



Universidade Federal do ABC

# CMCC

Centro de Matemática, Computação e Cognição



# Teoria da Computação

## Autômatos Finitos e Linguagens Regulares

Mirtha Lina Fernández Venero

[mirtha.lina@ufabc.edu.br](mailto:mirtha.lina@ufabc.edu.br)

setembro 2017



# Sumário

Autômatos Finitos Determinísticos

Autômatos Finitos Não Determinísticos

Expressões Regulares

Propriedades das linguagens regulares

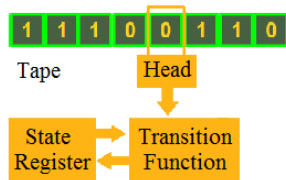
Bibliografia



# Autômatos Finitos Determinísticos

$$\mathbf{A} = (Q, \Sigma, q_0, \delta, F)$$

- ▶  $Q$  conjunto *finito não vazio* de estados
- ▶  $\Sigma$  alfabeto de entrada
- ▶  $q_0 \in Q$  estado inicial
- ▶  $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$  função de transição de estados
- ▶  $F \subseteq Q$  conjunto de estados finais



## Processo de Reconhecimento:

- ▶ A memória do autômato é representada por seus estados. Como  $Q$  é finito,  $\mathbf{A}$  só pode lembrar um número finito e fixo de situações durante o reconhecimento da cadeia
- ▶ **Determinístico**: em qualquer ponto do reconhecimento, o autômato tem uma única maneira de proceder.



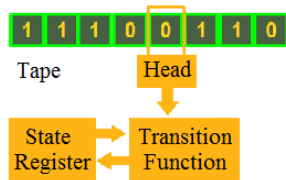
# Autômatos Finitos Determinísticos

$$\mathbf{A} = (Q, \Sigma, q_0, \delta, F)$$

- ▶  $Q$  conjunto *finito não vazio* de estados
- ▶  $\Sigma$  alfabeto de entrada
- ▶  $q_0 \in Q$  estado inicial
- ▶  $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$  função de transição de estados
- ▶  $F \subseteq Q$  conjunto de estados finais

## Processo de Reconhecimento:

- ▶ Começar pelo **estado inicial**
- ▶ Ler cada símbolo da cadeia e mudar de estado dependendo de  $\delta$  até chegar no final da cadeia ou não ter como avançar. A cadeia é reconhecida se o último estado é final





## Autômatos Finitos Determinísticos (AFDs)

$$\mathbf{A} = (\mathbf{Q}, \mathbf{\Sigma}, \mathbf{q_0}, \delta, \mathbf{F}) = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_2\})$$

$$\delta(q_0, 0) = q_1 \quad \delta(q_0, 1) = q_0$$

$$\delta(q_1, 0) = q_1 \quad \delta(q_1, 1) = q_2$$

$$\delta(q_2, 0) = q_2 \quad \delta(q_2, 1) = q_2$$

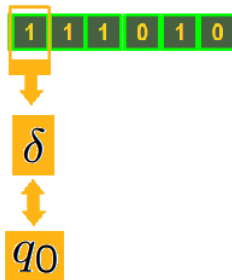
## Autômatos Finitos Determinísticos (AFDs)

$$\mathbf{A} = (\mathbf{Q}, \mathbf{\Sigma}, \mathbf{q_0}, \delta, \mathbf{F}) = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_2\})$$

$$\delta(q_0, 0) = q_1 \quad \delta(q_0, 1) = q_0$$

$$\delta(q_1, 0) = q_1 \quad \delta(q_1, 1) = q_2$$

$$\delta(q_2, 0) = q_2 \quad \delta(q_2, 1) = q_2$$



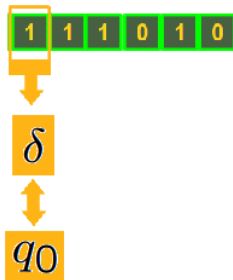
## Autômatos Finitos Determinísticos (AFDs)

$$\mathbf{A} = (\mathbf{Q}, \mathbf{\Sigma}, \mathbf{q_0}, \delta, \mathbf{F}) = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_2\})$$

$$\delta(q_0, 0) = q_1 \quad \delta(q_0, 1) = q_0$$

$$\delta(q_1, 0) = q_1 \quad \delta(q_1, 1) = q_2$$

$$\delta(q_2, 0) = q_2 \quad \delta(q_2, 1) = q_2$$





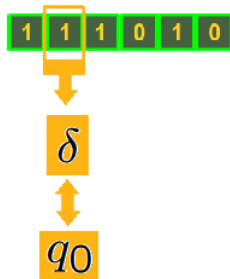
## Autômatos Finitos Determinísticos (AFDs)

