

Description du système

On veut contrôler la position d'un plateau à l'aide d'une roue à inertie. La roue à inertie permet d'appliquer un couple au plateau grâce au principe d'action-réaction. La roue est actionnée par un moteur commandé que l'on souhaite contrôler en courant.

A l'aide des caractéristiques techniques fournies dans la documentation du moteur et le théorème du centre d'inertie nous donne le système d'équations qui suit. On peut le résumer par le schéma fonctionnel de la Figure 1.

Moteur :

Roue :

Plateau :

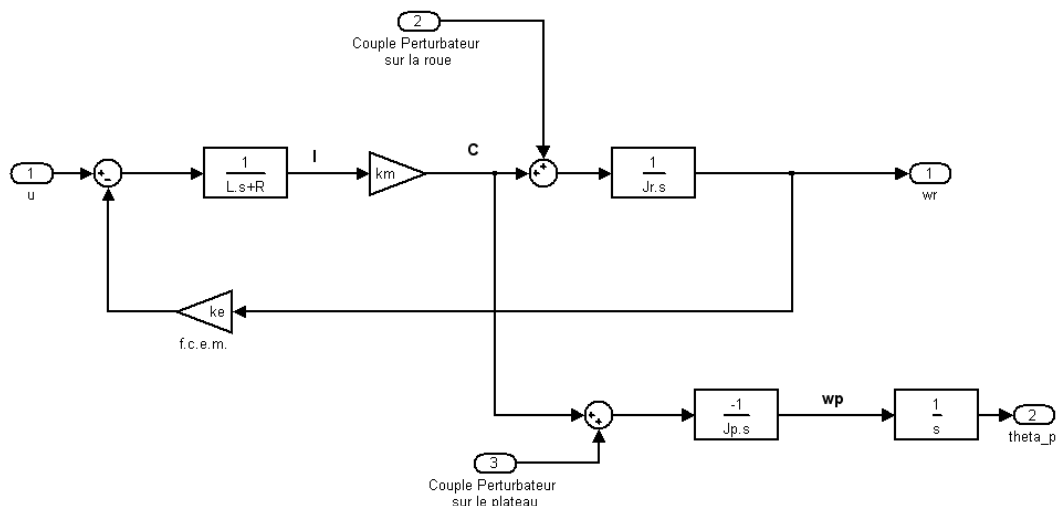


Figure 1 : Schéma fonctionnel du système

On souhaite contrôler le moteur en courant. La première boucle de contrôle utilise la mesure de courant et la commande de tension pour commander un courant. Le système est du premier ordre en considérant la f.c.e.m. suffisamment lente pour être modélisée comme une perturbation au niveau de la commande. Le système est stabilisable par un simple gain comme le montre la Figure 2.

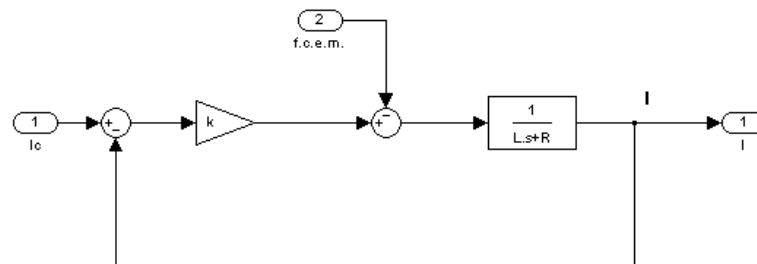


Figure 2 : Contrôle du moteur

Cette boucle nécessite une dynamique rapide et est donc réalisée en analogique. La séparation dynamique avec le reste du système pour modéliser le transfert entre le courant de commande et le couple généré peut être réduit à son gain statique.

