

16

# Transmissão passa-banda (banda canal) Modulações Digitais, Ruído e Capacidade de Canal

Comunicação Digital  
(25 de maio de 2023)



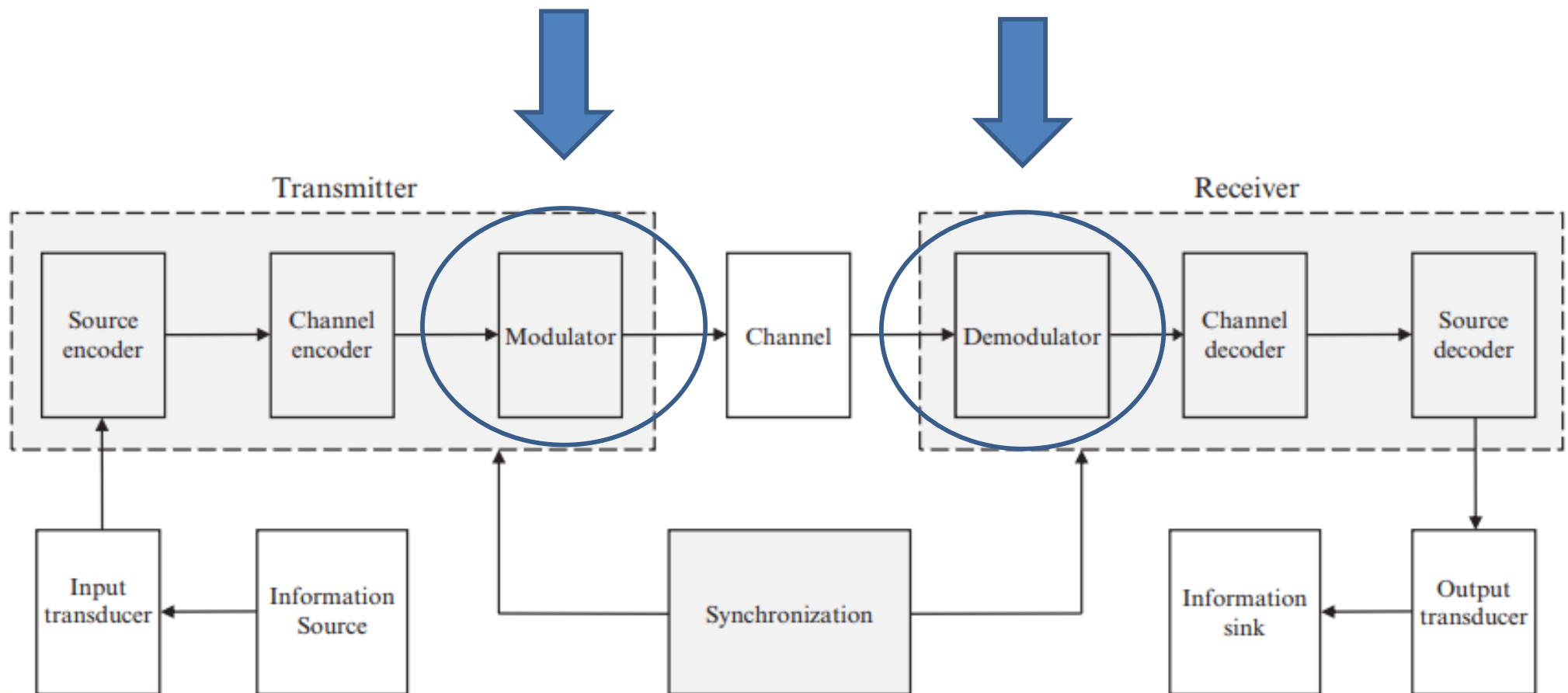
# Sumário

1. Transmissão passa-banda (banda canal)
2. Modulações digitais
3. Recetores
4. Exercícios
5. Transmissão não ideal
6. Curvas de BER
7. Capacidade de canal – Lei de Hartley  
Shannon
8. Exercícios



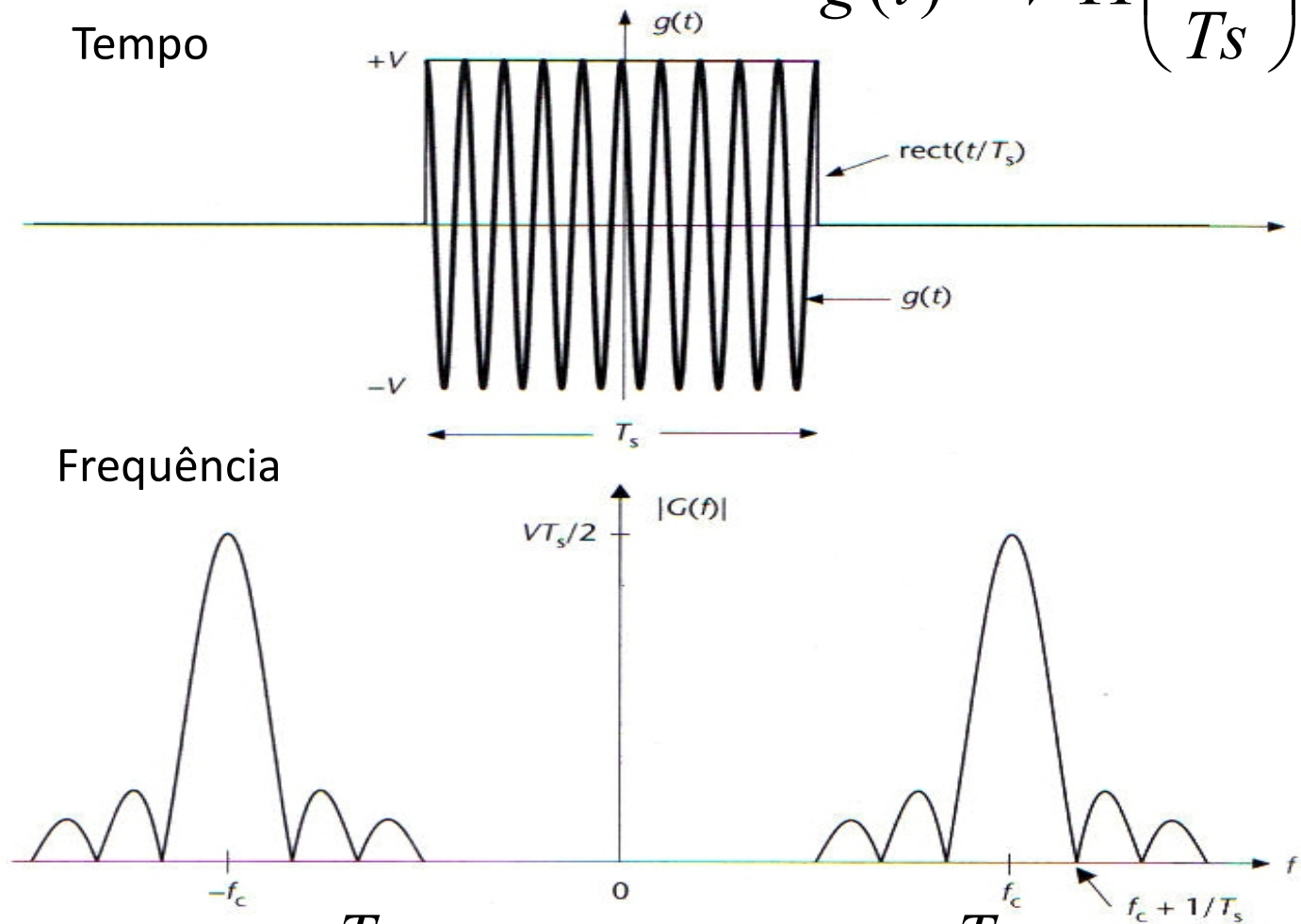
# Sistemas de Comunicação

- Diagrama de blocos genérico



# 1. Transmissão em banda canal

$$g(t) = V \Pi\left(\frac{t}{T_s}\right) \cos(2\pi f_c t)$$



**Pulso Sinusoidal**

**Espectro do tipo  
passa-banda**

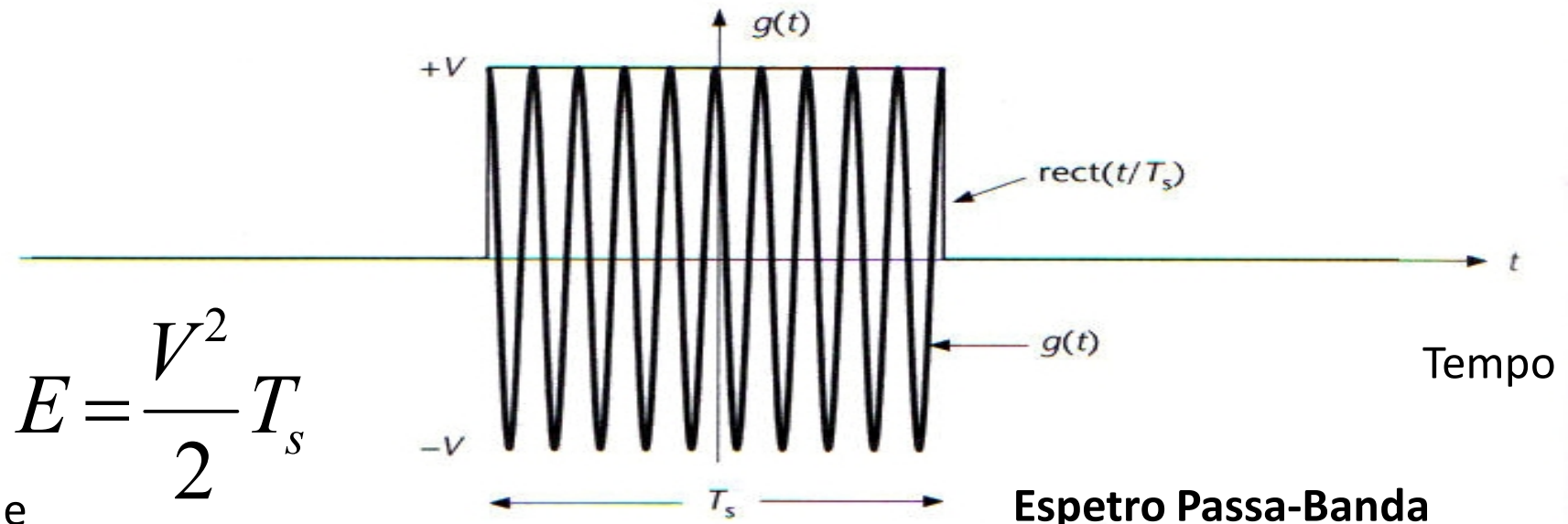
**A frequência  
central é dada pela  
sinusóide**

**A largura de banda  
é dada pelo ritmo  
de transmissão**

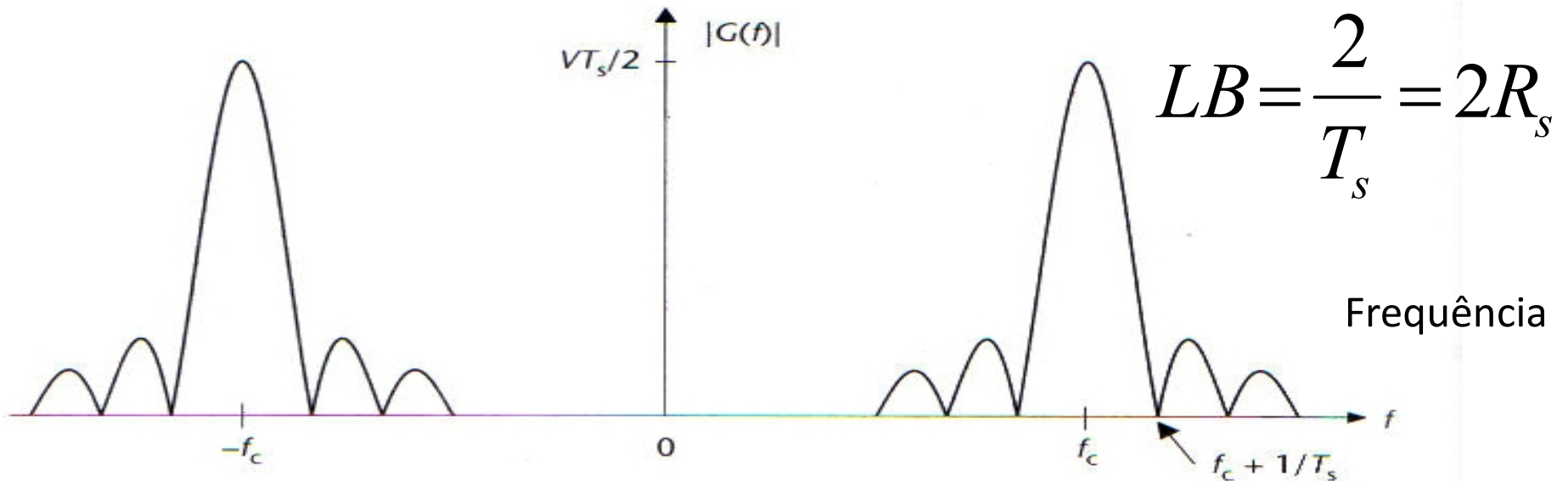
$$G(f) = V \frac{T_s}{2} \text{sinc}((f - f_c)T_s) + V \frac{T_s}{2} \text{sinc}((f + f_c)T_s)$$



