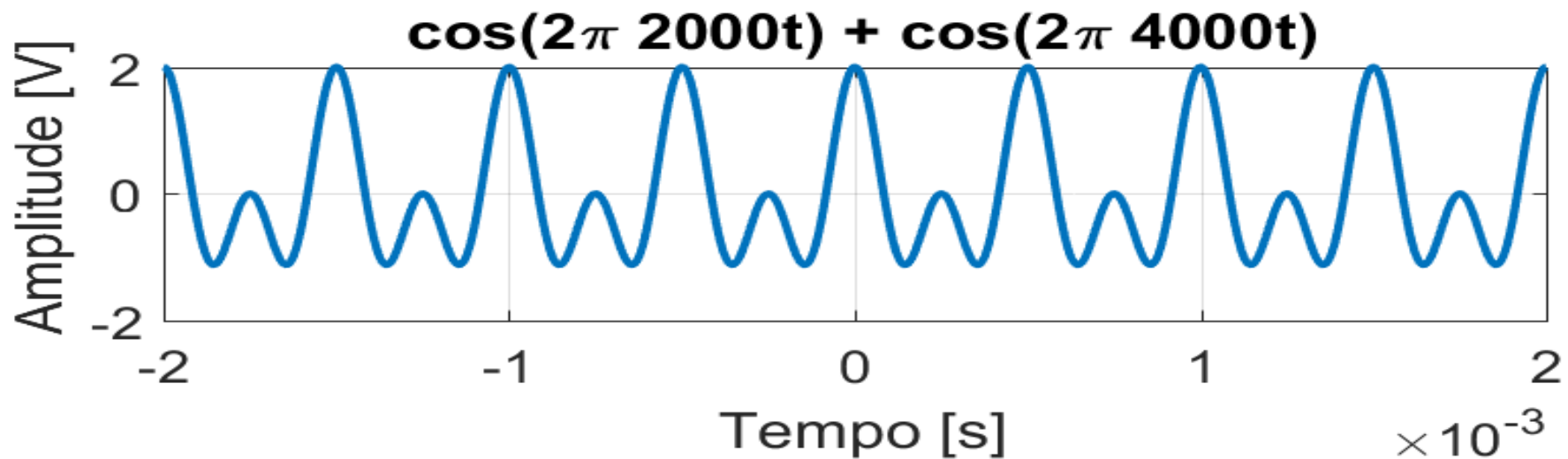
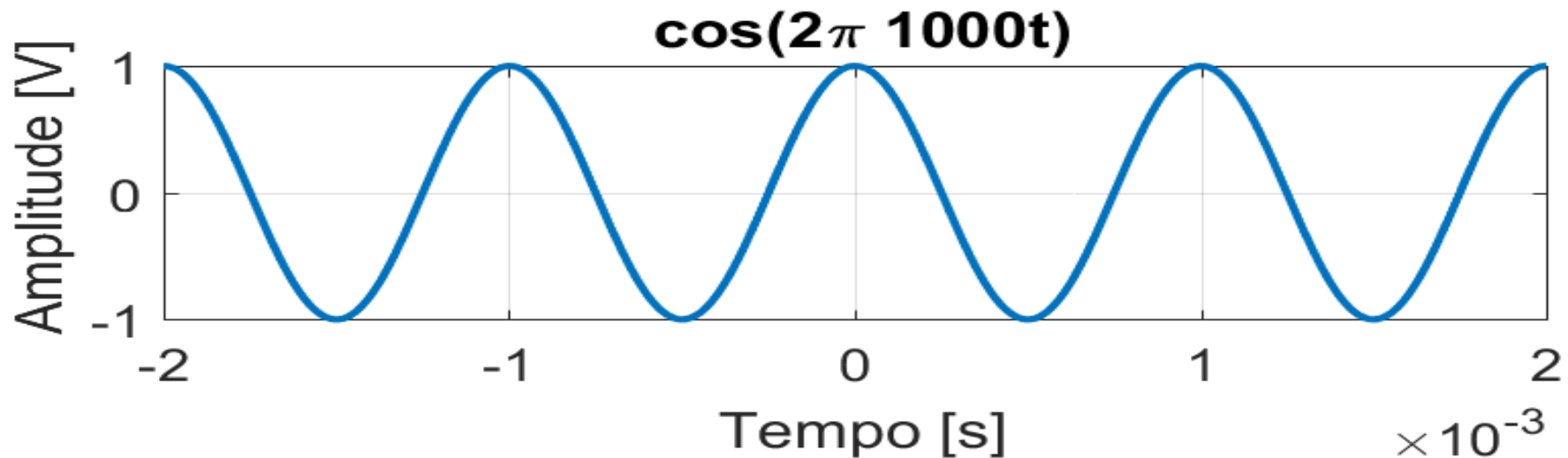


Heinrich Hertz (1857-1894)



3. Sinais não periódicos e periódicos

- Sinais $x(t) = \cos(2\pi 1000 t)$ e
 $y(t) = \cos(2\pi 2000 t) + \cos(2\pi 4000 t)$