En ce qui concerne les capteurs, on a besoin d'une mesure de la position du plateau puisque c'est ce qu'on veut contrôler. Il nous faut soit une mesure, soit un observateur de la vitesse pour espérer stabiliser ce système d'ordre 2. On a le choix de la position du capteur de

vitesse : soit sur la roue, soit sur le plateau puisque les deux quantités sont proportionnelles. La réaction à une perturbation sur le plateau ne sera par contre pas similaire :

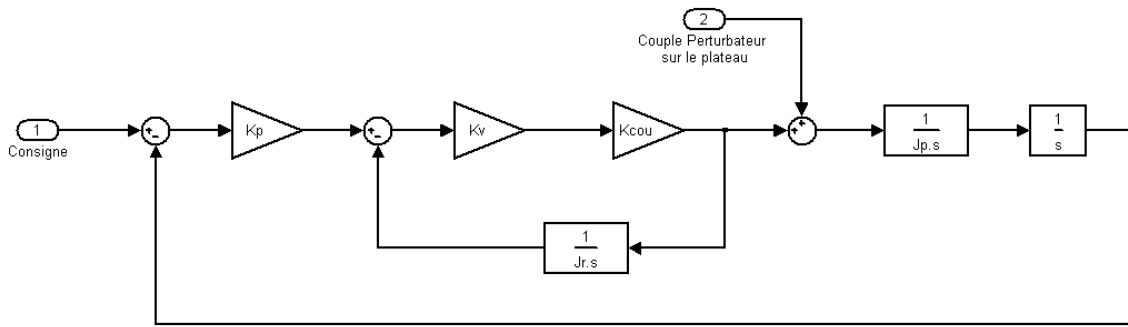


Figure 3 : Mesure de la vitesse de la roue

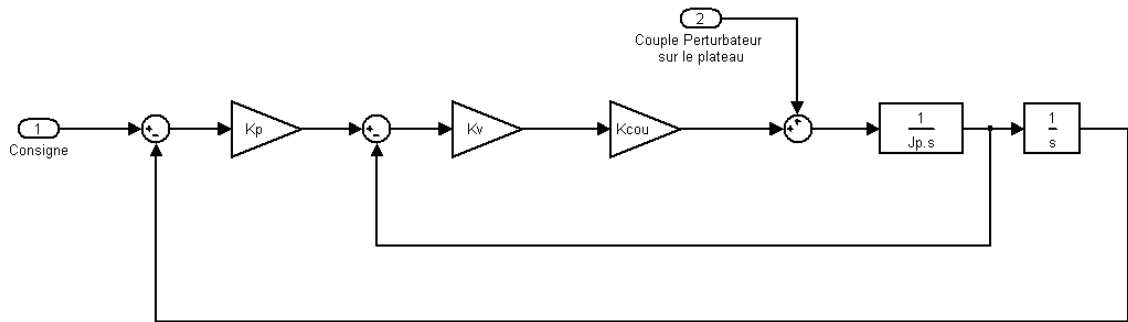
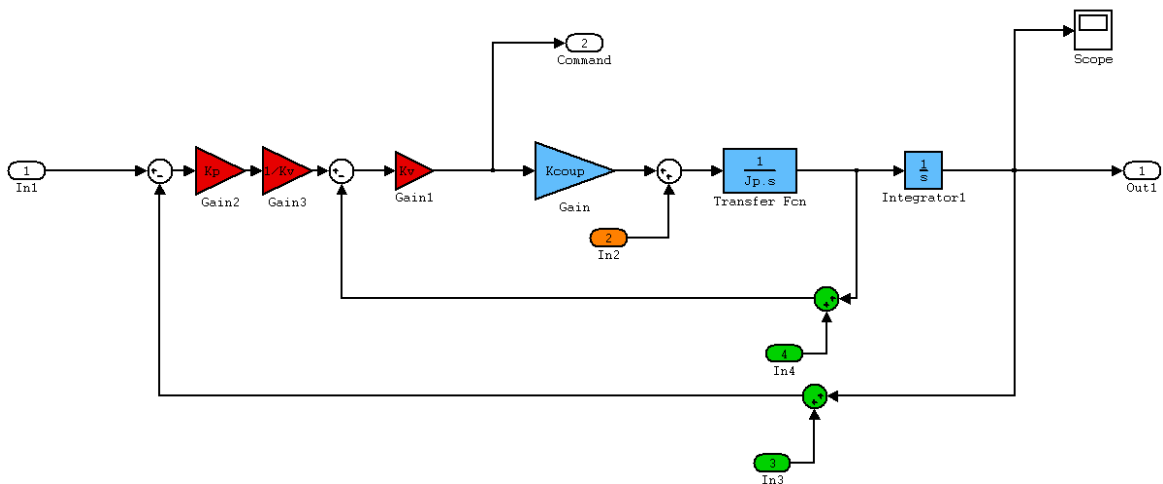