$$\mathbf{A} = (\mathbf{Q}, \mathbf{\Sigma}, \mathbf{q_0}, \delta, \mathbf{F}) = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_2\})$$

$$\delta(q_0, 0) = q_1 \quad \delta(q_0, 1) = q_0$$

$$\delta(q_1, 0) = q_1 \quad \delta(q_1, 1) = q_2$$

$$\delta(q_2, 0) = q_2 \quad \delta(q_2, 1) = q_2$$





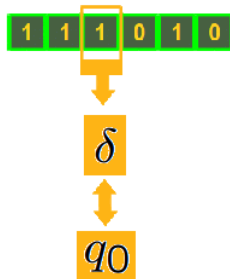
## Autômatos Finitos Determinísticos (AFDs)

$$\mathbf{A} = (\mathbf{Q}, \mathbf{\Sigma}, \mathbf{q_0}, \delta, \mathbf{F}) = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_2\})$$

$$\delta(q_0, 0) = q_1 \quad \delta(q_0, 1) = q_0$$

$$\delta(q_1, 0) = q_1 \quad \delta(q_1, 1) = q_2$$

$$\delta(q_2, 0) = q_2 \quad \delta(q_2, 1) = q_2$$



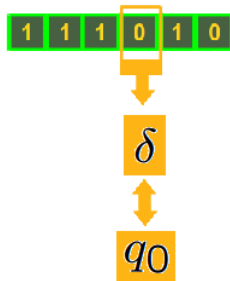
## Autômatos Finitos Determinísticos (AFDs)

$$\mathbf{A} = (\mathbf{Q}, \mathbf{\Sigma}, \mathbf{q_0}, \delta, \mathbf{F}) = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_2\})$$

$$\delta(q_0, 0) = q_1 \quad \delta(q_0, 1) = q_0$$

$$\delta(q_1, 0) = q_1 \quad \delta(q_1, 1) = q_2$$

$$\delta(q_2, 0) = q_2 \quad \delta(q_2, 1) = q_2$$



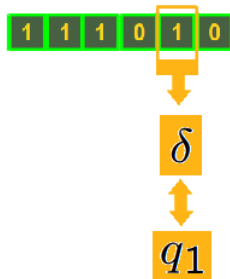
## Autômatos Finitos Determinísticos (AFDs)

$$\mathbf{A} = (\mathbf{Q}, \Sigma, \mathbf{q}_0, \delta, \mathbf{F}) = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_2\})$$

$$\delta(q_0, 0) = q_1 \quad \delta(q_0, 1) = q_0$$

$$\delta(q_1, 0) = q_1 \quad \delta(q_1, 1) = q_2$$

$$\delta(q_2, 0) = q_2 \quad \delta(q_2, 1) = q_2$$



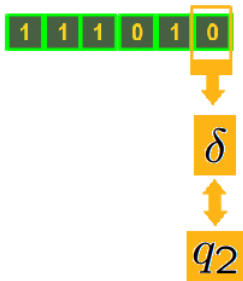
## Autômatos Finitos Determinísticos (AFDs)

$$\mathbf{A} = (\mathbf{Q}, \mathbf{\Sigma}, \mathbf{q_0}, \delta, \mathbf{F}) = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_2\})$$

$$\delta(q_0, 0) = q_1 \quad \delta(q_0, 1) = q_0$$

$$\delta(q_1, 0) = q_1 \quad \delta(q_1, 1) = q_2$$

$$\delta(q_2, 0) = q_2 \quad \delta(q_2, 1) = q_2$$





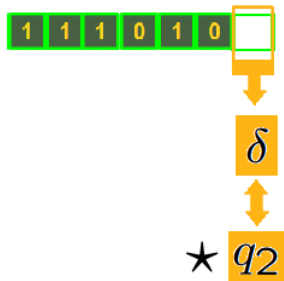
## Autômatos Finitos Determinísticos (AFDs)

$$\mathbf{A} = (\mathbf{Q}, \mathbf{\Sigma}, \mathbf{q_0}, \delta, \mathbf{F}) = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_2\})$$