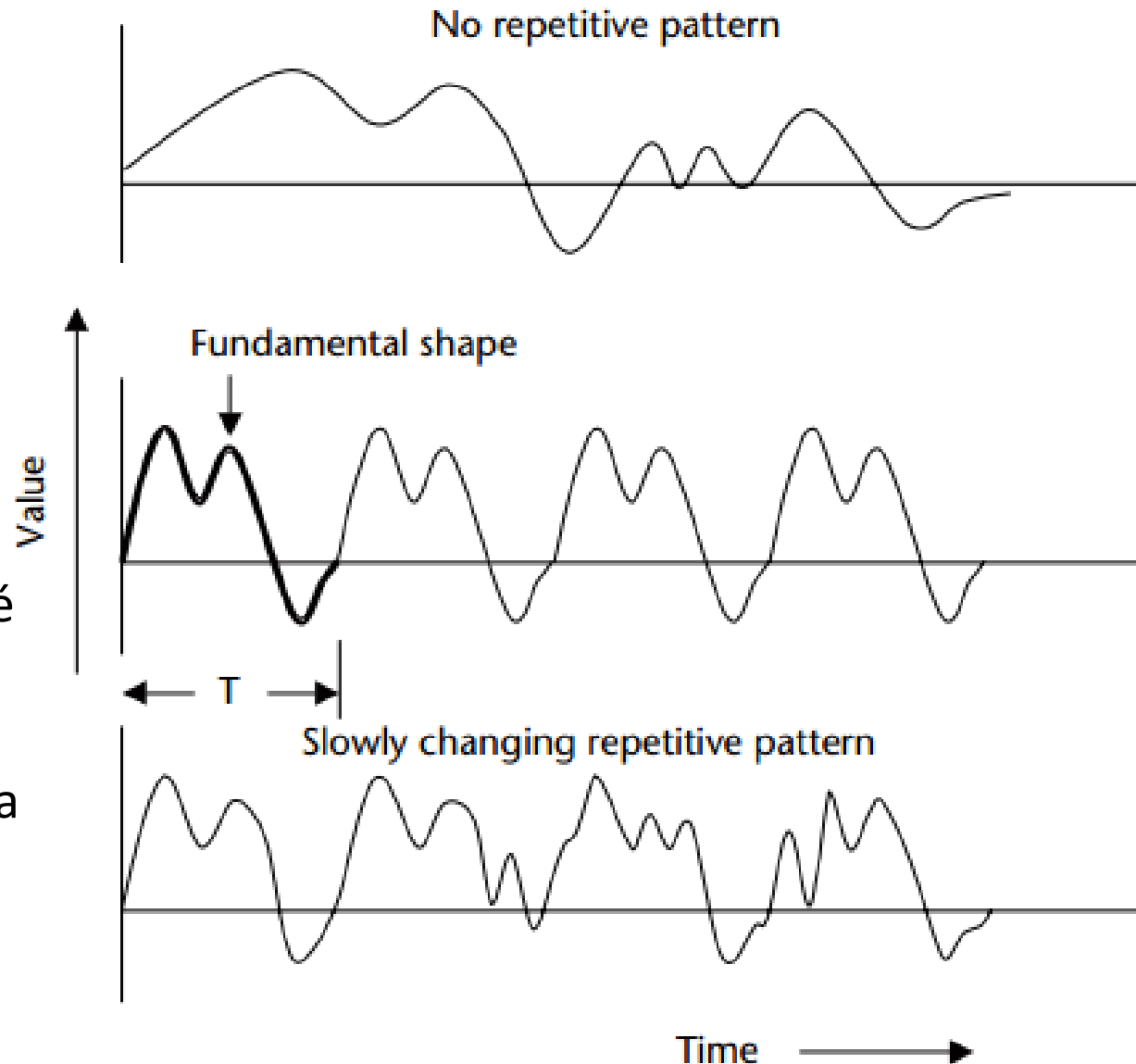
3. Sinais não periódicos e periódicos

- Periodicidade e sua ausência

Frequência fundamental f_0 é aquela à qual o sinal se repete

$$T_0 = 1 / f_0$$

O período fundamental T_0 é o **mínimo múltiplo comum** dos períodos das várias componentes de frequência
 $T_0 = \text{mmc}(T_1, T_2, \dots)$



4. Sinais de Energia e de Potência

- A lei de Joule indica a potência instantânea $p(t)$ dissipada numa resistência R , percorrida pela corrente $i(t)$, desencadeada pela tensão $v(t)$

$$p(t) = Ri^2(t) = \frac{v^2(t)}{R}$$

- Considerando $R=1$ (normalização) temos

$$p(t) = i^2(t) = v^2(t)$$

- Dado que sinais representam tensões ou correntes eléctricas, temos assim a definição de **potência instantânea** para sinais

$$p(t) = x^2(t)$$



4. Sinais de Energia e de Potência

- A **energia** é o somatório de todas as potências instantâneas
 - No domínio contínuo ou analógico temos

$$Ex = \int_{-\infty}^{+\infty} p(t)dt = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t)dt$$

- Para sinais discretos temos

$$Ex = \sum_{-\infty}^{+\infty} p[n] = \sum_{-\infty}^{+\infty} x^2[n]$$

- Verifica-se que

$$0 \leq E < +\infty$$



4. Sinais de Energia e de Potência

- A **potência** é dada pela energia média numa dada janela temporal de duração T

$$P_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E_x$$

- Tipicamente, sinais **não periódicos** são caracterizados pela **energia**: energia finita; potência nula
- Tipicamente, sinais **periódicos** são caracterizados pela **potência**: energia infinita; potência finita
- Sinais limitados à esquerda e à direita são sempre de energia