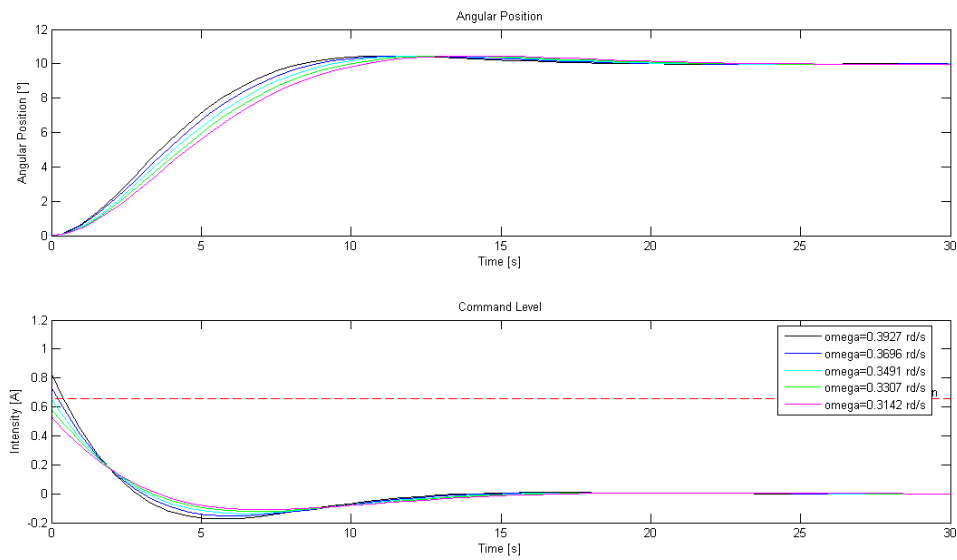
Figure 4 : Mesure de la vitesse du plateau

On constate que la mesure de la vitesse de la roue ne suffit pas à rejeter une perturbation appliquer sur le plateau. On utilisera donc la mesure de la vitesse du plateau.
On peut finalement mettre le système à commander sous forme d'état :