# 1. Transmissão em banda canal



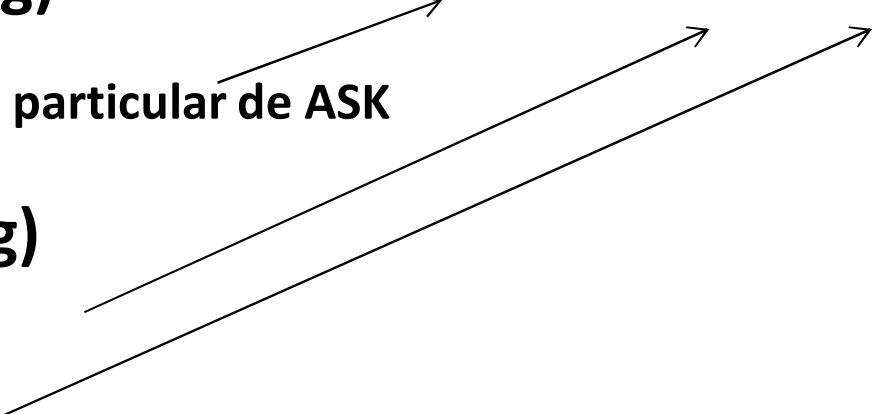
Energia de  
Símbolo



## 2. Modulações Digitais

- Variando de forma individual os três parâmetros duma sinusóide (amplitude, frequência e fase) temos:

- **ASK (Amplitude Shift Keying)**
  - OOK (On-Off Keying) é um caso particular de ASK
- **FSK (Frequency Shift Keying)**
- **PSK (Phase Shift Keying)**

$$v(t) = A \cos(2\pi f_0 t + \phi)$$


- Ao pulsar a sinusóide durante um determinado tempo  $T_s$ , produzimos um pulso sinusoidal
- Temos um espectro do tipo **passa-banda** (banda canal)



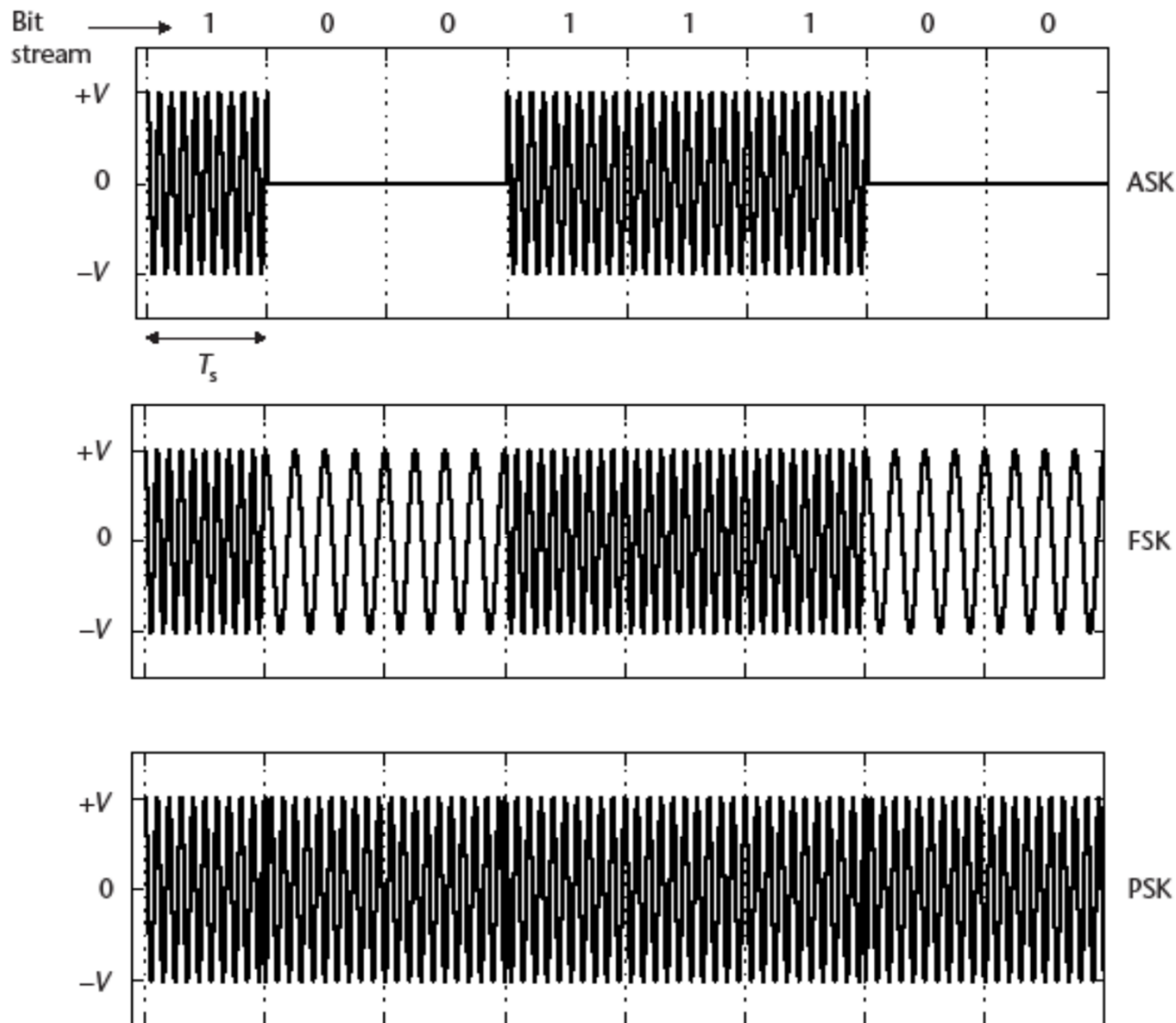
## 2. Modulações Digitais

- Modulações a considerar
  - ASK (e OOK) binária e M-ária
  - PSK binária e M-ária
    - (QPSK – Quaternary PSK,  $M=4$ )
    - M-PSK,  $M = 8, 16, \dots$
  - FSK binária e M-ária
  - QAM – Quadrature Amplitude Modulation
    - Também designado de APK – Amplitude Phase Keying



## 2. Modulações binárias (M=2 níveis)

Figure 7.1



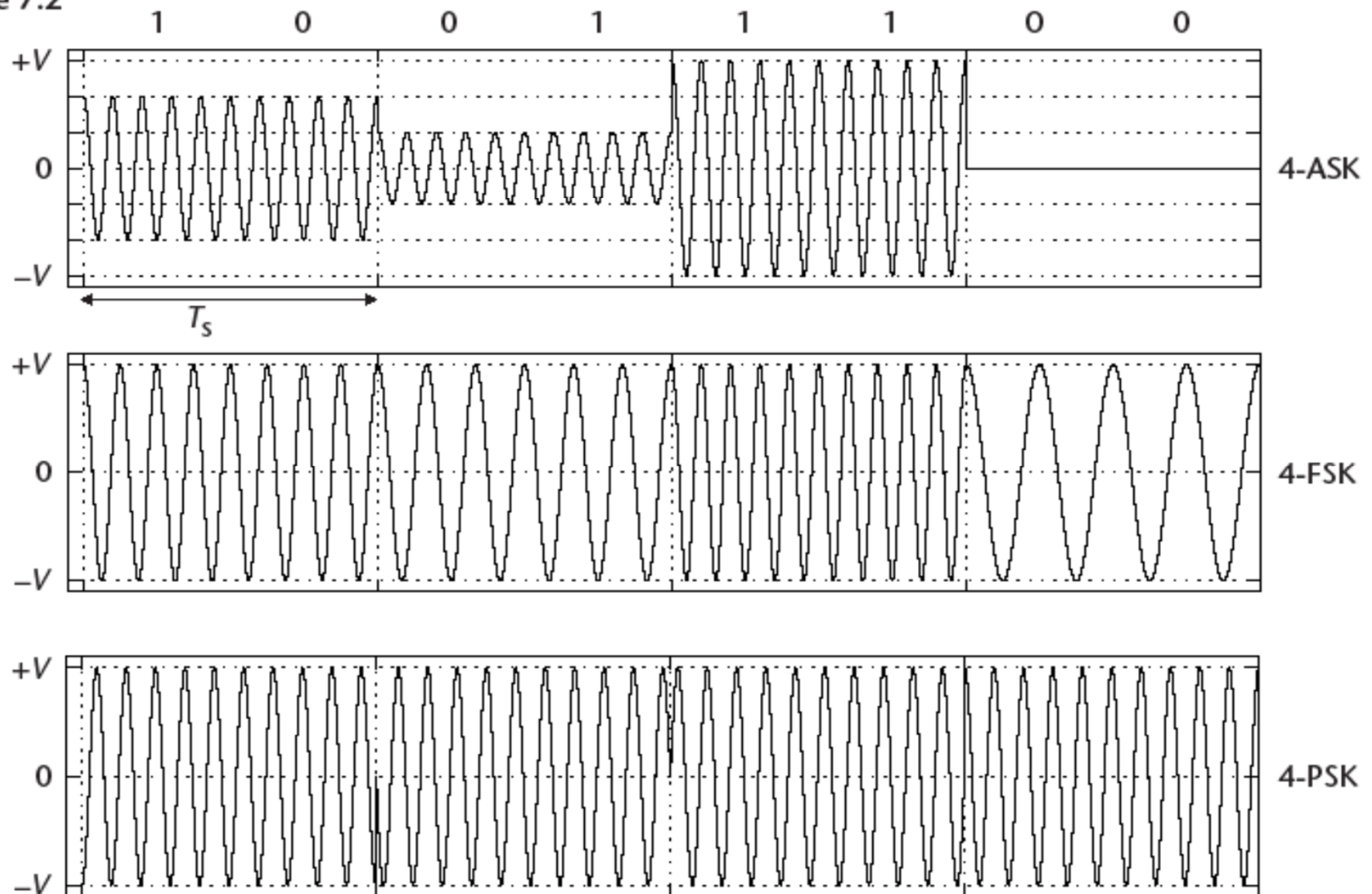
OOK

Caso particular de ASK



## 2. Modulações M-árias (M=4)

Figure 7.2



## 2. Modulações M-árias

- Aumentam o ritmo de transmissão, face às modulações binárias, para a mesma LB (com exceção do M-FSK)
- Usam  $M > 2$  níveis e transmitem

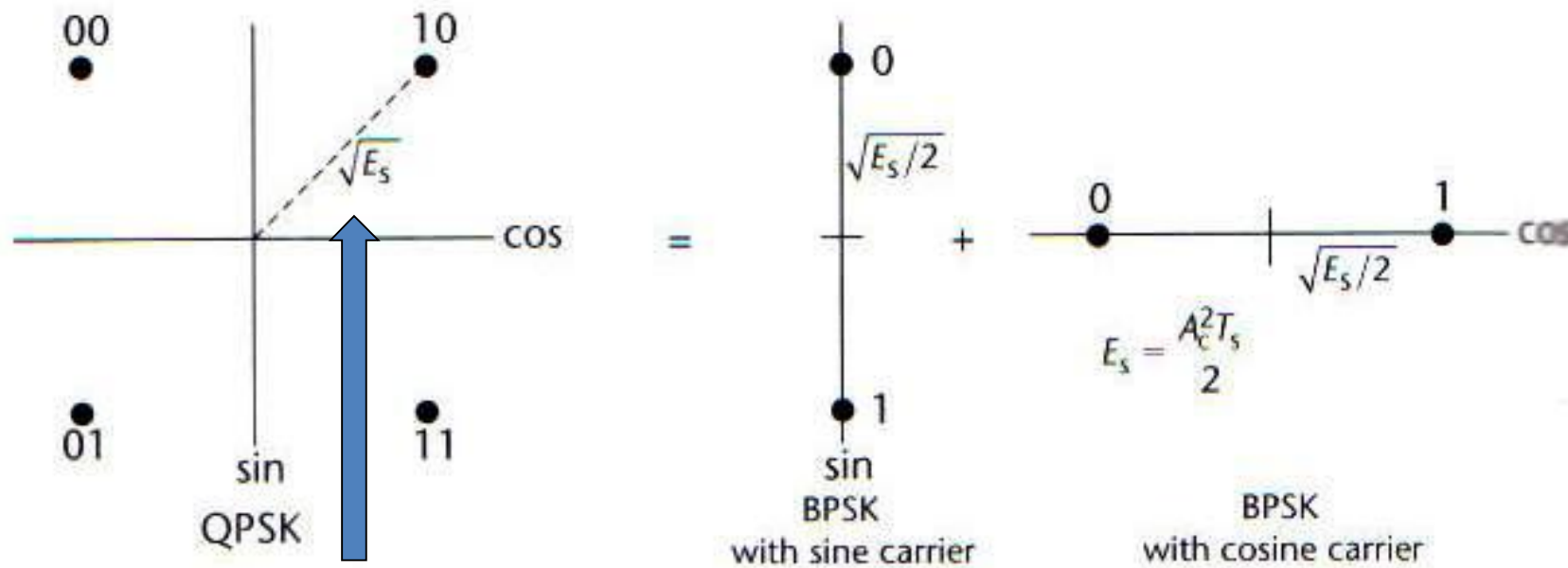
$$k = \log_2(M) \quad \textit{bit / símbolo}$$

- O ritmo binário é
$$R_b = R_s \log_2(M) \quad \textit{bit / segundo}$$

$R_s$  é o número de símbolos enviados por segundo



## 2. QPSK - Quaternary PSK (M=4)



A norma do vetor corresponde à raiz quadrada da energia do sinal utilizado na codificação.