4. Sinais de Energia e de Potência

- Para sinais periódicos, a **potência** é dada por

$$P_x = \frac{1}{T_o} \int_{-T_o/2}^{T_o/2} x^2(t) dt$$

- Assim, a **potência** corresponde à energia média por período



4. Sinais de Energia e de Potência

- **Sinal de energia:** pulso retangular $x_1(t) = A \pi \left(\frac{t}{T} \right)$

$$E = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} A^2 dt = A^2 T \quad \leftarrow T \text{ representa a duração do pulso}$$

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x_1^2(t) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E = 0$$

- **Sinal de potência:** sinusóide

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} A^2 \cos^2(2\pi f_0 t + \phi) dt = \infty$$

$$P = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} A^2 \cos^2(2\pi f_0 t + \phi) dt = \frac{A^2}{2T} \frac{2T}{2} = \frac{A^2}{2}$$



T representa uma janela temporal genérica

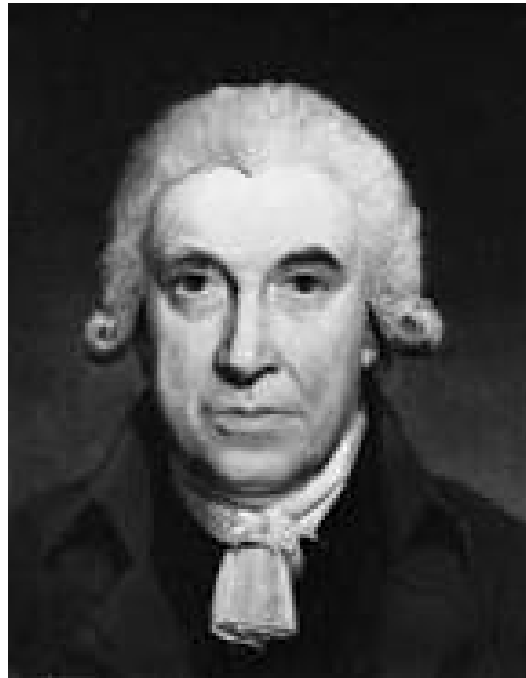


4. Sinais de Energia e de Potência

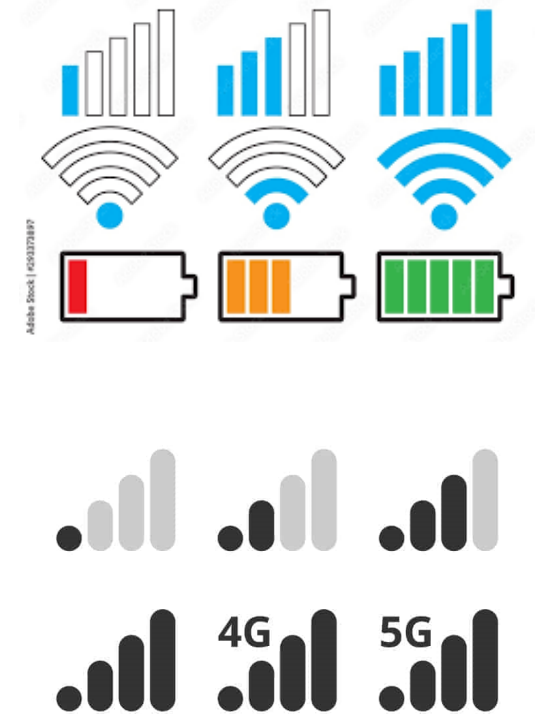
- Unidades do Sistema Internacional (SI):
 - A energia é expressa em **Joule [J]**
 - A potência é expressa em **Watt [W]**



James Joule (1818-1889)