Loi 1 : Retours de position et de vitesse

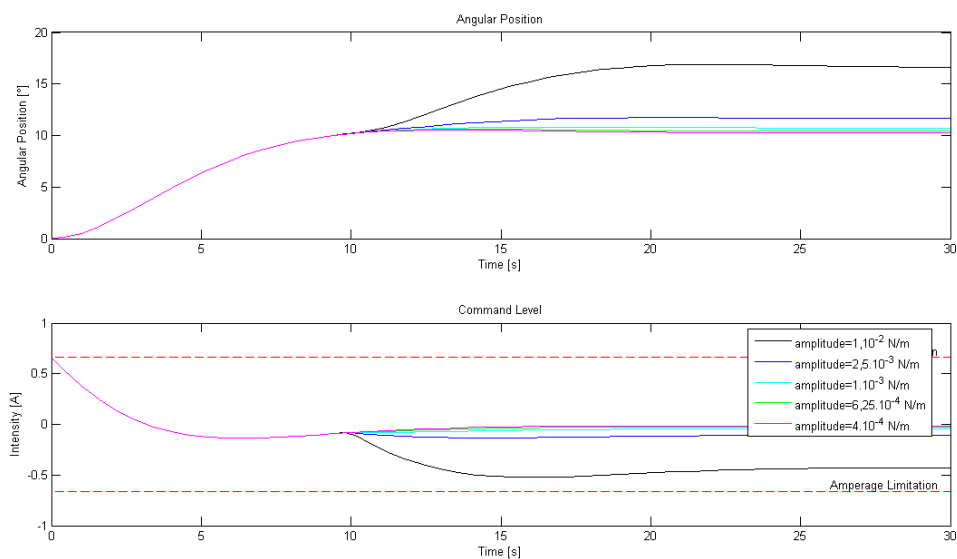


Pour cette loi, on suppose qu'on dispose à la fois de l'information de vitesse (ω_p) et de position (θ_p). Le réglage des gains se fait simplement par la technique de placement des pôles (système du second ordre). On choisit un amortissement de 0.7 et le choix de la pulsation propre ω se fait de façon à satisfaire la condition de limitation d'ampérage en entrée du moteur. Un réglage fin (cf figure ci-dessous) nous permet de choisir 0.35 comme pulsation pour le réglage (pulsation maximale acceptable).

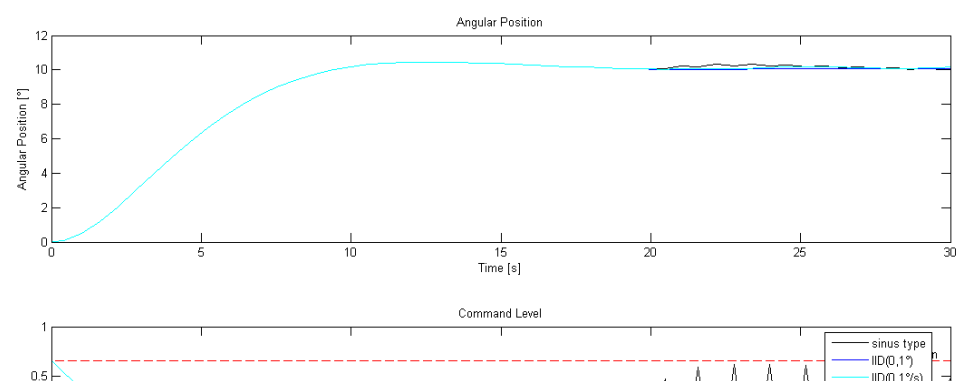


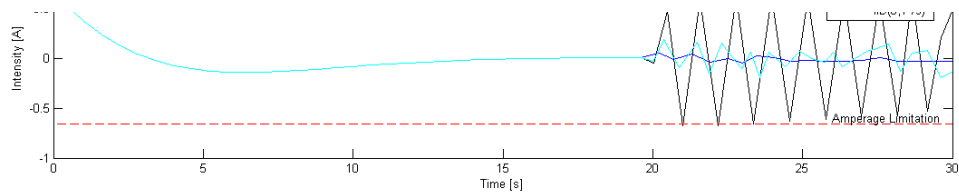
Les valeurs obtenues sont .

On étudie ensuite la résistance du système avec ce réglage à un couple perturbateur sur la roue (entrée 2 sur notre modèle). La figure ci-dessous présente les effets pour des échelons de différentes amplitudes à $t = 10$ s. On remarque que l'entrée en commande du moteur ne dépasse jamais 0.66A en valeur absolue et que le réglage est adéquat de ce point de vue. Cependant, on remarque aussi que notre loi ne permet pas de rattraper l'erreur. La loi 2 permet d'améliorer cette caractéristique.



Un autre point intéressant à regarder est la résistance au bruit de la loi de commande. Sur la figure suivante, on voit les effets pour deux types de bruits sur les mesures de position ou de vitesse. On remarque encore une fois que les contraintes de limitation d'ampérage en entrée du moteur sont bien respectées et aussi que la réponse reste relativement stable pour les petits bruits de la simulation.