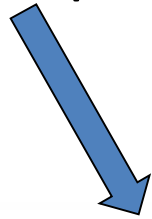
$$\begin{aligned}
 g_{00}(t) &= -\frac{A_c}{\sqrt{2}} \cos(2\pi f_c t) - \frac{A_c}{\sqrt{2}} \sin(2\pi f_c t) \\
 &= A_c \cos(2\pi f_c t + 135^\circ) \\
 g_{01}(t) &= -\frac{A_c}{\sqrt{2}} \cos(2\pi f_c t) + \frac{A_c}{\sqrt{2}} \sin(2\pi f_c t) = A_c \cos(2\pi f_c t + 225^\circ) \\
 g_{10}(t) &= \frac{A_c}{\sqrt{2}} \cos(2\pi f_c t) - \frac{A_c}{\sqrt{2}} \sin(2\pi f_c t) = A_c \cos(2\pi f_c t + 45^\circ) \\
 g_{11}(t) &= \frac{A_c}{\sqrt{2}} \cos(2\pi f_c t) + \frac{A_c}{\sqrt{2}} \sin(2\pi f_c t) = A_c \cos(2\pi f_c t + 315^\circ)
 \end{aligned}$$

Fase expressa em graus!



## 2. M-PSK e QAM

M-PSK - **Fase** depende da sequência binária



$$g_i(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \alpha i + \phi), \quad i = 0, 1, 2, \dots, M-1$$
$$\alpha = 2\pi/M; \quad f_c = n/2T_s, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

QAM - **Amplitude** e **fase** dependem da sequência binária



$$g_i(t) = A_i \cos(2\pi f_c t + \phi_i)$$



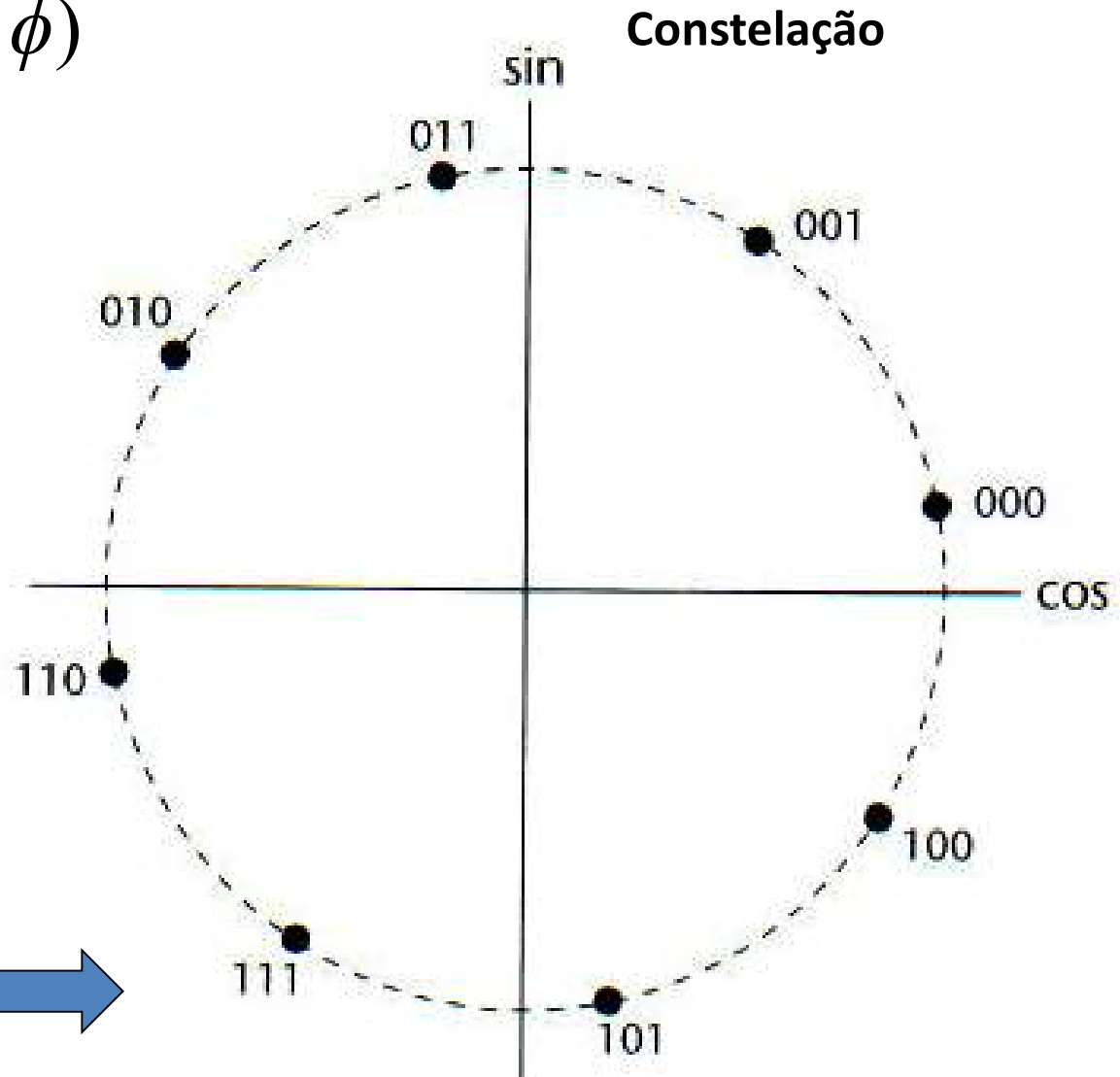
## 2. Exemplo de M-PSK: constelação 8-PSK

$$v(t) = A \cos(2\pi f_0 t + \phi)$$

- Apenas muda a fase entre sinais; a amplitude e a frequência são constantes
- Todos os sinais têm a mesma energia

Codificação de Gray

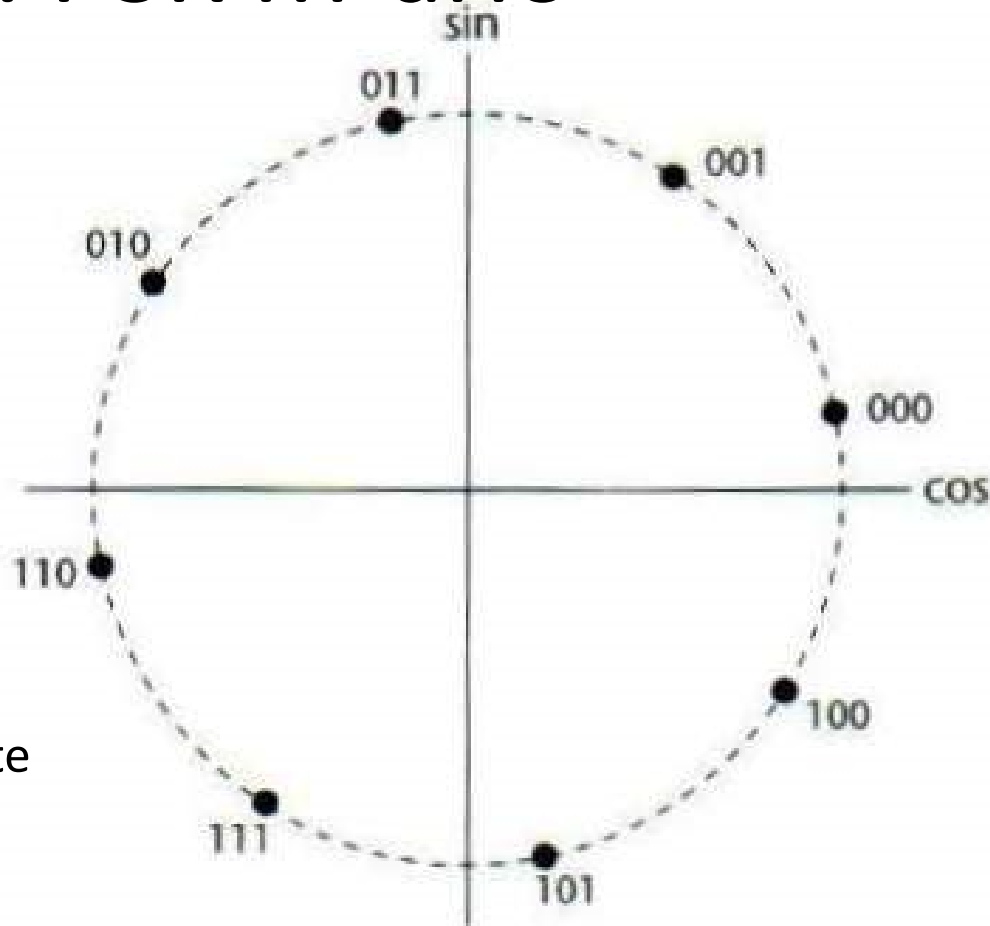
Entre símbolos consecutivos, muda apenas um bit.



## 2. PSK M-ário

- Constelação 8-PSK

Todos os sinais têm a mesma energia



Amplitude constante

- Genericamente

$$g_i(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \alpha i + \phi), \quad i = 0, 1, 2, \dots, M-1$$
$$\alpha = 2\pi/M; \quad f_c = n/2T_s, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

A fase (em radianos) depende da sequência binária



## 2. Código de Gray

- Consiste num código binário refletido
- Muda apenas um bit entre configurações consecutivas
- Proposto por Frank Gray (1887-1969)

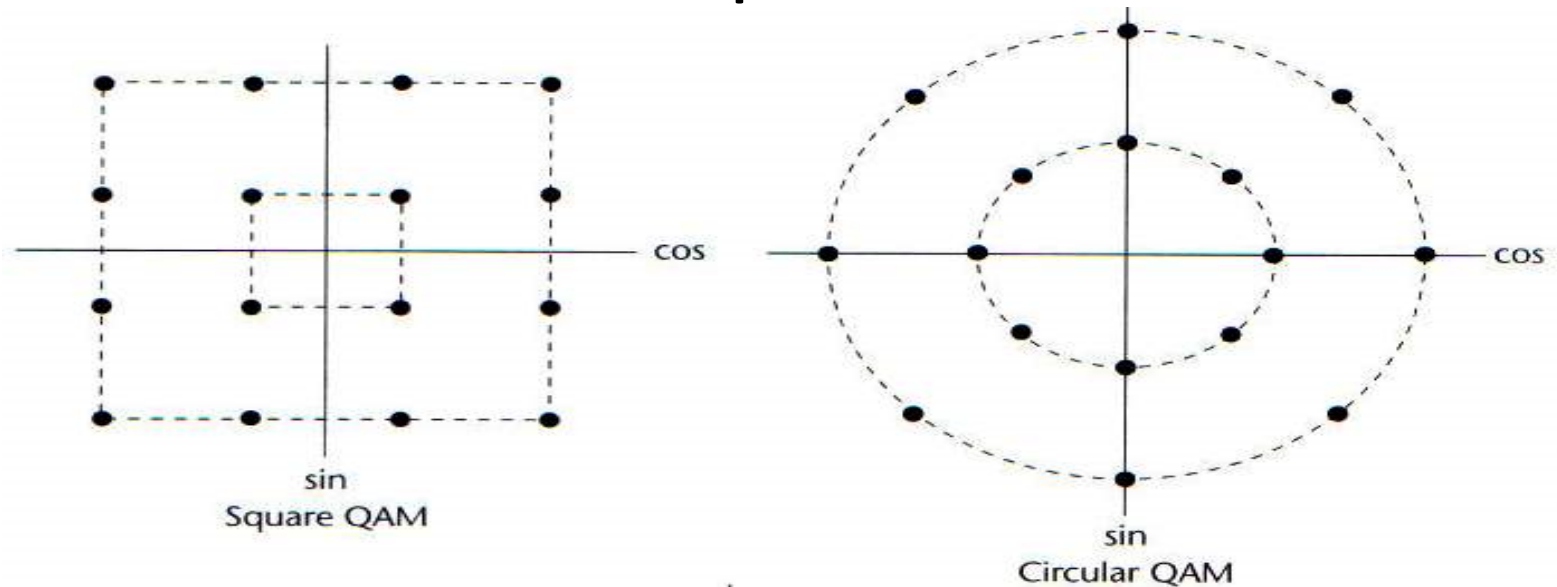
[https://en.wikipedia.org/wiki/Gray\\_code](https://en.wikipedia.org/wiki/Gray_code)

### Gray code by bit width

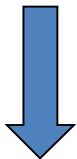
2-bit	4-bit
00	0000
01	0001
11	0011
10	0010
	0110
	0111
3-bit	0101
000	0100
001	1100
011	1101
010	1111
110	1110
111	1010
101	1011
100	1001
	1000