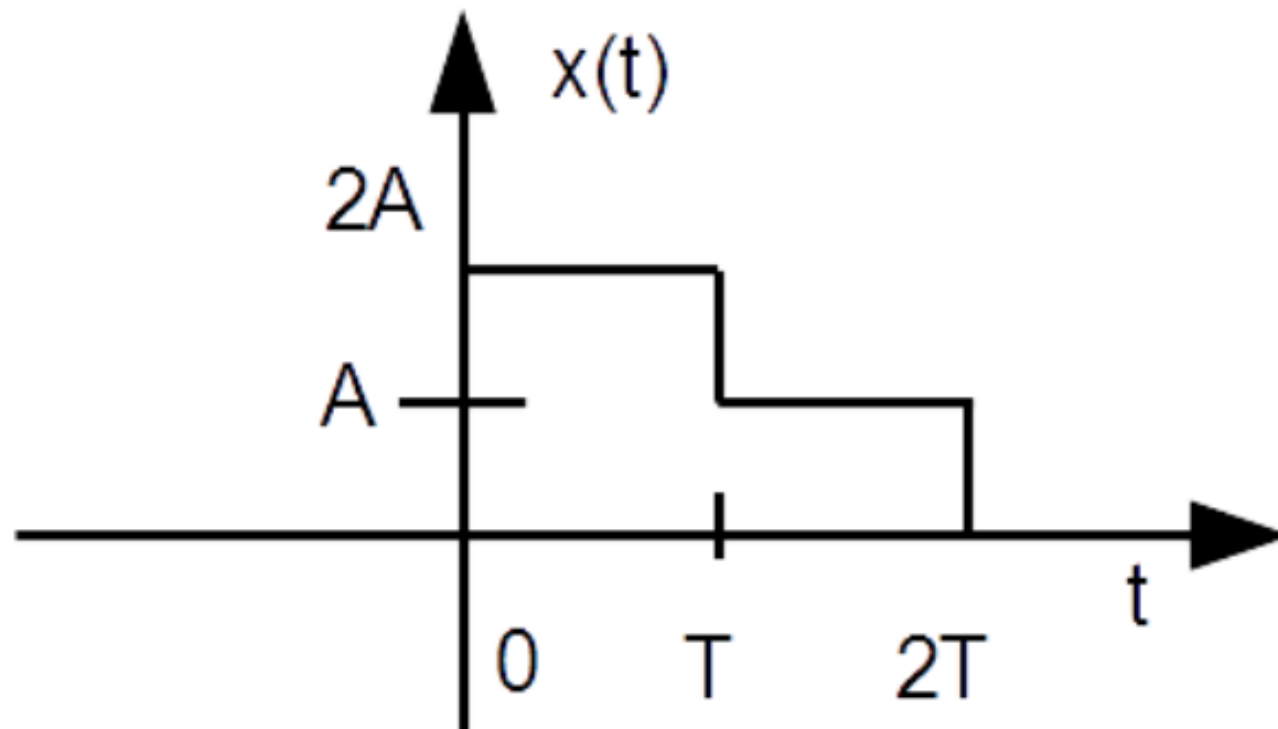
James Watt (1736-1819)



4. Sinais de energia (não periódicos)

Exercício

Considere
o sinal não
periódico
da figura



- a) Classifique o sinal quanto ao suporte
- b) Calcule a energia E_x , em função de A e T
- c) Com $A=2$ e $T=10$, qual o valor da energia?



4. Sinais de energia (não periódicos)

Solução

a) Sinal de suporte contínuo (eixo dos tempos é contínuo)

b) $E_x = 5 \cdot A^2 \cdot T \text{ J}$

c) Com $A=2$ e $T=10$, $E_x = 5 \cdot 2^2 \cdot 10 = 200 \text{ J}$



4. Sinais de Energia e de Potência

- A **potência** para sinais periódicos de período fundamental T_o é dada pela energia média num período (janela de duração T_o)
 - No domínio contínuo ou analógico (período T_o) temos

$$P_x = \frac{1}{T_o} \int_{-\frac{T_o}{2}}^{\frac{T_o}{2}} x^2(t) dt = \frac{1}{T_o} \int_{T_o} x^2(t) dt$$

- Para sinais discretos (período N amostras) temos

$$P_x = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x^2[n] = \frac{1}{N} \sum_N x^2[n]$$

- Um sinal periódico tem energia infinita e potência finita

$$0 \leq P < \infty$$



4. Sinais de Energia e de Potência

- Se o sinal tem **energia finita** e não nula diz-se **sinal de energia**
(*O pulso retangular e o pulso sinusoidal, por exemplo*)

$$0 \leq E < +\infty$$

- Os sinais de energia têm potência nula
- Se o sinal tem **potência finita** e não nula diz-se **sinal de potência**
(*A sinusóide e a onda quadrada, por exemplo*)

$$0 \leq P < +\infty$$

- Os sinais de potência têm energia infinita



4. Sinais de potência (periódicos)

- **Valor médio** ou componente DC-Direct Current ou DC-offset
- Para um sinal periódico de período T_o (ou N) corresponde ao valor médio da amplitude num período completo
 - No domínio contínuo ou analógico (período T_o segundos) temos

$$m_x = \frac{1}{T_o} \int_{-\frac{T_o}{2}}^{\frac{T_o}{2}} x(t) dt = \frac{1}{T_o} \int_{T_o} x(t) dt$$

- Para sinais discretos (período de N amostras) temos

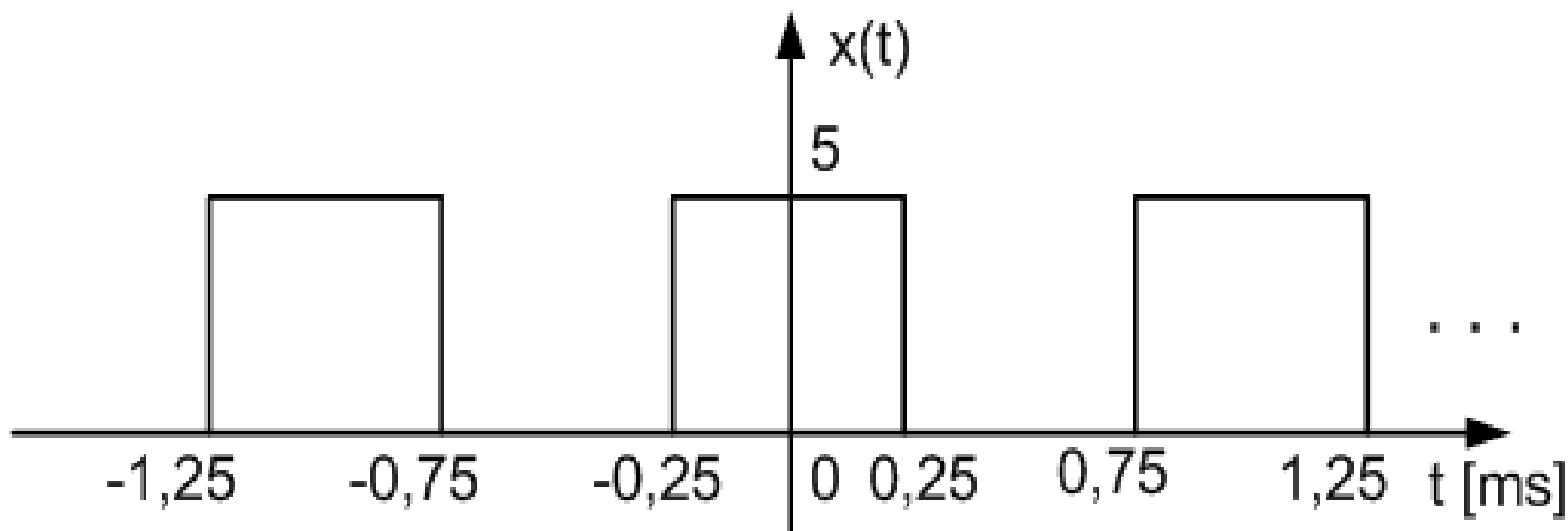
$$m_x = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] = \frac{1}{N} \sum_N x[n]$$