Loi 2 : Retard de phase

Les performances de la première loi ne sont pas satisfaisantes en termes de précision et de rejet des perturbations. Dans un premier temps, on se propose d'améliorer la précision d'un facteur 2. Pour ce faire, on ajoute à la loi un correcteur à retard de phase. Celui-ci permet d'ajouter du gain aux basses fréquences, comme le montre la Figure 1.

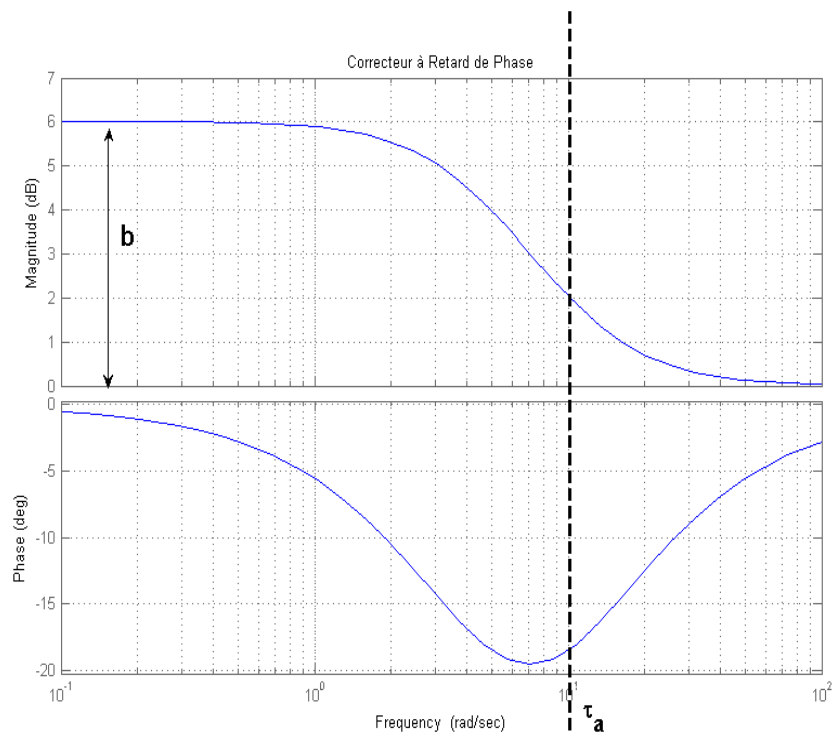
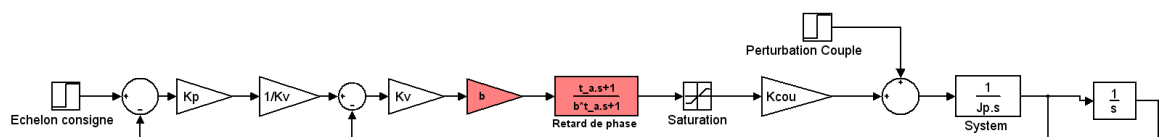


Figure 5 : Correcteur à retard de Phase

On constate que b va piloter le gain de précision statique. Le cahier des charges nous impose donc de choisir $b=2$. Le correcteur perd de la phase autour de , on doit donc inférieur à la pulsation de coupure du réglage précédent pour ne pas trop dégrader la marge de gain.

La structure de retour d'état considérée dans la première loi, avec deux boucles imbriquées nous laissent deux possibilités pour placer le correcteur à retard de phase : soit dans boucle de vitesse (Figure 2), soit dans la boucle de position (Figure 3).