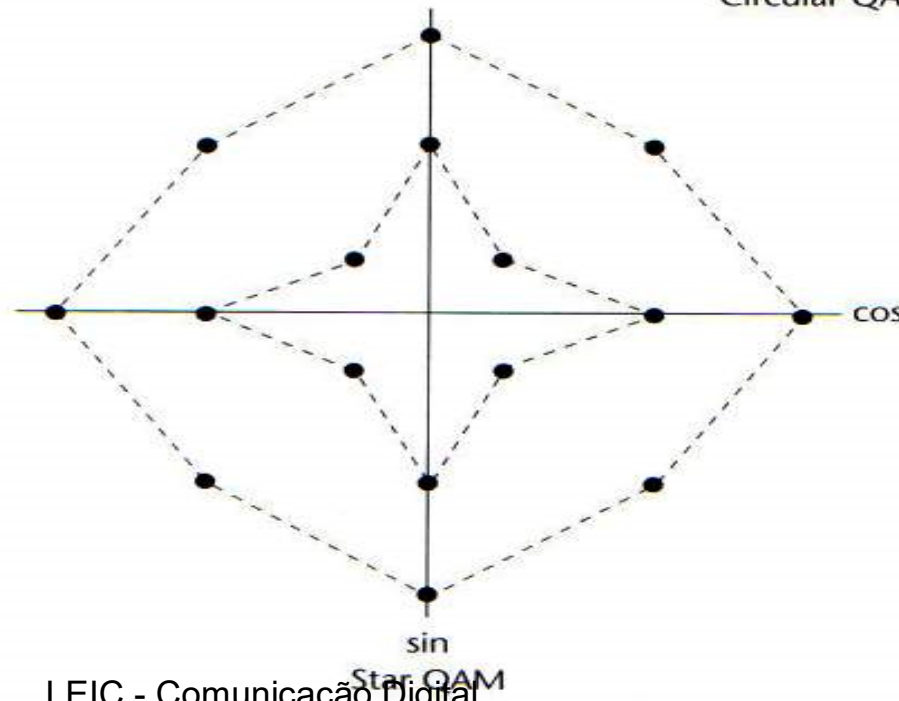
## 2. QAM - Quadrature Amplitude Modulation