4. Sinais de potência (periódicos)

Exercício

Considere a onda quadrada $x(t)$ apresentada na figura



- a) Indique o período fundamental
- b) Indique a frequência fundamental
- c) Calcule a energia, potência e valor médio



4. Sinais de potência (periódicos)

Solução

- a) Período fundamental $T_o = 1 \text{ ms}$
- b) Frequência fundamental $f_o = 1 \text{ kHz}$
- c) Energia infinita (sinal periódico) $E_x = \infty$

Potência $P_x = 12,5 \text{ W}$

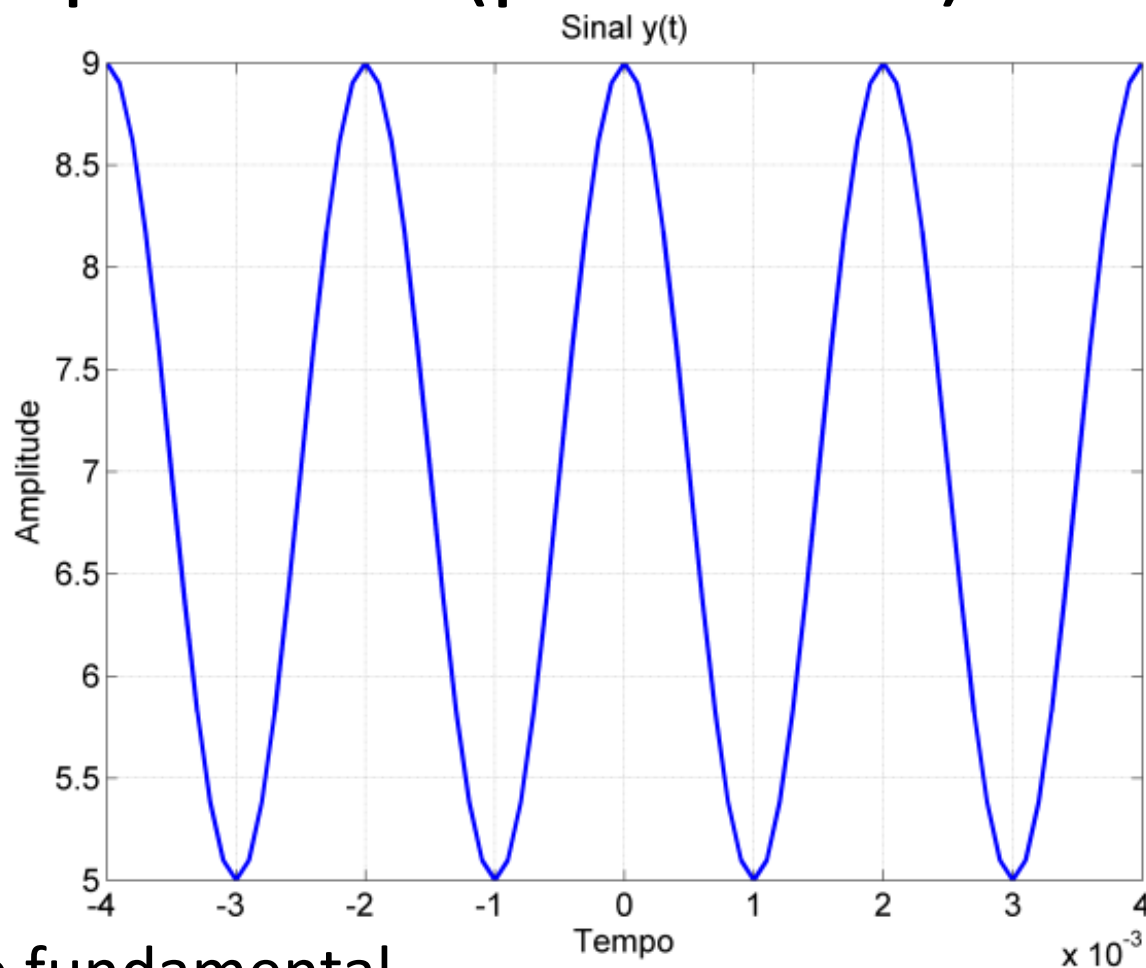
Valor médio $m_x = 2,5 \text{ V}$



4. Sinais de potência (periódicos)

Exercício

Considere
o sinal periódico
da figura



- Indique o período fundamental
- Indique a frequência fundamental
- Calcule a energia, potência e valor médio