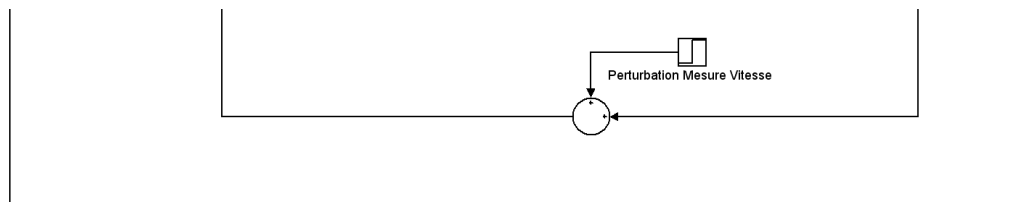


Figure 6 : Correcteur à Retard de phase dans la boucle de vitesse

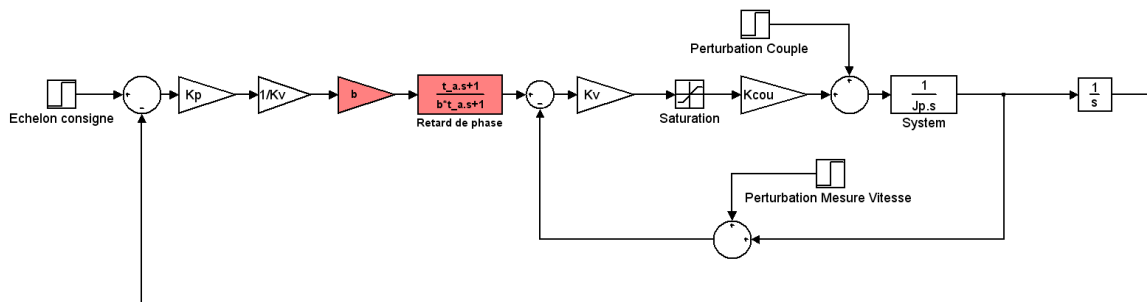
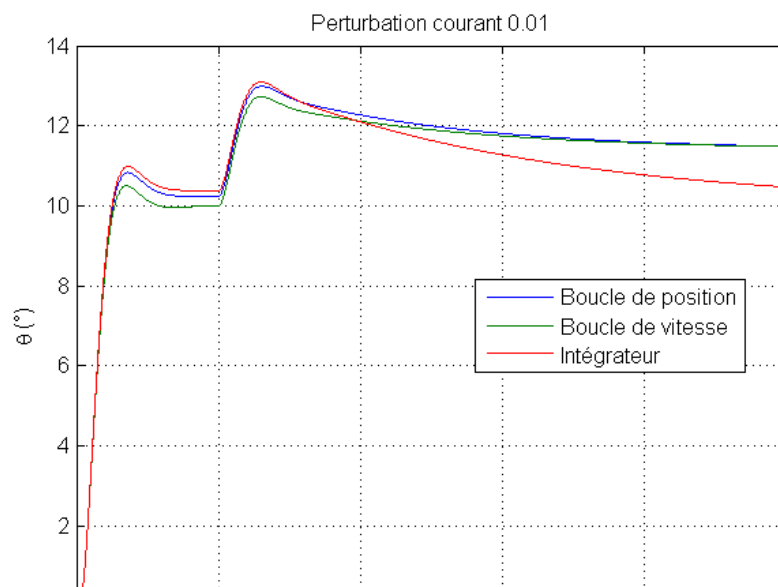


Figure 7 : Correcteur à Retard de phase dans la boucle de position

Pour comparer les deux solutions, on étudie l'influence d'une perturbation sur la réponse du système bouclé. On peut par exemple calculer le transfert entre la position et une perturbation additive sur la mesure de vitesse :

Position du correcteur	Transfert Gain statique	
Boucle de vitesse		
Boucle de position		

Les deux positions du correcteur permettent de bien contrer une perturbation en couple sur le système (Figure 4). Toutefois, le correcteur positionné dans la boucle de position permet aussi de réduire l'influence d'une perturbation dans la mesure de la vitesse (Figure 5).