$$\delta(q_0, 0) = q_1 \quad \delta(q_0, 1) = q_0$$

$$\delta(q_1, 0) = q_1 \quad \delta(q_1, 1) = q_2$$

$$\delta(q_2, 0) = q_2 \quad \delta(q_2, 1) = q_2$$



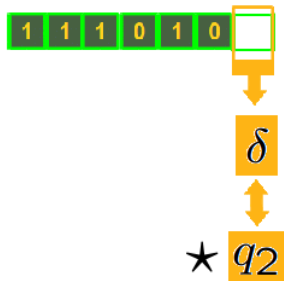
## Autômatos Finitos Determinísticos (AFDs)

$$\mathbf{A} = (\mathbf{Q}, \Sigma, \mathbf{q_0}, \delta, \mathbf{F}) = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_2\})$$

$$\delta(q_0, 0) = q_1 \quad \delta(q_0, 1) = q_0$$

$$\delta(q_1, 0) = q_1 \quad \delta(q_1, 1) = q_2$$

$$\delta(q_2, 0) = q_2 \quad \delta(q_2, 1) = q_2$$



**Extensão da função de transição:**

$$\hat{\delta}(q, \epsilon) = q \quad \hat{\delta}(q, xa) = \delta(\hat{\delta}(q, x), a)$$

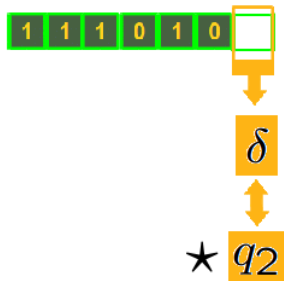
## Autômatos Finitos Determinísticos (AFDs)

$$\mathbf{A} = (\mathbf{Q}, \mathbf{\Sigma}, \mathbf{q_0}, \delta, \mathbf{F}) = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_2\})$$

$$\delta(q_0, 0) = q_1 \quad \delta(q_0, 1) = q_0$$

$$\delta(q_1, 0) = q_1 \quad \delta(q_1, 1) = q_2$$

$$\delta(q_2, 0) = q_2 \quad \delta(q_2, 1) = q_2$$



**Extensão da função de transição:**

$$\widehat{\delta}(q, \epsilon) = q \quad \widehat{\delta}(q, xa) = \delta(\widehat{\delta}(q, x), a)$$

**Linguagem de um AFD:**  $L(A) = \{w \mid \widehat{\delta}(q_0, w) \in F\}$



## Autômatos Finitos Determinísticos

**Exemplo:** Qual a linguagem gerada por A?

$$\delta(q_0, 0) = q_1 \quad \delta(q_0, 1) = q_0 \quad \delta(q_1, 0) = q_1$$

$$\delta(q_1, 1) = q_2 \quad \delta(q_2, 0) = q_2 \quad \delta(q_2, 1) = q_2$$



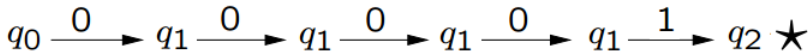
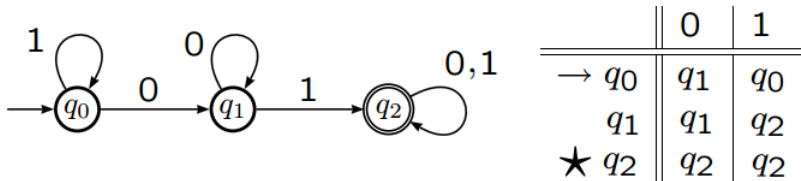


## Autômatos Finitos Determinísticos

**Exemplo:** Qual a linguagem gerada por A?

$$\delta(q_0, 0) = q_1 \quad \delta(q_0, 1) = q_0 \quad \delta(q_1, 0) = q_1$$

$$\delta(q_1, 1) = q_2 \quad \delta(q_2, 0) = q_2 \quad \delta(q_2, 1) = q_2$$

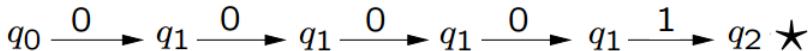
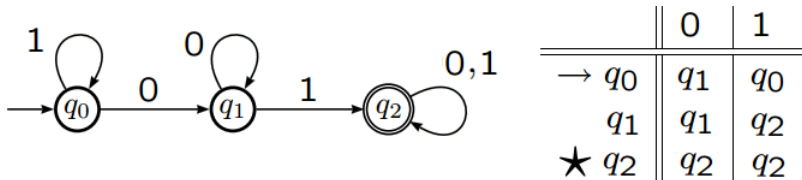