Amplitude e fase  
dependem da  
sequência binária



$$g_i(t) = A_i \cos(2\pi f_c t + \phi_i)$$

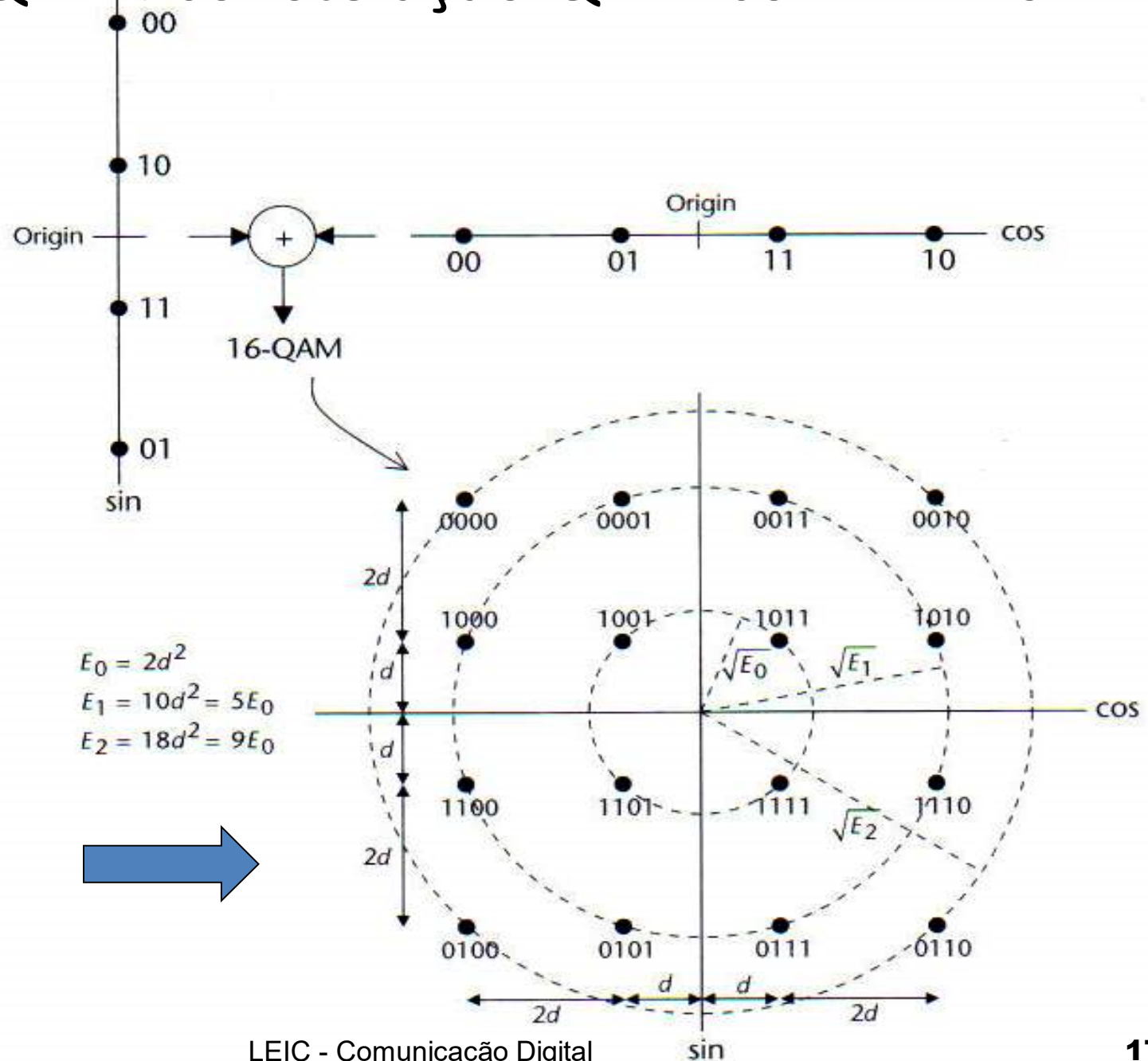


Diferentes  
constelações





## 2. 16-QAM: constelação QAM com M=16

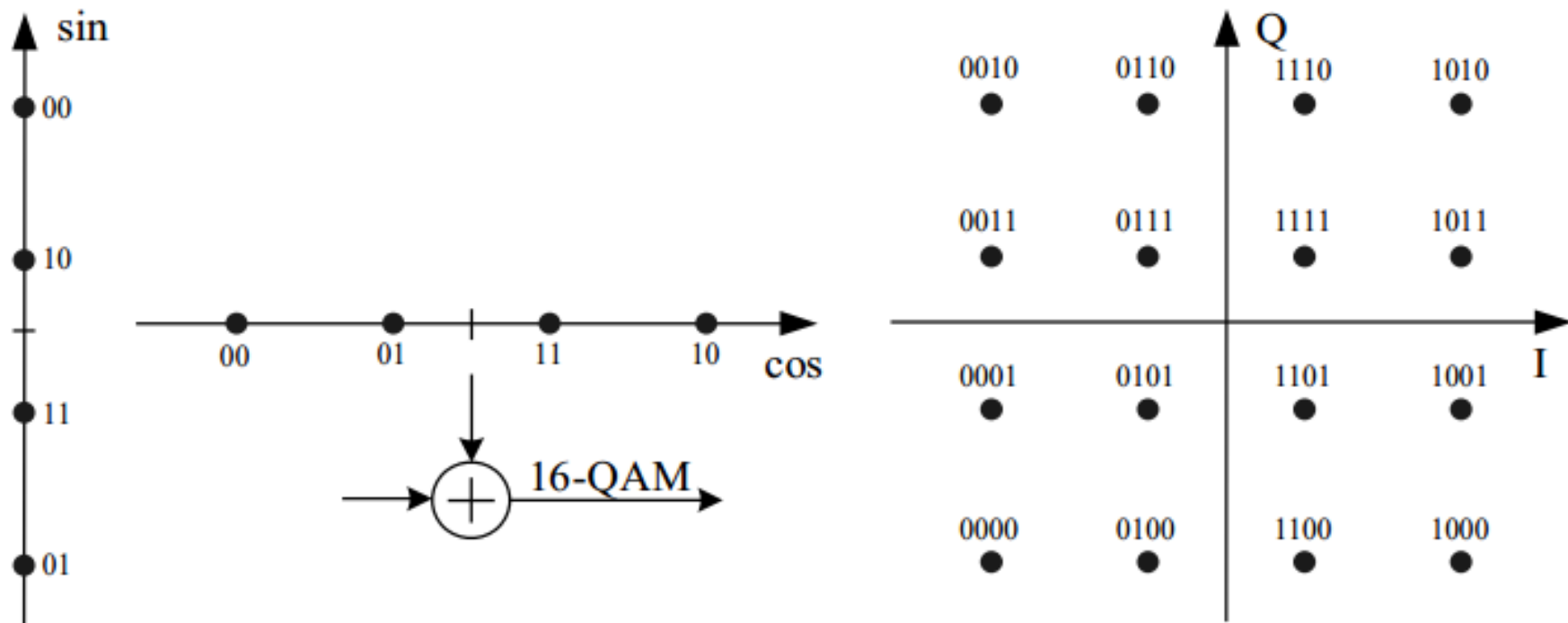


Os sinais utilizados  
têm diferentes  
energias

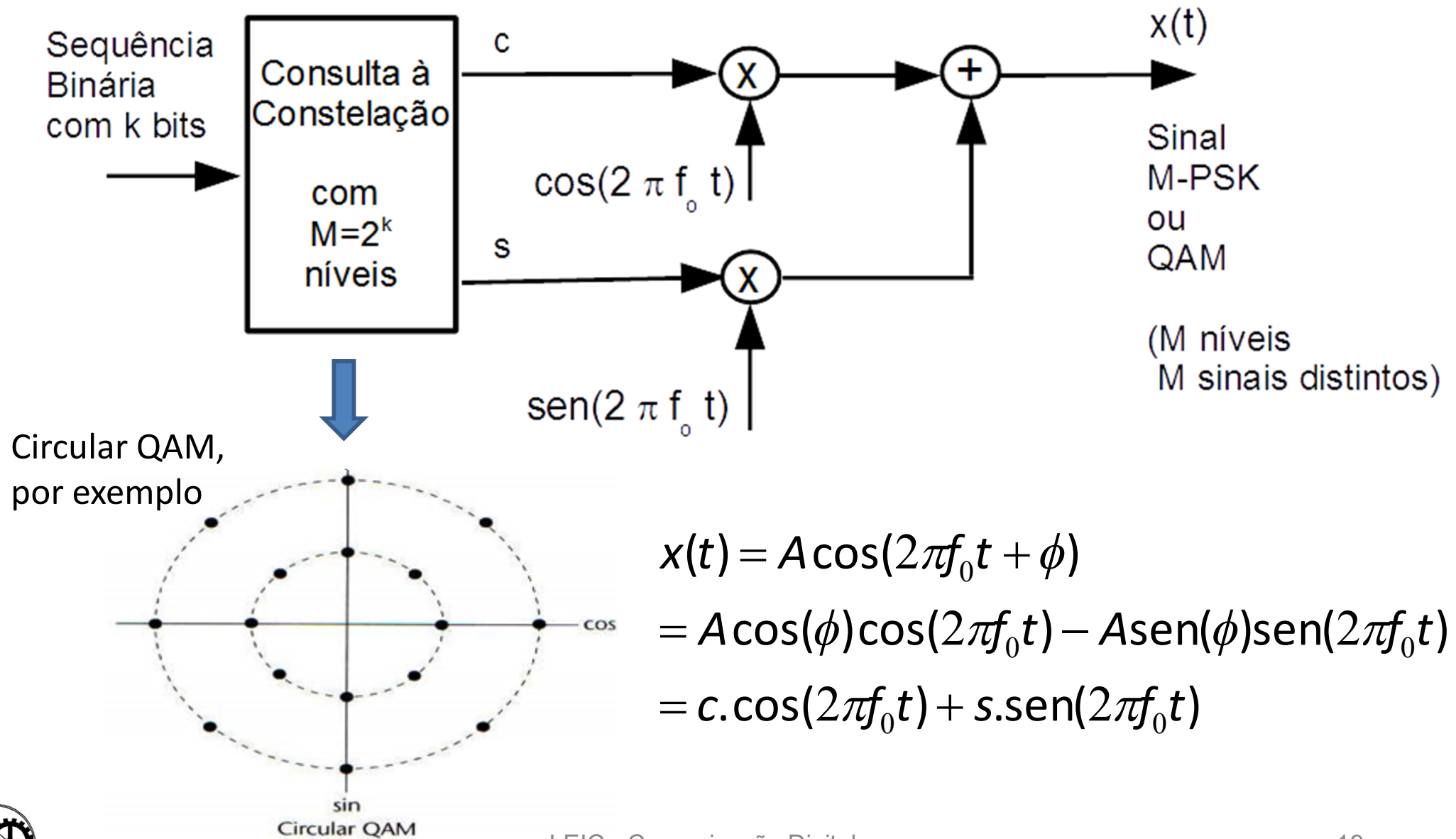


## 2. 16-QAM: constelação QAM com M=16

Outro exemplo de constelação 16-QAM



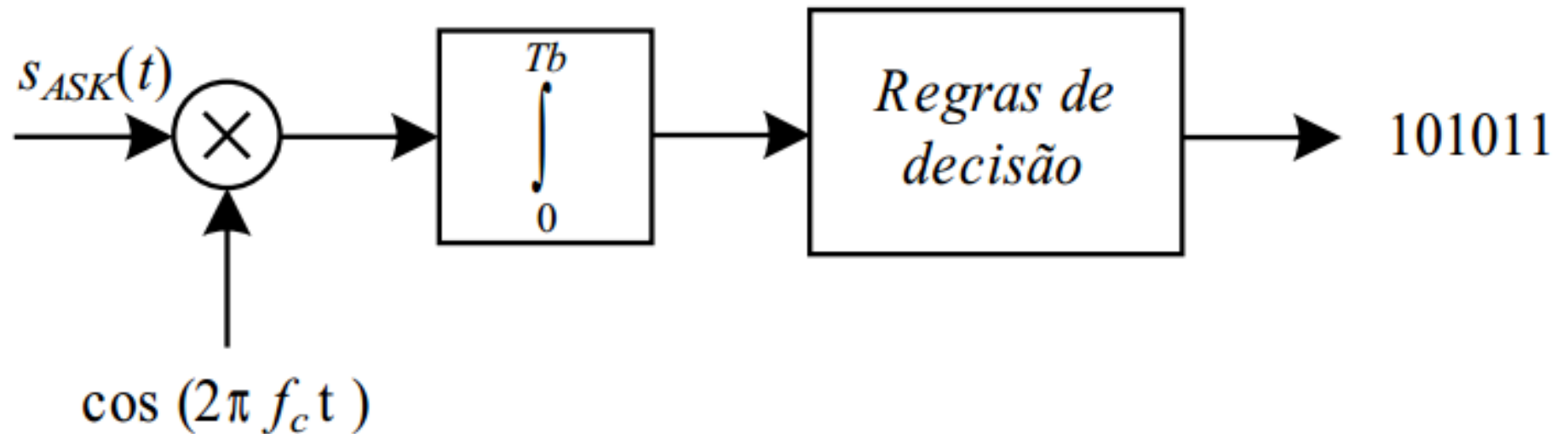
## 2. Emissor genérico de M-PSK e QAM



### 3. ASK/OOK/PSK - Recetor

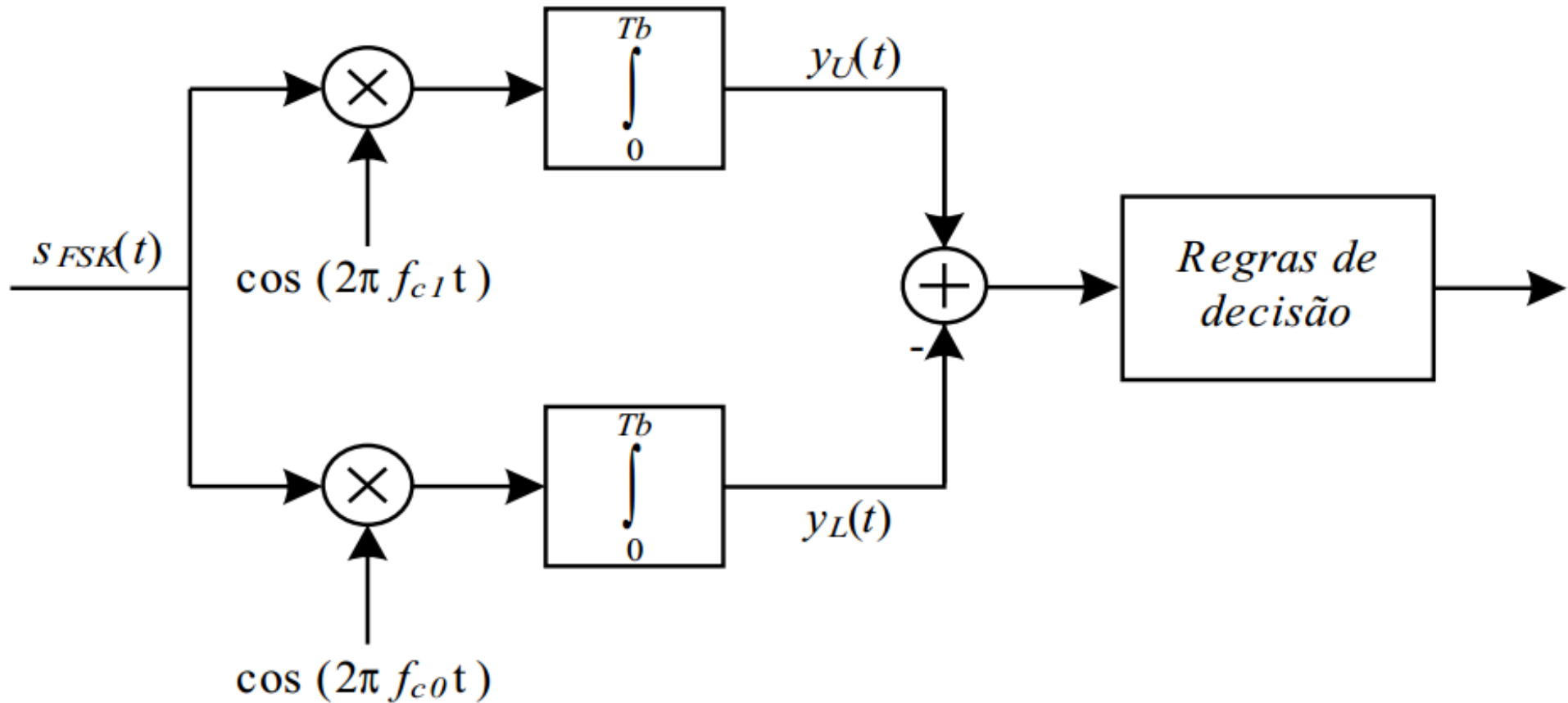
Diagrama de blocos do recetor para ASK/OOK/PSK

A diferença na utilização para cada modulação está nas regras de decisão binária escolhidas



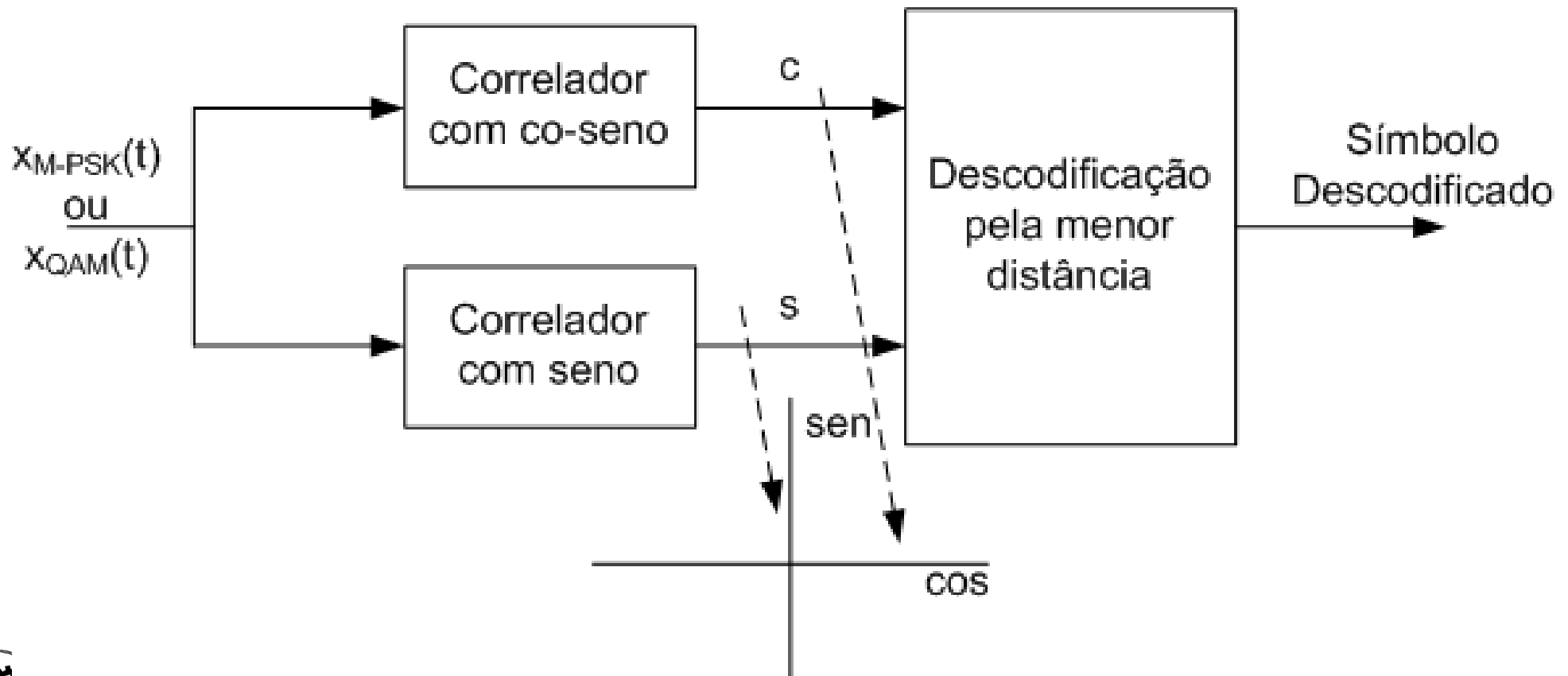
### 3. FSK - Recetor

Diagrama de blocos do recetor para FSK



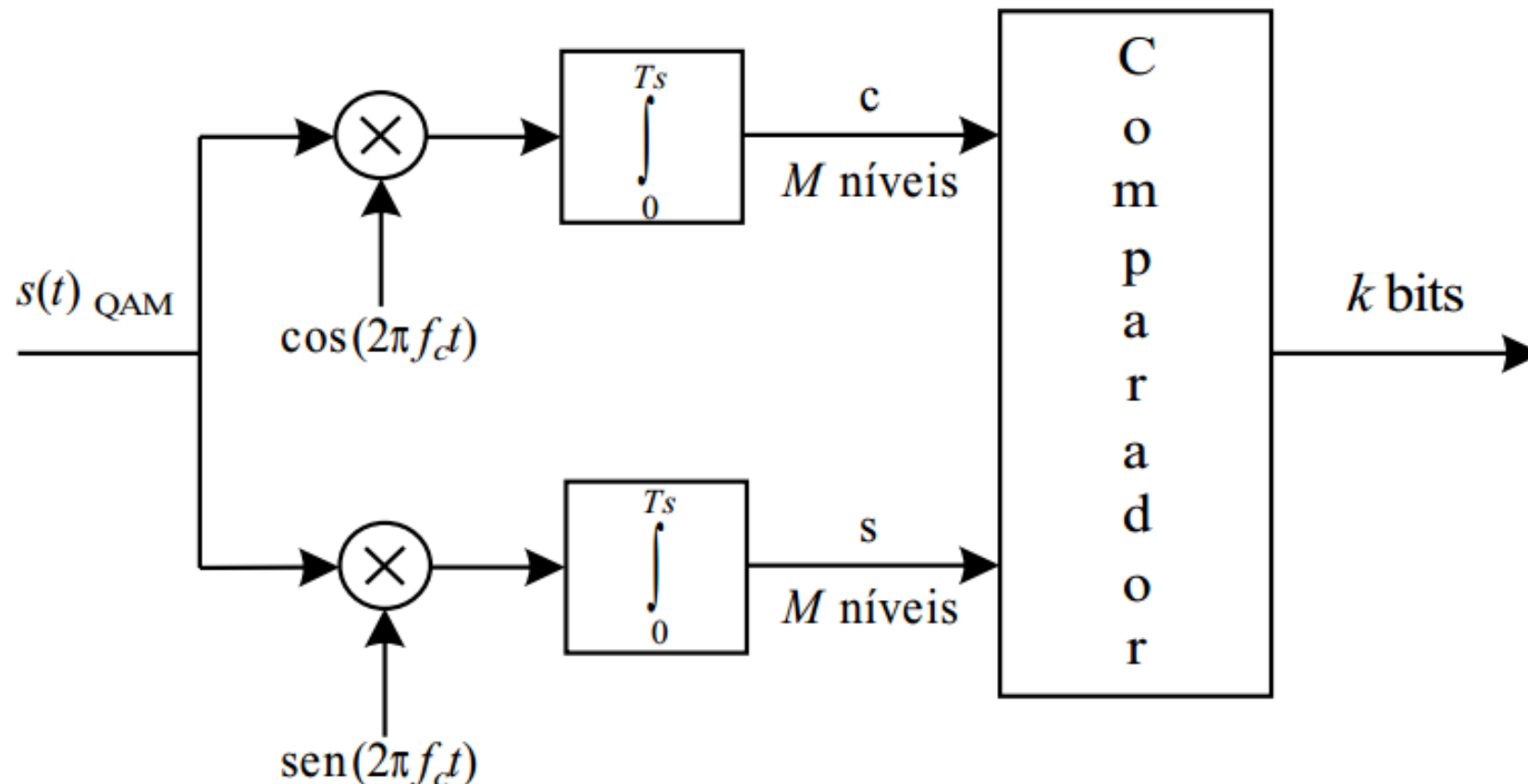
### 3. M-PSK e QAM - Recetor genérico

- Recetor genérico para M-PSK ou QAM
- Para qualquer valor de M, **basta usar dois correladores**
- Os valores 'c' e 's' são as contribuições em co-seno e seno



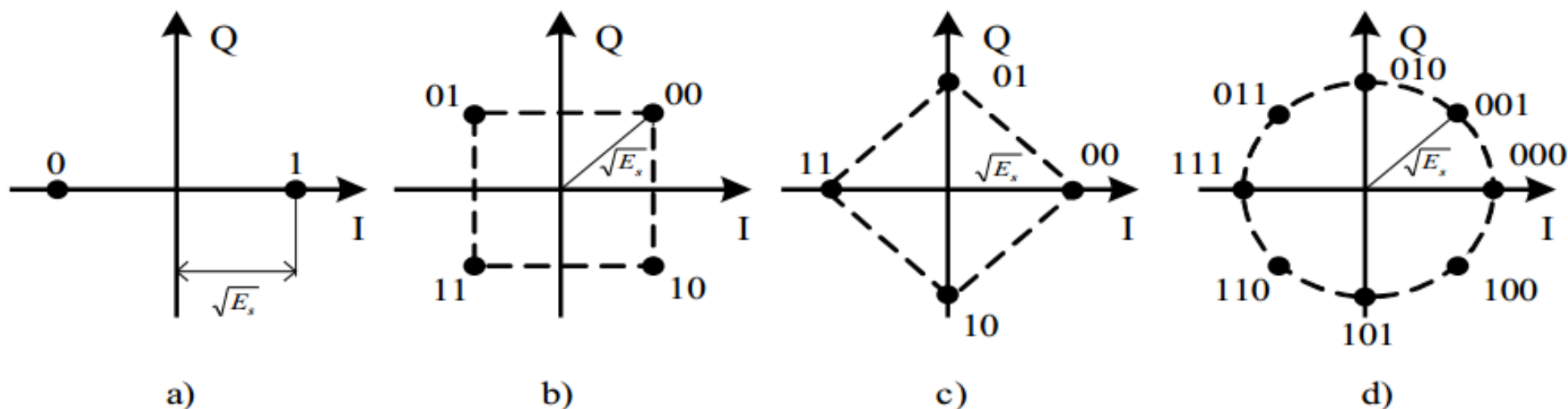
### 3. M-PSK e QAM - Recetor genérico

- Recetor genérico para M-PSK ou QAM - detalhe
- Para qualquer valor de M, **basta usar dois correladores**
- Os valores 'c' e 's' são as contribuições em co-seno e seno



# 4. Exercícios

Considere as seguintes constelações. Para cada constelação, identifique a respectiva modulação digital.