4. Sinais de potência (periódicos)

Solução

a) Período fundamental $T_o = 2 \text{ ms}$

b) Frequência fundamental $f_o = 0,5 \text{ kHz} = 500 \text{ Hz}$

c) Tem-se $y(t) = 7 + 2\cos(2\pi 500 t)$

Energia infinita (sinal periódico) $E_x = \infty$

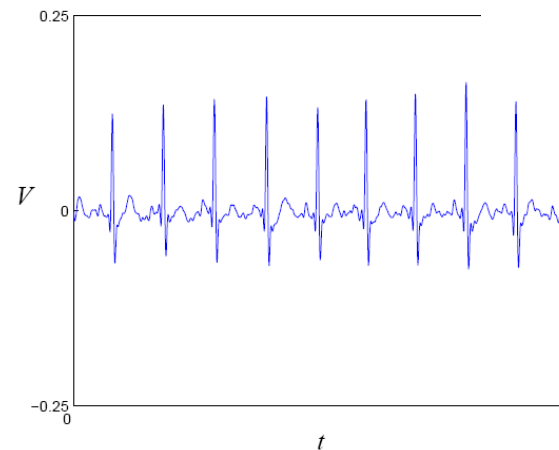
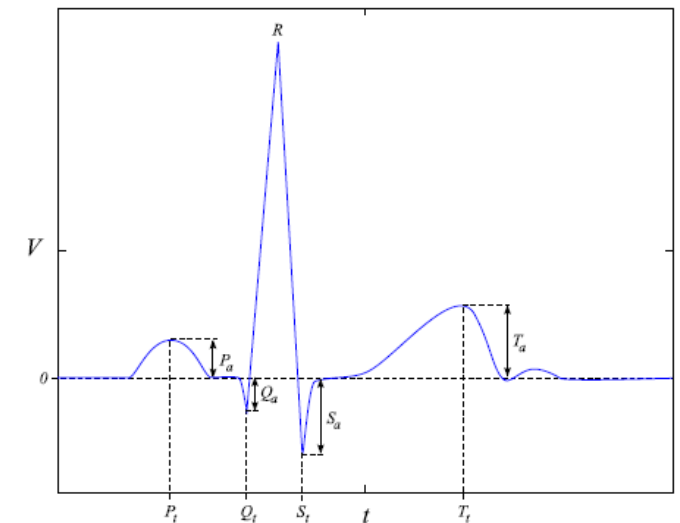
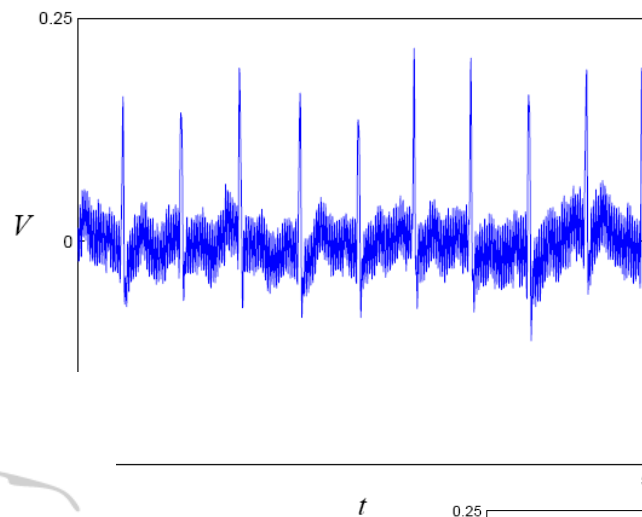
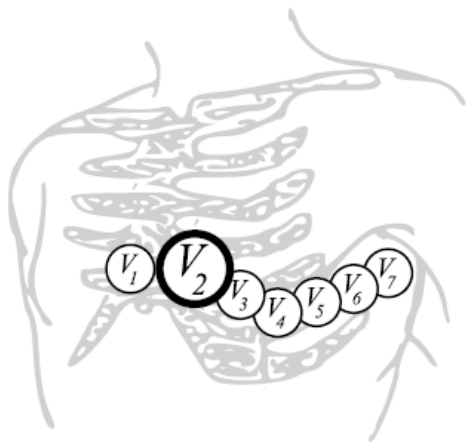
Potência $P_x = 51 \text{ W}$