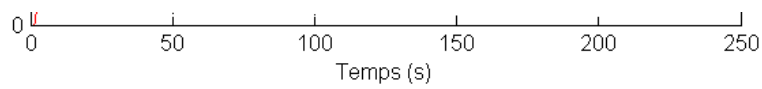


Figure 8 :Effets d'une perturbation en couple

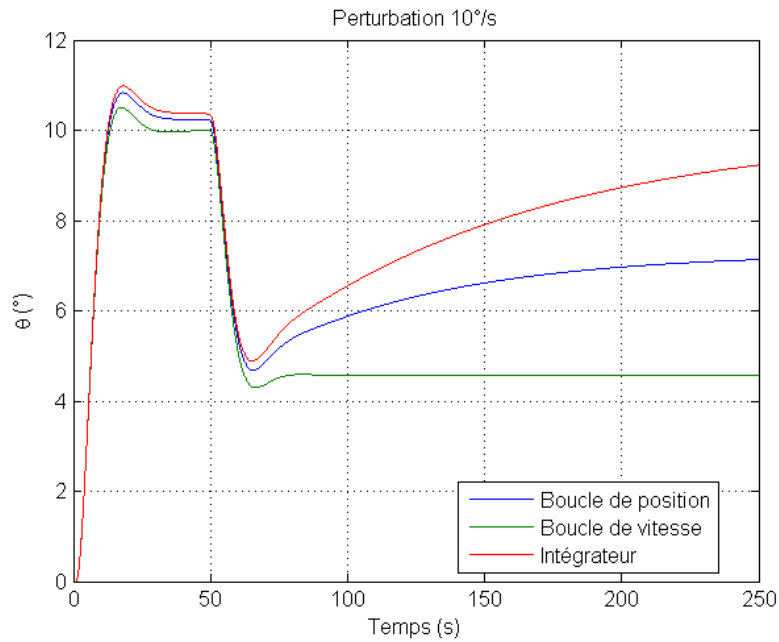


Figure 9 : Effet d'une perturbation en vitesse

Une troisième solution a été testée : un intégrateur (Figure 6). Cela va au-delà du cahier des charges puisqu'elle permet d'annuler tout le temps l'erreur statique. Le gain intégral est réglé aussi par placement de pôle : le système est augmenté d'un troisième état qui correspond à l'intégrateur. Le retour sur cet état nous donne un degré de liberté qui nous permet de conserver la dynamique choisie précédemment et de lui adjoindre un pôle réelle proche de 0.

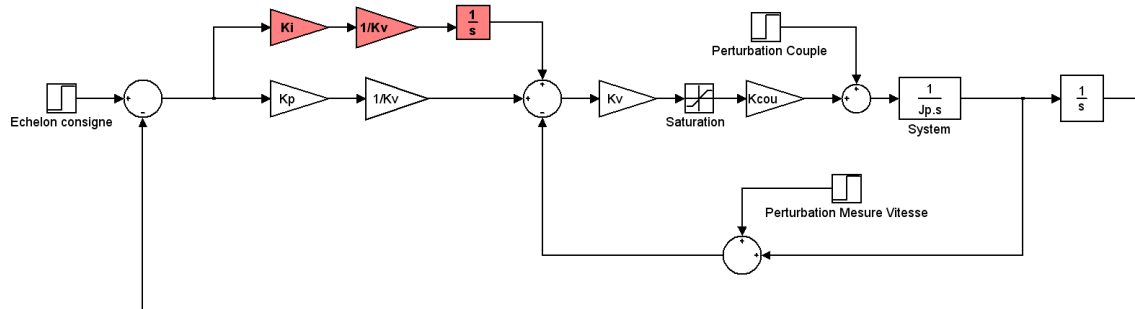
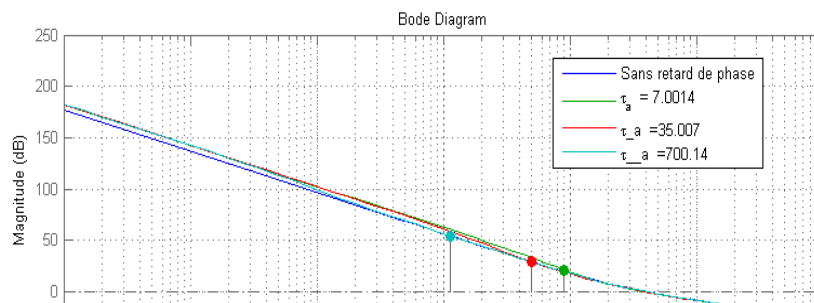