# 4. Exercícios

## Solução

- a) Modulação B-PSK
- b) Modulação Q-PSK (ou 4-PSK)
- c) Modulação Q-PSK (ou 4-PSK)
- d) Modulação 8-PSK



## 4. Exercícios

Determinado ficheiro demora 5 seg a ser transmitido por um SCD baseado em 64-QAM. Caso o SCD seja modificado para 16-PSK com o mesmo tempo de símbolo, quanto tempo demora a transmissão do mesmo ficheiro?

---

Considere um cenário de comunicação no qual se utiliza a modulação binária PSK, com BER muito aceitável, ao ritmo de 1Mbit/s. Suponha que se pretende obter ritmo de transmissão igual ou superior a 4Mbit/s, com algum prejuízo no BER. Indique, justificando, uma possível solução para garantir este aumento usando uma modulação M-ária. Exemplifique a solução.



# 4. Exercícios

## Solução

$$Tb_{16PSK} = 1,5 * Tb_{64QAM}$$

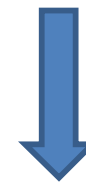
Em 16 PSK o mesmo ficheiro demora 7,5 s a ser transmitido.

---

## Solução

Ao aumentar o débito binário 4 vezes implica que o tempo binário diminua 4 vezes.

**Passar de B-PSK para 16-PSK, 32-PSK, 64-PSK, ....  
cumpre o objetivo**

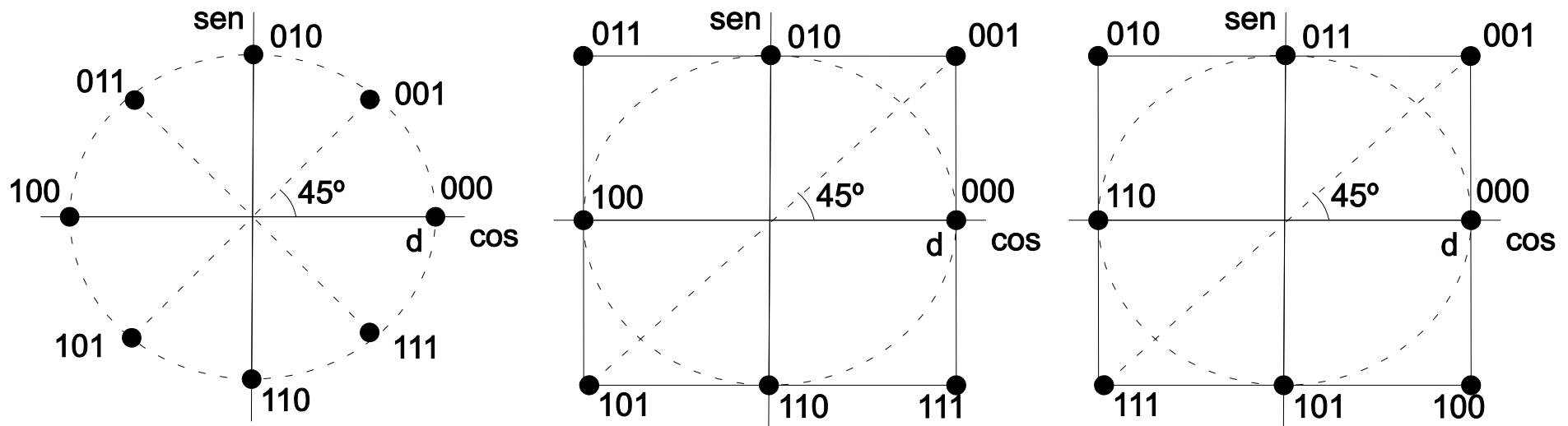


**Passar de B-PSK para 16-QAM, 32-QAM, 64-QAM, ...  
também cumpre o objetivo**



# 4. Exercícios

As constelações da figura, nas quais constam também as codificações binárias associadas a cada símbolo, referem-se a diferentes modulações.

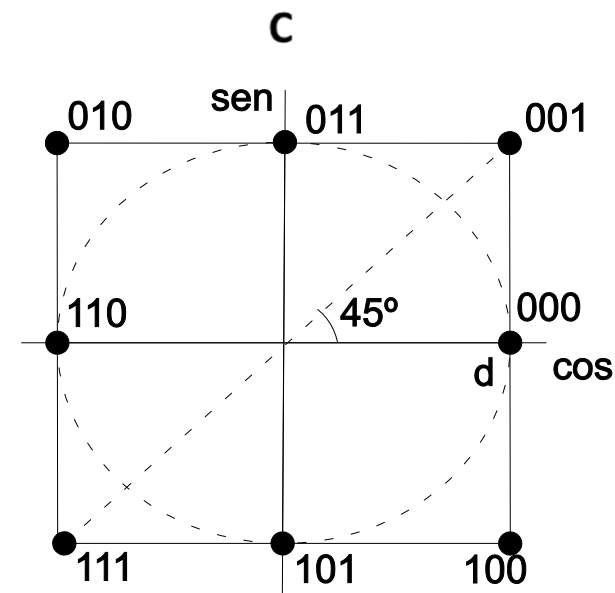
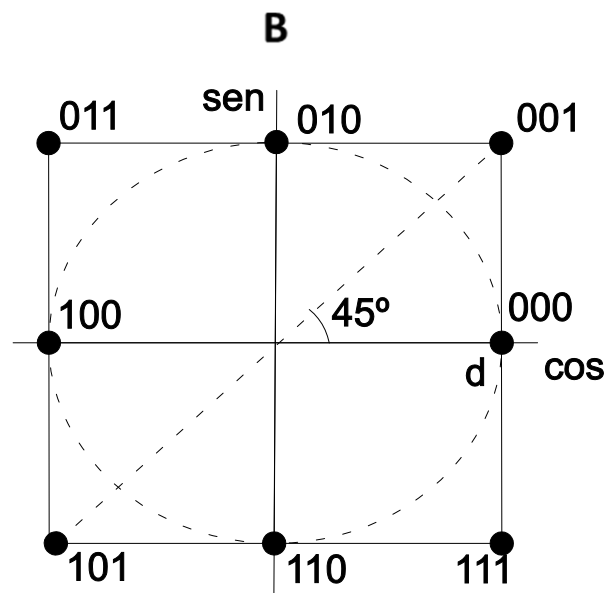
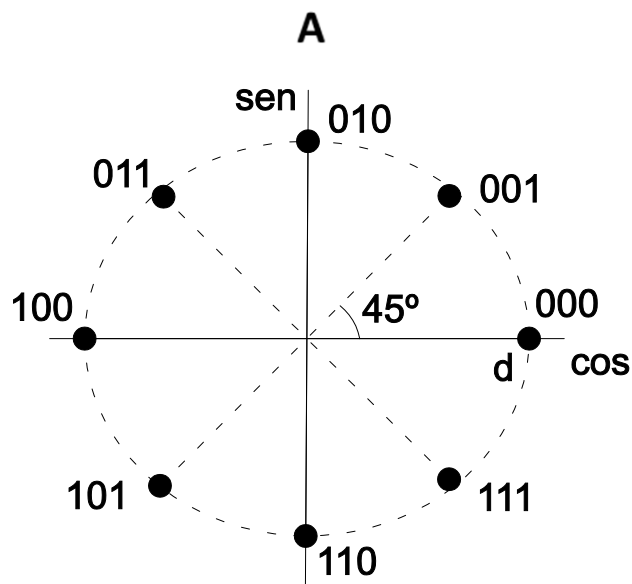


- Classifique o tipo de modulação associado a cada constelação. Dado que se pretende transmitir ao ritmo de 128000 bit/s, qual o tempo de símbolo?
- Qual constelação apresentaria melhor performance (em termos de BER) para uma dada SNR? Justifique.



# 4. Exercícios

## Solução



a) 8-PSK

$$T_s = \frac{3}{128000} = 23,44 \mu s$$

8-QAM

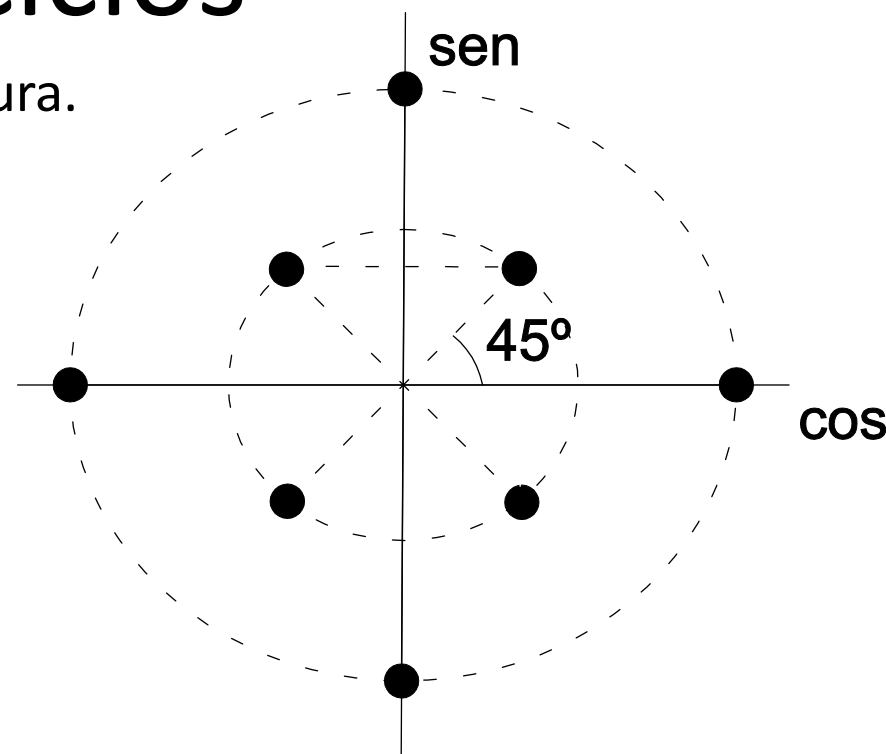
8-QAM

b) Constelação C. Apresenta codificação de Gray.



## 4. Exercícios

Considere a constelação apresentada na figura.  
O tempo de símbolo é  $T_s = 1$  ms.