## Autômatos Finitos Determinísticos

**Exemplo:** Qual a linguagem gerada por A?  $\{0,1\}^* \cdot 01 \cdot \{0,1\}^*$

$$\delta(q_0, 0) = q_1 \quad \delta(q_0, 1) = q_0 \quad \delta(q_1, 0) = q_1$$

$$\delta(q_1, 1) = q_2 \quad \delta(q_2, 0) = q_2 \quad \delta(q_2, 1) = q_2$$





# Sumário

Autômatos Finitos Determinísticos

**Autômatos Finitos Não Determinísticos**

Expressões Regulares

Propriedades das linguagens regulares

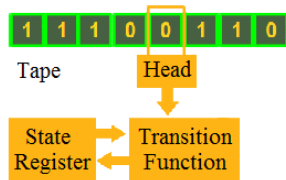
Bibliografia



# Autômatos Finitos Não Determinísticos

$$\mathbf{A} = (Q, \Sigma, q_0, \delta, F)$$

- ▶  $Q$  conjunto *finito não vazio* de estados
- ▶  $\Sigma$  alfabeto de entrada
- ▶  $q_0 \in Q$  estado inicial
- ▶  $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow \wp(Q)$  função de transição de estados
- ▶  $F \subseteq Q$  conjunto de estados finais

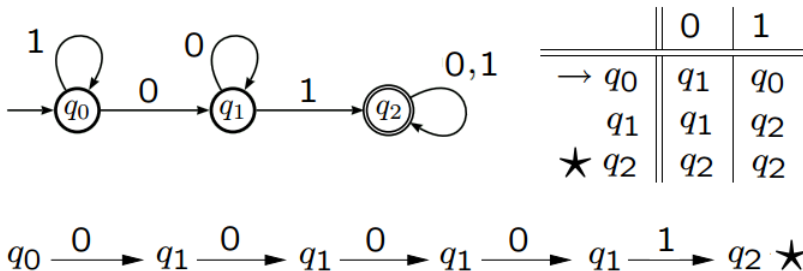


## Processo de Reconhecimento:

- ▶ **Não Determinístico**: o autômato tem várias maneiras de proceder para ao menos um estado e um símbolo. **Como???**  
**Oracle** (sabe qual caminho tomar), **multi-threading** (prova todos os caminhos simultaneamente), **backtracking** (escolhe um e volta atrás se não der certo)

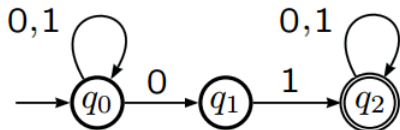
## Autômatos Finitos Não Determinísticos

**Exemplo:** O conjunto de todas as palavras sobre  $\Sigma = \{0, 1\}$  que contém a sub-palavra 01, i.e.  $\{0, 1\}^* \cdot 01 \cdot \{0, 1\}^*$

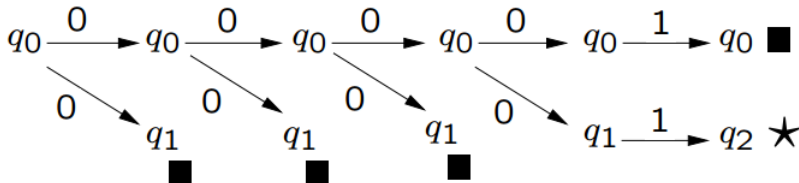


# Autômatos Finitos Não Determinísticos

**Exemplo:** O conjunto de todas as palavras sobre  $\Sigma = \{0, 1\}$  que contém a sub-palavra 01, i.e.  $\{0, 1\}^* \cdot 01 \cdot \{0, 1\}^*$



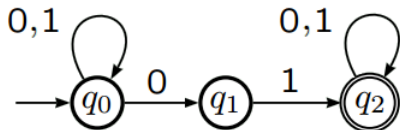
	0	1
$\rightarrow q_0$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0\}$
$q_1$	$\emptyset$	$\{q_2\}$
$\star q_2$	$\{q_2\}$	$\{q_2\}$