Valor médio $m_x = 7 \text{ V}$



5. Aplicações

- Sinais biométricos



5. Aplicações

- Sismógrafo

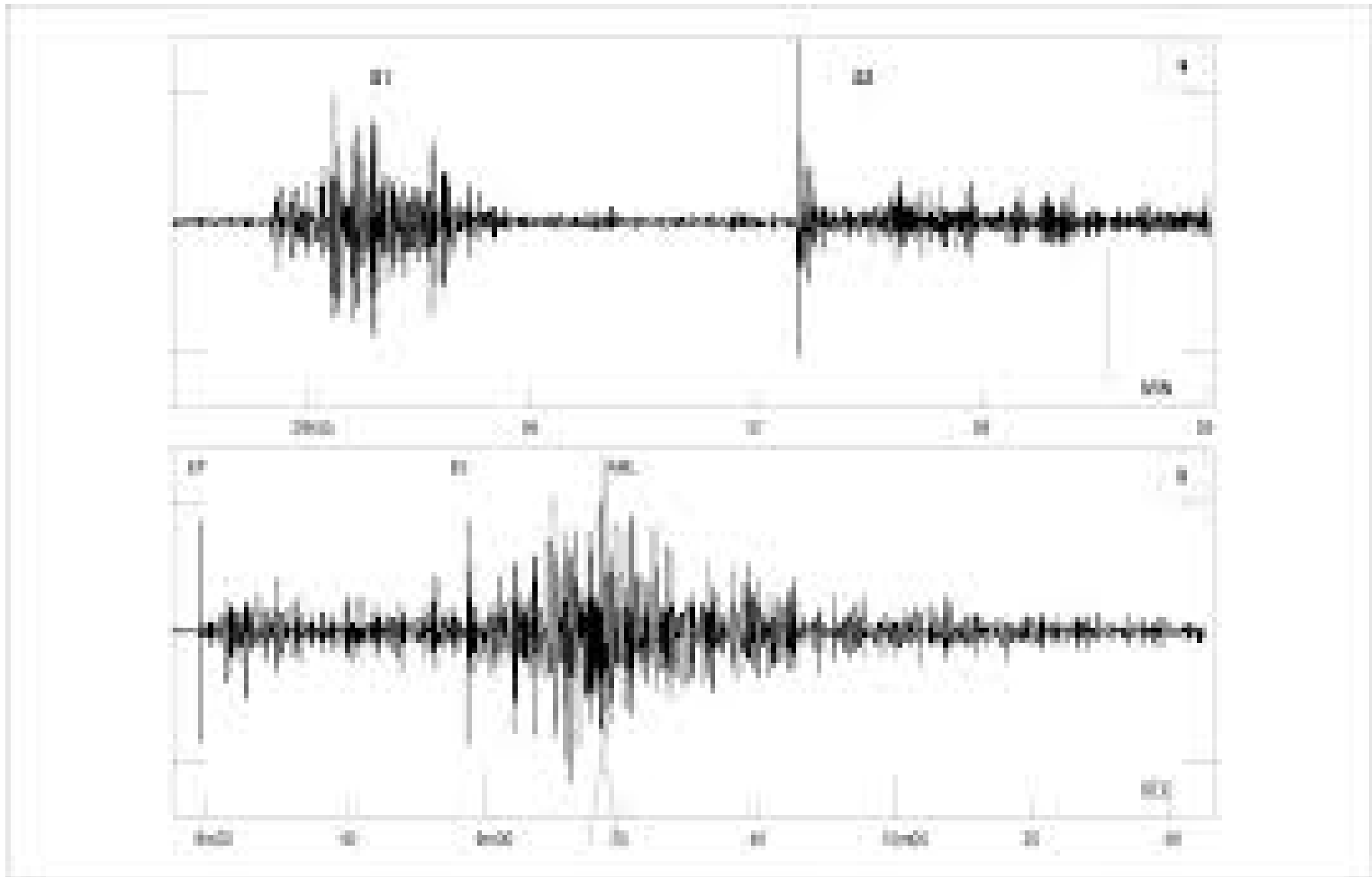
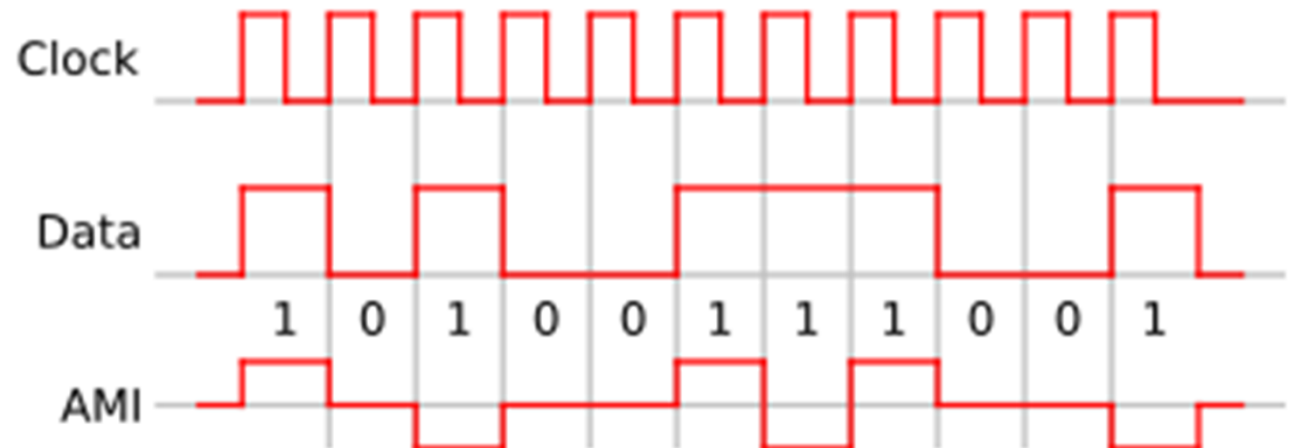
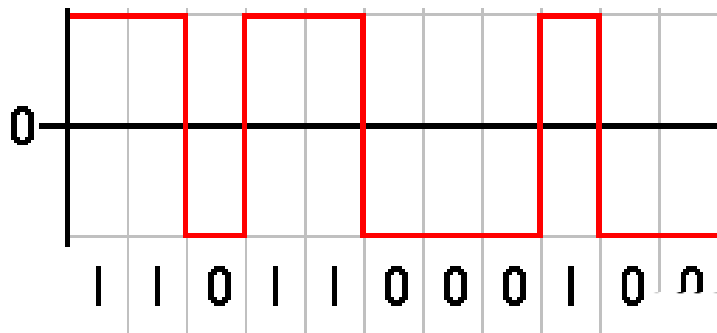