- a) Sabendo que os sinais têm energia  $E_1=1$  mJ ou  $E_2=2$  mJ, determine as expressões dos sinais utilizados na codificação.
- b) Esboce o diagrama de blocos do recetor desta modulação, sabendo que este é realizado à custa de dois correladores



# 4. Exercícios

a) Como  $E_S = \frac{A^2}{2} T_s$ , obtém-se:

$A_1 = \sqrt{2}$  e  $A_2 = 2$  logo:

$$s_A(t) = \sqrt{2}\cos(2\pi f_c t + 45^\circ)$$

$$s_B(t) = \sqrt{2}\cos(2\pi f_c t + 135^\circ)$$

$$s_C(t) = \sqrt{2}\cos(2\pi f_c t + 225^\circ)$$

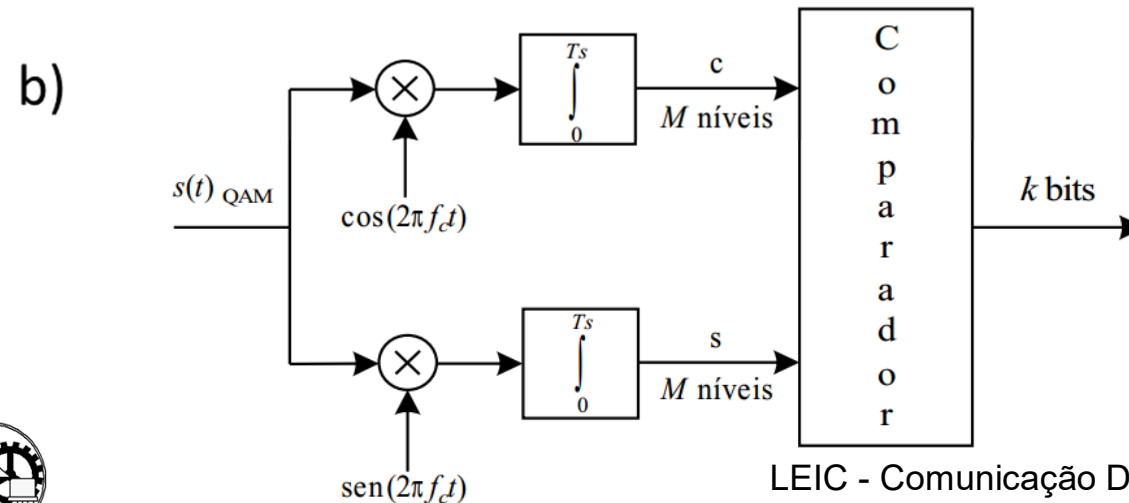
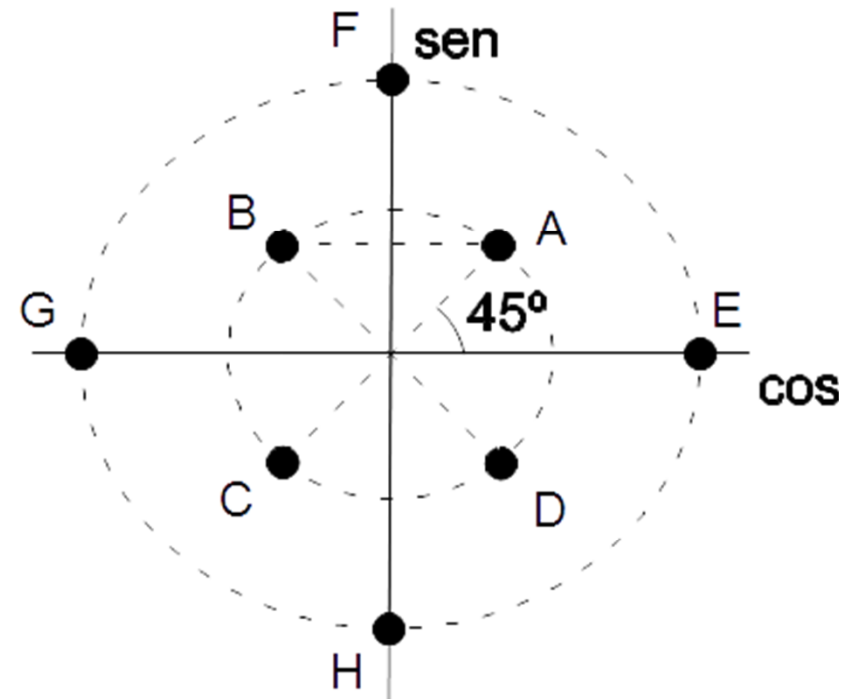
$$s_D(t) = \sqrt{2}\cos(2\pi f_c t + 315^\circ)$$

$$s_E(t) = 2\cos(2\pi f_c t)$$

$$s_F(t) = 2\cos(2\pi f_c t + 90^\circ) = 2\sin(2\pi f_c t)$$

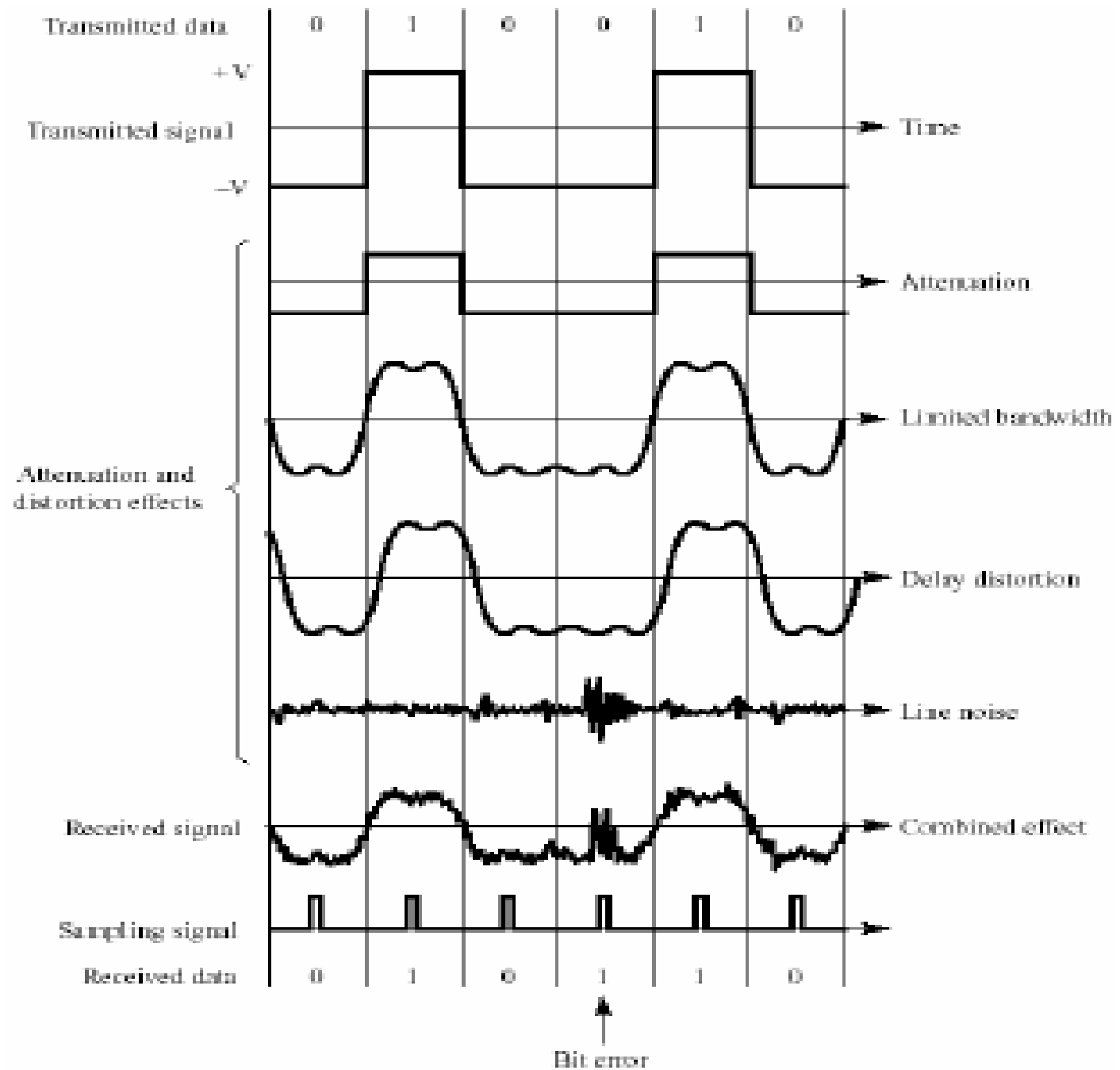
$$s_G(t) = 2\cos(2\pi f_c t + 180^\circ) = -2\cos(2\pi f_c t)$$

$$s_H(t) = 2\cos(2\pi f_c t + 270^\circ) = -2\sin(2\pi f_c t)$$



## 5. Transmissão não ideal

Diferentes aspetos  
de perturbação na  
transmissão





# 6. Curvas de BER-Bit Error Rate

Taxa de erros (BER), em função da relação sinal/ruído

- Taxa de erros

- Define a qualidade de Serviço QoS=Quality of Service



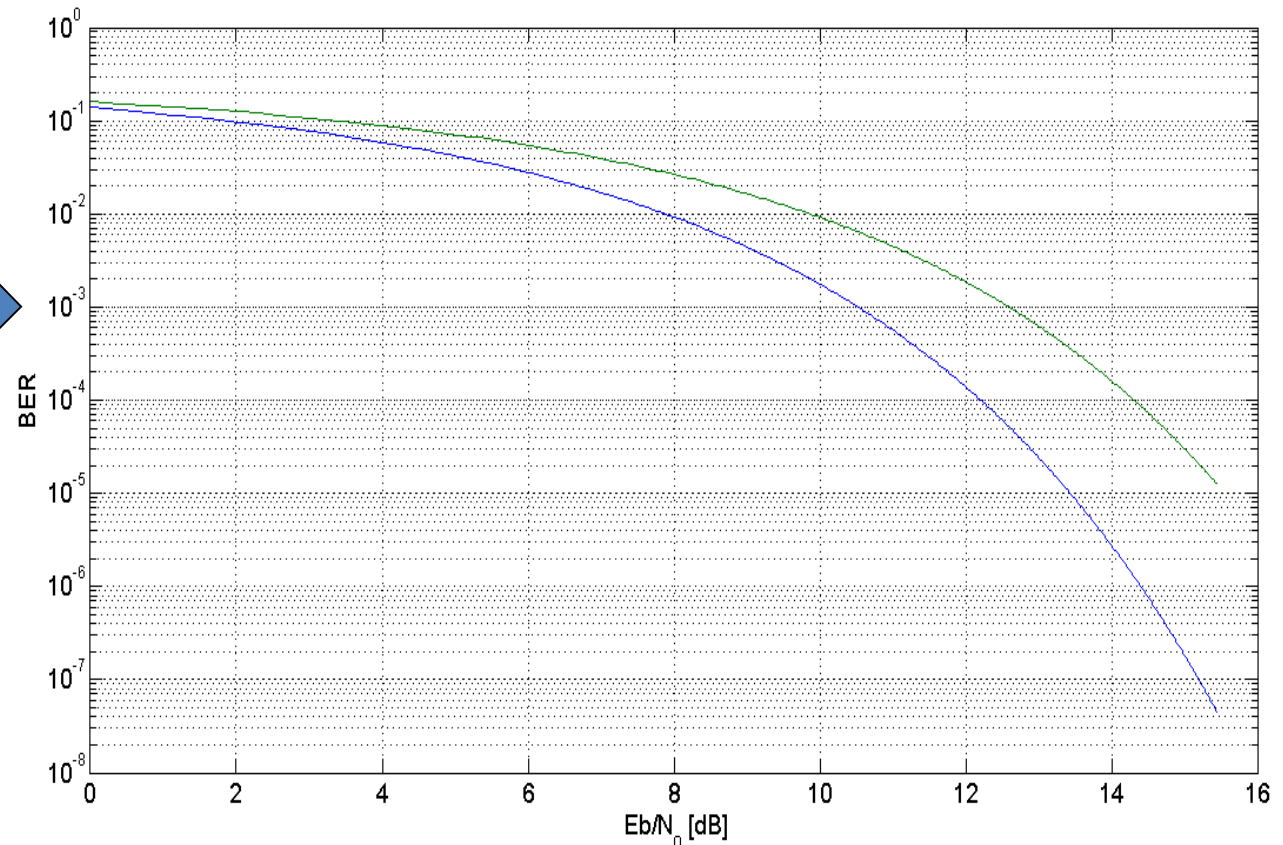
- $BER = 10^{-3}$  significa, em média 1 bit errado em cada 1000 bits transmitidos !