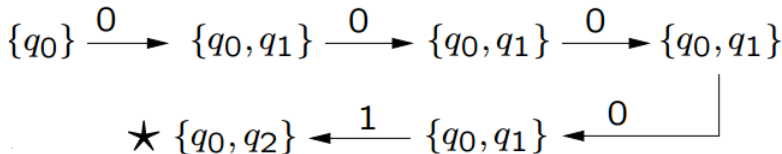


## Autômatos Finitos Não Determinísticos

**Exemplo:** O conjunto de todas as palavras sobre  $\Sigma = \{0, 1\}$  que contém a sub-palavra 01, i.e.  $\{0, 1\}^* \cdot 01 \cdot \{0, 1\}^*$

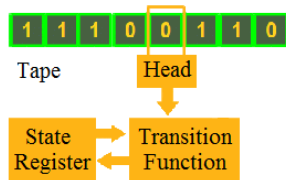


	0	1
$\rightarrow q_0$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0\}$
$q_1$	$\emptyset$	$\{q_2\}$
$\star q_2$	$\{q_2\}$	$\{q_2\}$





# Autômatos Finitos Não Determinísticos



$$\mathbf{A} = (Q, \Sigma, q_0, \delta, F)$$

- ▶  $Q$  conjunto *finito não vazio* de estados
- ▶  $\Sigma$  alfabeto de entrada
- ▶  $q_0 \in Q$  estado inicial
- ▶  $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow \wp(Q)$  função de transição de estados
- ▶  $F \subseteq Q$  conjunto de estados finais

**Extensão da função de transição:**

$$\hat{\delta}(q, \epsilon) = \{q\} \quad \hat{\delta}(q, xa) = \bigcup_{p \in \hat{\delta}(q, x)} \delta(p, a)$$

**Linguagem de um AFND:**  $L(A) = \{w \mid \hat{\delta}(q_0, w) \cap F \neq \emptyset\}$





## Autômatos Não Determinísticos com $\varepsilon$ -transições

O autômato pode mudar de estado sem considerar (nem consumir) o símbolo de entrada

$$\blacktriangleright \delta : Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \rightarrow \wp(Q)$$



## Autômatos Não Determinísticos com $\varepsilon$ -transições

O autômato pode mudar de estado sem considerar (nem consumir) o símbolo de entrada

$$\triangleright \delta : Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \rightarrow \wp(Q)$$

**$\varepsilon$ -closure:**

$$q \in \text{ECLOSE}(q)$$

$$r \in \text{ECLOSE}(q) \Leftarrow p \in \text{ECLOSE}(q) \text{ and } r \in \delta(p, \varepsilon)$$

## Autômatos Não Determinísticos com $\varepsilon$ -transições

O autômato pode mudar de estado sem considerar (nem consumir) o símbolo de entrada

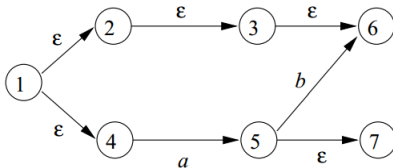
$$\triangleright \delta : Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \rightarrow \wp(Q)$$

$\varepsilon$ -closure:

$$q \in \text{ECLOSE}(q)$$

$$r \in \text{ECLOSE}(q) \Leftarrow p \in \text{ECLOSE}(q) \text{ and } r \in \delta(p, \varepsilon)$$

**Exemplo:**  $\text{ECLOSE}(1) =$



## Autômatos Não Determinísticos com $\varepsilon$ -transições

O autômato pode mudar de estado sem considerar (nem consumir) o símbolo de entrada

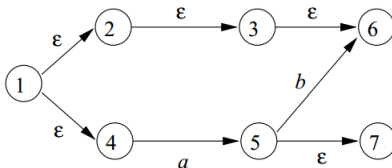
$$\triangleright \delta : Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \rightarrow \wp(Q)$$

$\varepsilon$ -closure:

$$q \in \text{ECLOSE}(q)$$

$$r \in \text{ECLOSE}(q) \Leftarrow p \in \text{ECLOSE}(q) \text{ and } r \in \delta(p, \varepsilon)$$

**Exemplo:**  $\text{ECLOSE}(1) = \{1, 2, 3, 4, 6\}$



## Autômatos Não Determinísticos com $\varepsilon$ -transições

O autômato pode mudar de estado sem considerar (nem consumir) o símbolo de entrada

$$\triangleright \delta : Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \rightarrow \wp(Q)$$

$\varepsilon$ -closure:

$$q \in \text{ECLOSE}(q)$$

$$r \in \text{ECLOSE}(q) \Leftarrow p \in \text{ECLOSE}(q) \text{ and } r \in \delta(p, \varepsilon)$$