Figure 7: (a) Signal recorded at the Bluewin station during the passage of a meteor on 21 November 2005. (b) Signal of a magnitude 3.2 earthquake originating in Mozambique recorded on 04 March 2009 at 11:08 (CET).



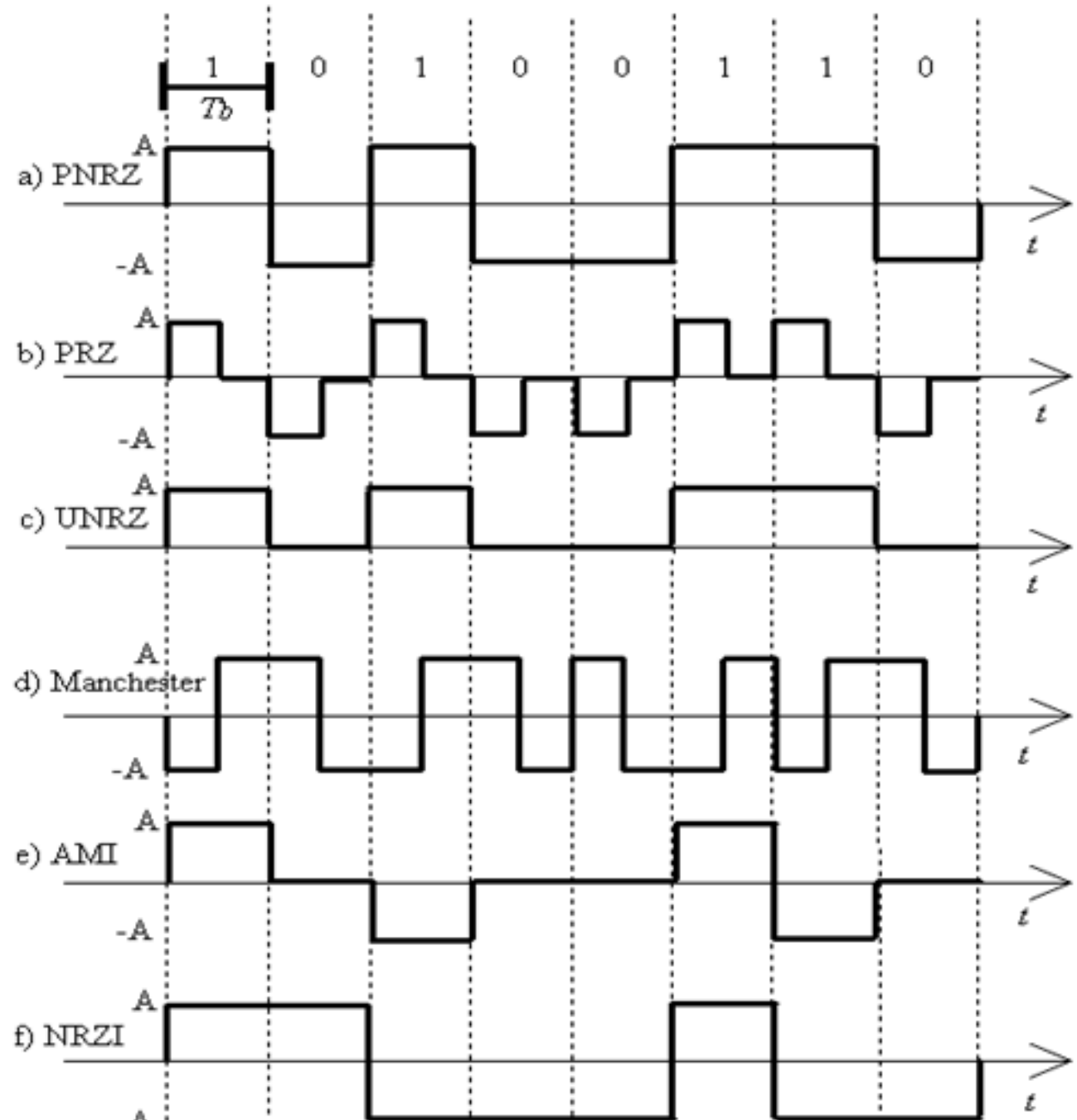
5. Aplicações

- Transmissão em banda base
- Códigos de linha, usam “ondas quadradas”



5. Aplicações

- “Ondas Quadradas”
- Sequência de pulsos retangulares



5. Aplicações

- Transmissão em banda canal
- Modulações digitais, usam pulsos sinusoidais