- **BER aceitável**

UMTS – voz =  $10^{-3}$

UMTS – dados =  $10^{-6}$

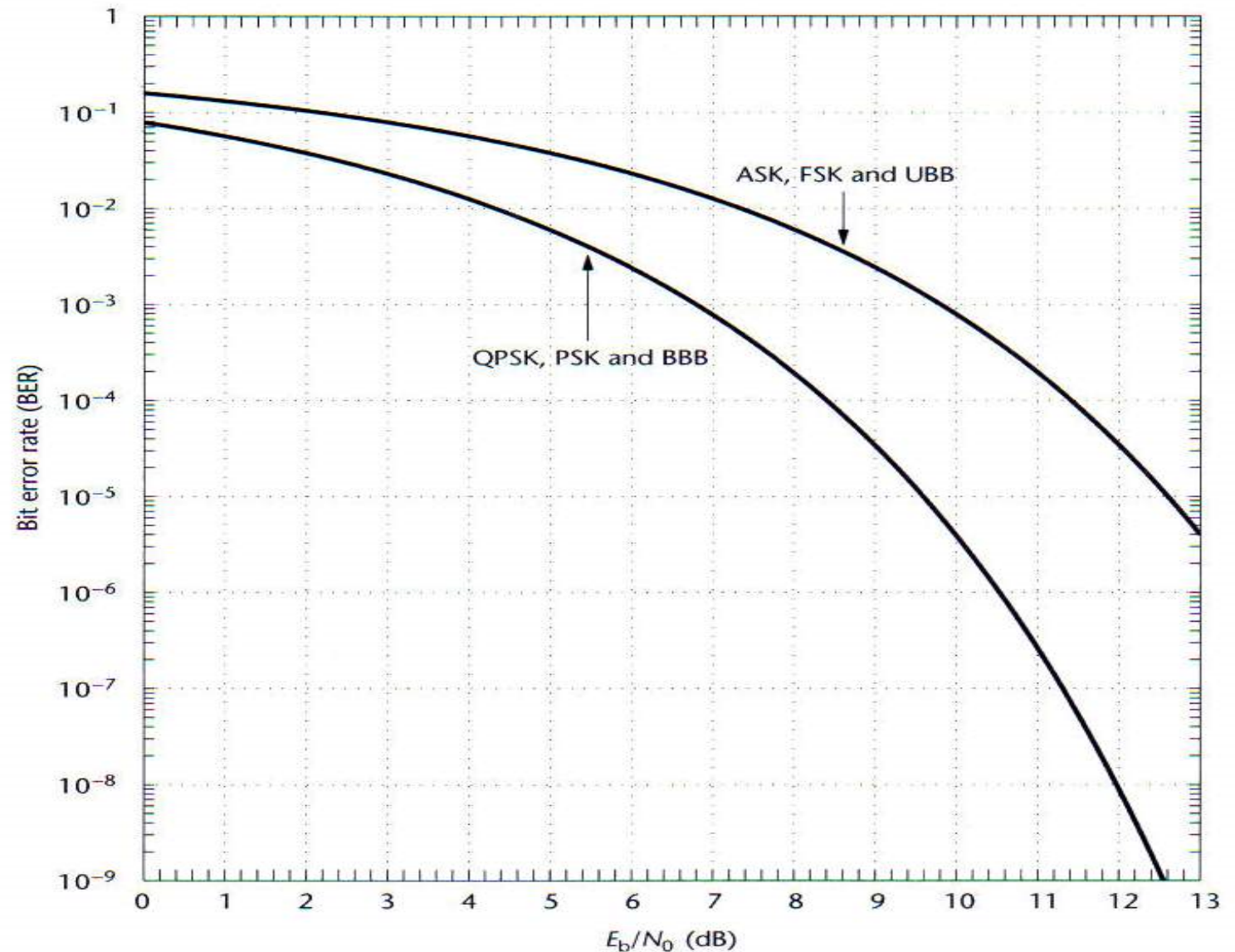
WLAN=  $10^{-5}$



## 6. Curvas de BER

UBB = Unipolar Base Band  
é NRZU

BBB = Bipolar Base Band  
é NRZB (Bipolar ou Polar)



**Figure 7.13** Bit error rate of selected digital transmission systems. BBB = bipolar baseband; UBB = unipolar baseband.



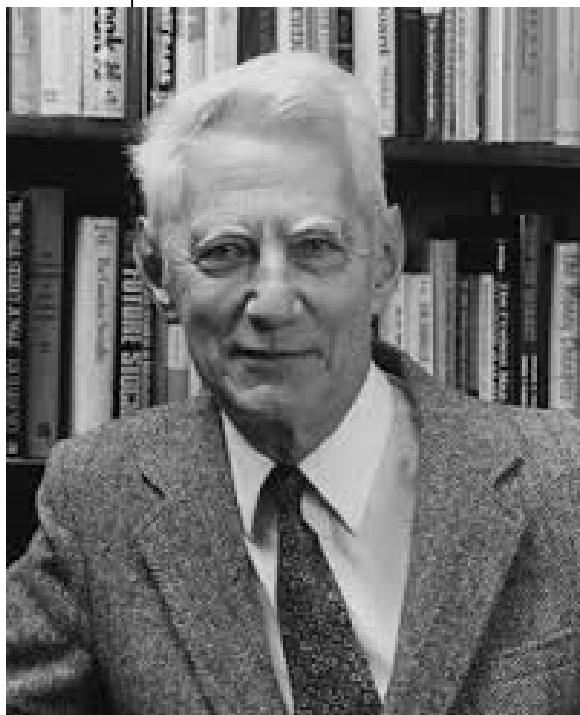
# 7. Teorema da codificação de canal

- A probabilidade de erro no canal determina a capacidade  $C$  de transferência de informação
- Um canal ruidoso tem uma capacidade  $C$  de transferência de informação, expressa em bit/s
- É possível transmitir com probabilidade de erro arbitrariamente pequena, sobre esse canal, se for respeitada uma determinada condição

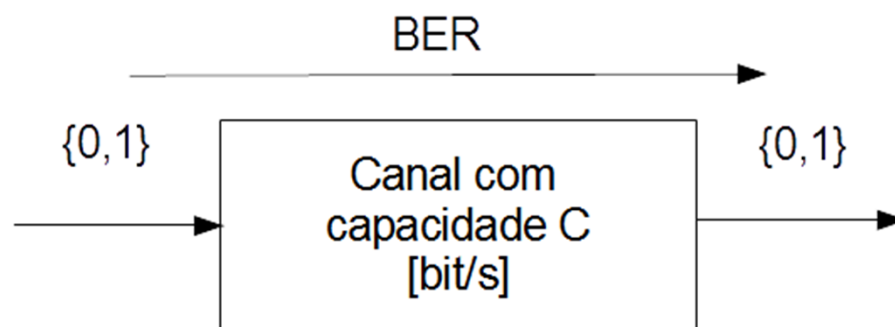


# 7. Teorema da codificação de canal

*Seja  $C$  a capacidade do canal. Existe uma técnica de codificação tal que a informação pode ser transmitida no canal a um ritmo  $R \leq C$ , com probabilidade de erro arbitrariamente pequena. Se  $R > C$ , não é possível transmitir sem erros.*



**Claude Shannon**  
(1916 – 2001)

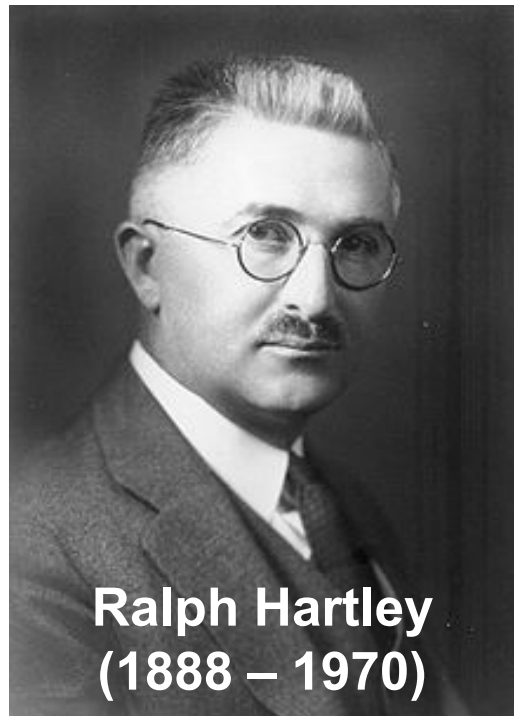


# 7. Capacidade de canal

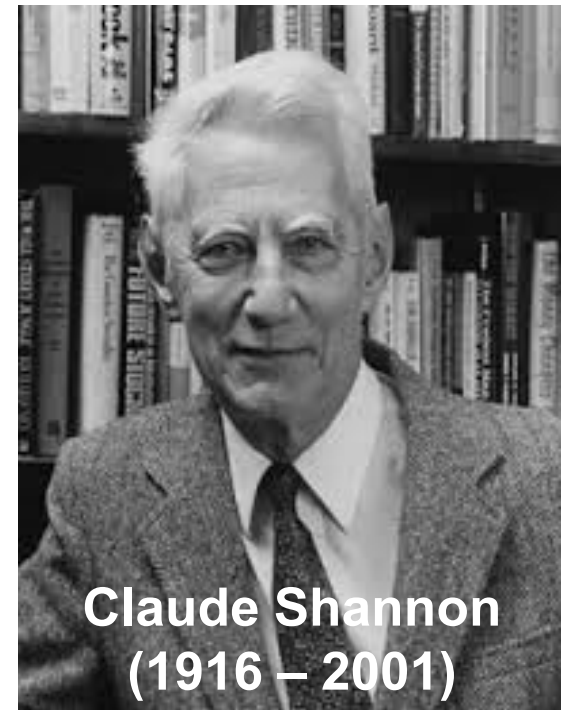
- Lei de Hartley-Shannon

$$C = B \log_2(1 + S/N) \text{ [bit/seg]},$$

- Estabelece a capacidade de transferência de informação, expressa em bit/segundo, para um canal ruidoso de largura de banda limitada:
  - A largura de banda é B
  - A relação sinal-ruído é S/N.



**Ralph Hartley**  
(1888 – 1970)

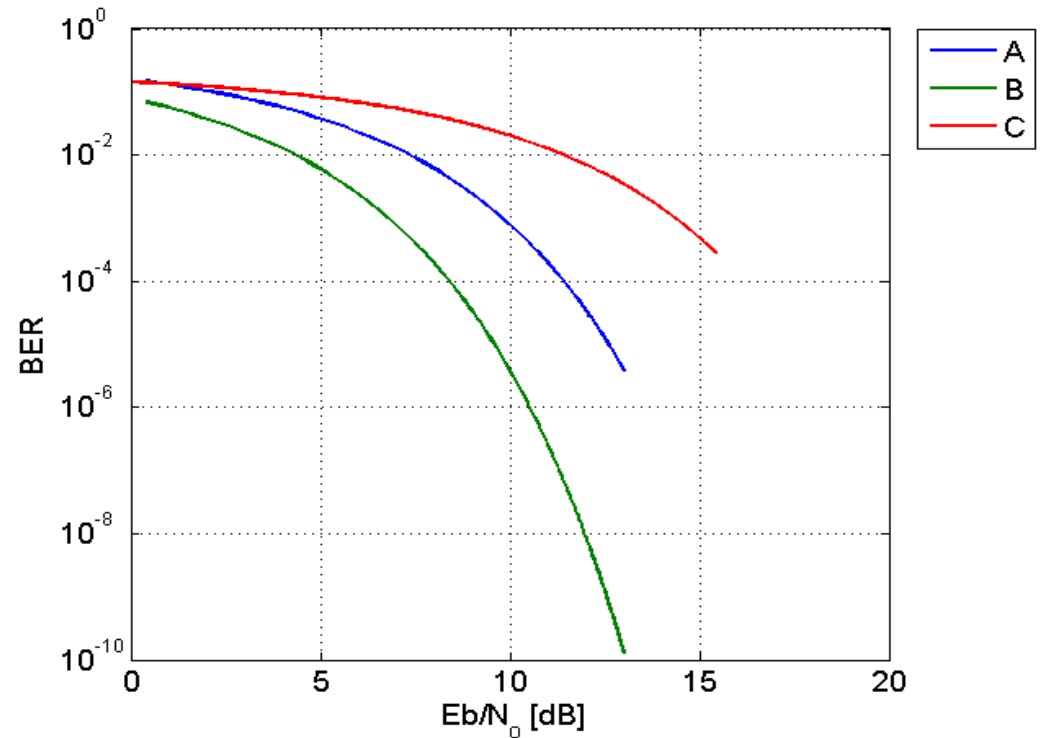


**Claude Shannon**  
(1916 – 2001)



# 8. Exercícios

- Considere as curvas de BER apresentadas na figura, referentes às modulações A, B e C, as quais são utilizadas num meio de transmissão em que a SNR está compreendida entre 6 e 10 dB.

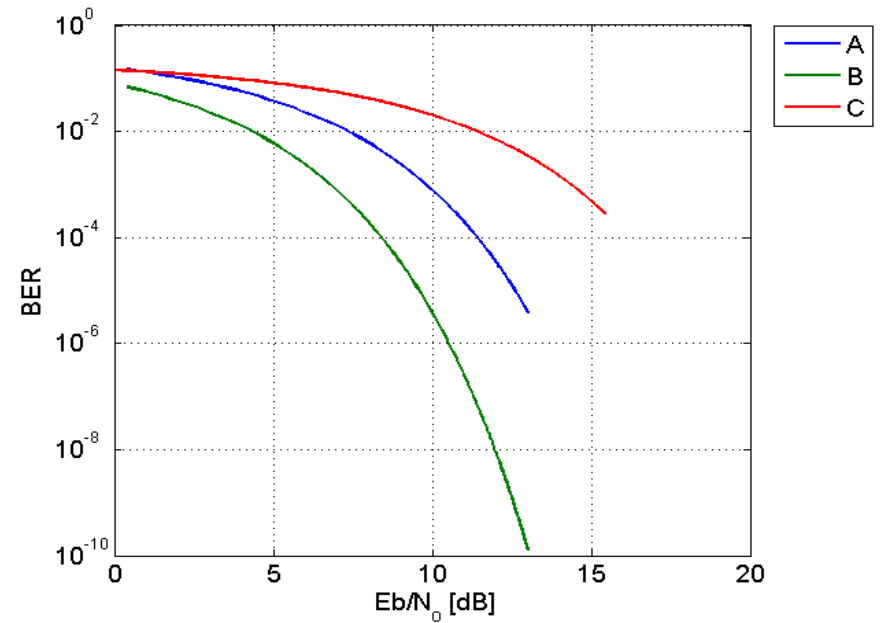


- a) Qual ou quais destas modulações assegura  $BER < 0,01$ , sobre este meio de transmissão?
- b) Sendo impossível modificar o meio de transmissão, indique uma forma para diminuir o valor do BER.



# 8. Exercícios

- Solução



- a) A modulação B é a única que assegura  $BER < 0,01$ , para todos os valores de SNR entre 6 e 10 dB.
- b) Para diminuir o valor do BER, uma das seguintes hipóteses é viável:
- diminuir o ritmo binário
  - aumentar a energia média por bit
  - usar um código de controlo de erros