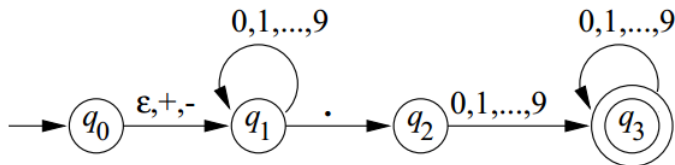
**Extensão da função de transição:**

$$\hat{\delta}(q, \varepsilon) = \text{ECLOSE}(q)$$

$$\hat{\delta}(q, xa) = \bigcup_{p \in \delta(\hat{\delta}(q, x), a)} \text{ECLOSE}(p)$$

## Autômatos Não Determinísticos com $\varepsilon$ -transições

O autômato pode mudar de estado sem considerar (nem consumir) o símbolo de entrada



**Toda linguagem que pode ser reconhecida usando um autômato finito também pode ser definida usando operações de conjuntos, concatenação e fechamento de Kleene (linguagem regular)**

# Sumário

Autômatos Finitos Determinísticos

Autômatos Finitos Não Determinísticos

Expressões Regulares

Propriedades das linguagens regulares

Bibliografia



## Expressões regulares

As linguagens regulares são fechadas w.r.t concatenação,  $\cap$ ,  $\cup$ ,  $^c$ ,  $*$  de Kleene. Por isso, uma forma simples de descrever essas linguagens é usar uma notação algébrica (**expressões regulares**)

Linguagem regular	Expressão regular
$\emptyset, \{\varepsilon\}, \{a\}, a \in \Sigma$	$\emptyset, \varepsilon, a$
$L_1 \cup L_2$	$ER(L_1) \mid ER(L_2)$
$L_1 L_2$	$ER(L_1) ER(L_2)$
$L^*$	$ER(L)^*$



## Expressões regulares

As linguagens regulares são fechadas w.r.t concatenação,  $\cap$ ,  $\cup$ ,  $^c$ ,  $*$  de Kleene. Por isso, uma forma simples de descrever essas linguagens é usar uma notação algébrica (**expressões regulares**)

### Exemplo:

Linguagem regular	Expressão regular
$\{a, b, \varepsilon\}$	$a \mid b \mid \varepsilon$
$\{a^n b^m \mid n > 0, m > 0\}$	$aa^*bb^*$
?	$(1 \mid \varepsilon)(01)^*(0 \mid \varepsilon)$
?	$(a \mid b \mid c \mid \dots \mid z)^*.(txt \mid exe)$

## Expressões regulares

As linguagens regulares são fechadas w.r.t concatenação,  $\cap$ ,  $\cup$ ,  $^c$ ,  $*$  de Kleene. Por isso, uma forma simples de descrever essas linguagens é usar uma notação algébrica (**expressões regulares**)

### Exemplo:

Linguagem regular	Expressão regular
$\{a, b, \varepsilon\}$	$a \mid b \mid \varepsilon$
$\{a^n b^m \mid n > 0, m > 0\}$	$aa^*bb^*$
?	$(1 \mid \varepsilon)(01)^*(0 \mid \varepsilon)$
?	$(a \mid b \mid c \mid \dots \mid z)^*.(txt \mid exe)$

Outros padrões podem ser usados:  $E?$  para  $E \mid \varepsilon$ ,  $E^+$  para uma ou mais repetições de  $E$ ,  $E\{n\}$  para  $n$  repetições de  $E$ ,  $[a_1 - a_n]$  qualquer símbolo  $\in \{a_1, \dots, a_n\}$

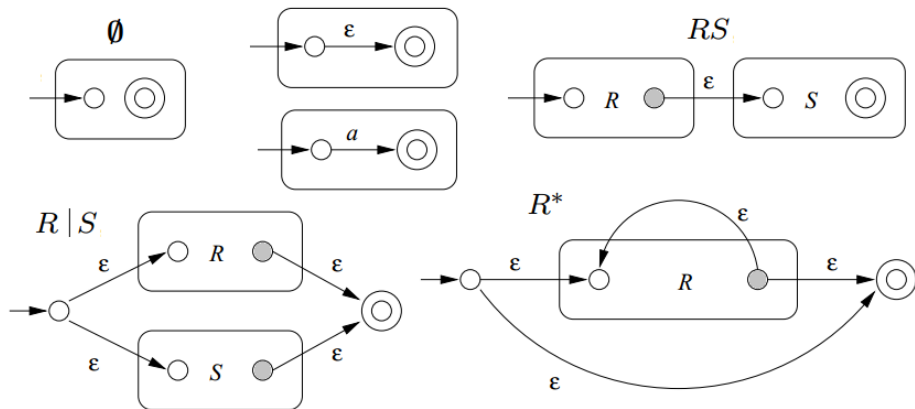
## Leis algébricas das expressões regulares

1.  $\alpha \mid \beta = \beta \mid \alpha$
2.  $\alpha \mid (\beta \mid \gamma) = (\alpha \mid \beta) \mid \gamma, \quad \alpha (\beta \gamma) = (\alpha \beta) \gamma$
3.  $\alpha (\beta \mid \gamma) = \alpha \beta \mid \alpha \gamma, \quad (\alpha \mid \beta) \gamma = \alpha \gamma \mid \beta \gamma$
4.  $\alpha \mid \emptyset = \emptyset \mid \alpha = \alpha$
5.  $\alpha \varepsilon = \varepsilon \alpha = \alpha$
6.  $\alpha \emptyset = \emptyset \alpha = \emptyset$
7.  $\alpha \mid \alpha = \alpha$
8.  $\emptyset^* = \emptyset$
9.  $(\alpha^*)^* = \alpha^*$
10.  $(\alpha^* \beta^*)^* = (\alpha \mid \beta)^*$

**Exemplo:** Simplifique a seguinte ER:  $\varepsilon \mid 0 \mid 1 \mid \emptyset (\varepsilon \mid 1)^* 0$

# Linguagens Regulares $\rightarrow$ Autômatos

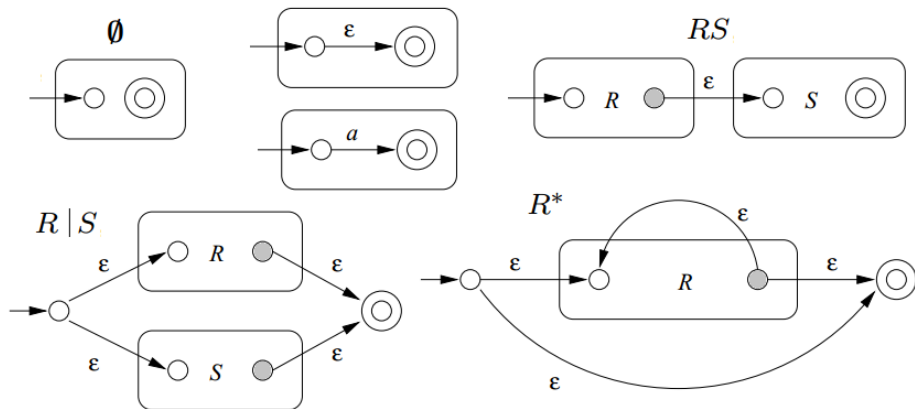
## Método de Thompson



## Linguagens Regulares $\rightarrow$ Autômatos

**Método de Thompson**

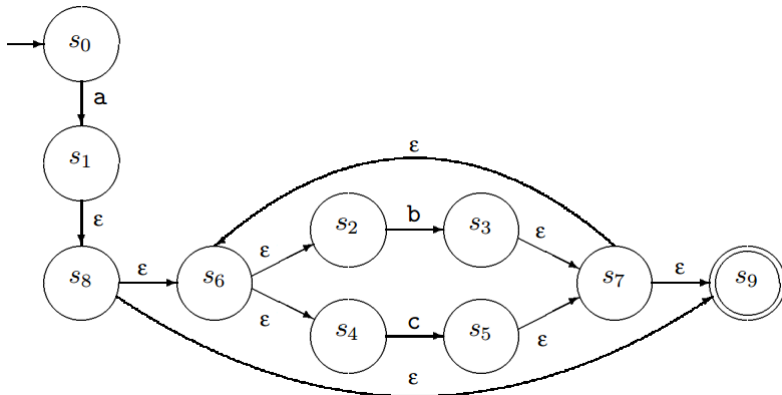
**Exemplo:**  $a(b \mid c)^*$



## Linguagens Regulares $\rightarrow$ Autômatos

**Método de Thompson**

**Exemplo:**  $a(b \mid c)^*$





# Sumário

Autômatos Finitos Determinísticos

Autômatos Finitos Não Determinísticos

Expressões Regulares

Propriedades das linguagens regulares

Bibliografia



## Algumas propriedades das linguagens regulares

- ▶ Se  $R$  é uma linguagem regular então  $R^c = \Sigma^* - R$  é regular

**Prova:** Construa um AFD para  $R$  e troque os estados finais por não finais e viceversa.

**Exemplo:** A linguagem  $((0|1)^* 01(0|1)^*)^c$  é regular?

- ▶ Se  $R$  é uma linguagem regular então  $R^r$  também é regular

**Prova:** Construa um AFD para  $R$ ; troque a direção de todas as transições; troque todos os estados finais por não finais; faça o antigo estado inicial ser final; coloque um novo estado inicial com  $\varepsilon$ -transições até todos os antigos estados finais.

**Exemplo:** A linguagem  $((0|1)^* 01(0|1)^*)^r$  é regular?





## Algumas propriedades das linguagens regulares

- ▶ Se  $R_1$  e  $R_2$  são linguagens regulares sobre  $\Sigma$  então  $R_1 \cap R_2$  também é uma linguagem regular sobre  $\Sigma$ .

**Prova:**  $R_1 \cap R_2 = (R_1^c \cup R_2^c)^c$ . De forma alternativa, partindo dos AFDs para  $R_1$  e  $R_2$ , construa  $A_{R_1 \cap R_2}$  como segue:

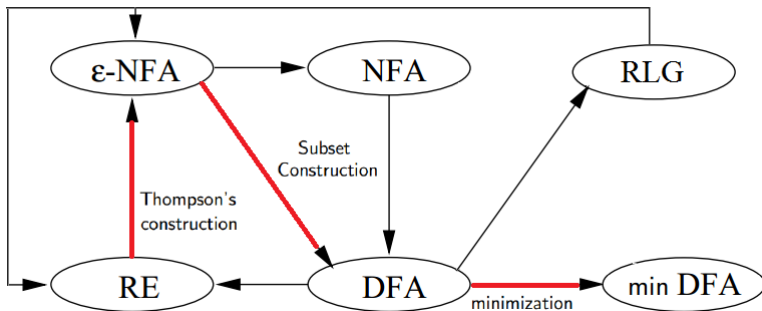
$$A_{R_1 \cap R_2} = (Q_1 \times Q_2, \Sigma, \delta, (q_{01}, q_{02}), F_1 \times F_2)$$

onde  $\delta((p, q), a) = (\delta_1(p, a), \delta_2(q, a))$

**Exemplo:**  $\Sigma^* b \Sigma^* \cap \Sigma^* c \Sigma^*$  com  $\Sigma = \{a, b, c, d\}$  é regular?

## Expressões Regulares $\leftrightarrow$ Autômatos $\leftrightarrow$ REG

- ▶ **REG** classe das linguagens regulares, amplamente estudada
- ▶ Poder expressivo suficiente para um grande # de aplicações
- ▶ Algoritmos de reconhecimento com tempo lineal w.r.t. o tamanho da entrada



## Algumas Ferramentas

	AFD/AFND	GR	ER	AP	MT	Saída Gráfica	Correção Automática
GAM	X					X	
VAS	X				X	X	
Language Emulator	X	X	X				
SCTMF	X	X	X	X	X		
JFLAP	X	X	X	X	X	X	
LabLF	X	X	X	X	X	X	X

**Tabela 1:** Ferramentas e seus modelos de computação implementados.

<http://www.br-ie.org/pub/index.php/rbie/article/viewFile/1208/1108>

<https://regex101.com/r/vS7vZ3/224#javascript>

<https://regexr.com/>

# Sumário

Autômatos Finitos Determinísticos

Autômatos Finitos Não Determinísticos

Expressões Regulares

Propriedades das linguagens regulares

Bibliografia

## Bibliografia Básica

1. **Introduction to Automata Theory, Languages, and Computation**  
(3rd Edition). J. Hopcroft, R. Motwani and J. Ullman. Addison-Wesley, 2006  
<http://www-db.stanford.edu/~ullman/ialc.html>  
[http://users.encs.concordia.ca/~grahne/hmu\\_slides/](http://users.encs.concordia.ca/~grahne/hmu_slides/)
2. Introduction to the Theory of Computation. M. Sipser
3. **Compilers: Principles, Techniques, and Tools** (2nd Edition). Alfred Aho, Monica Lam, Ravi Sethi, and Jeffrey Ullman. Addison-Wesley, 2006
4. Linguagens Formais e Autômatos, P. B. Menezes