Figure 10 : Loi avec intégrateur

Enfin, on s'intéresse aux marges que nous garantissent ces lois. On calcul donc le transfert de la boucle ouverte au niveau de la commande qui rentre dans le système.



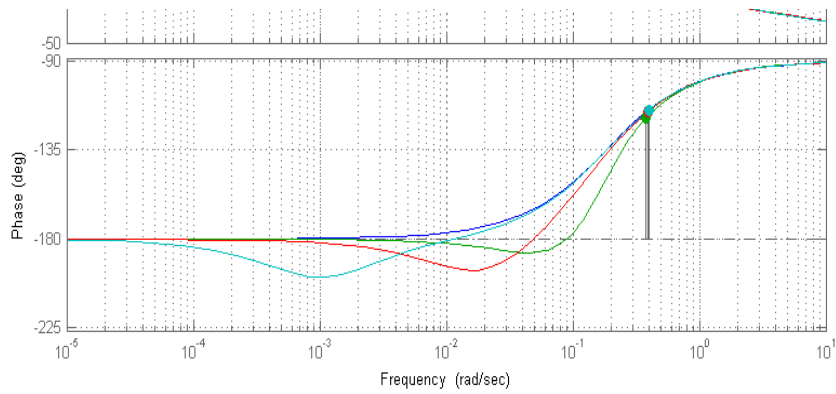


Figure 11 : Marges en fonction de réglage du correcteur

Loi 3 : Retour de position uniquement

Le but de cette loi est de pouvoir effectuer un contrôle du système en se passant de l'information « vitesse angulaire » et donc d'un capteur. Afin de rendre le système stable il faut donc ajouter un correcteur à avance de phase.

La contrainte majeure est la marge de phase, qu'on souhaite placer à 45° . Compte-tenu de la nature du modèle, la phase du système est constante à -180° . Le paramètre a ne dépend donc que de la marge de gain, soit :

Vient ensuite le réglage du gain, conditionné par la saturation en ampérage du système. La valeur du signal de commande étant maximale à $t=0$, on a :

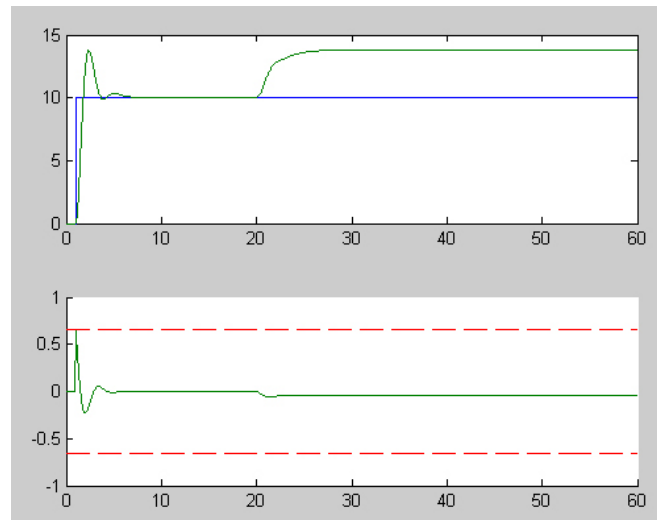
On souhaite que le correcteur soit placé sur la fréquence de coupure (respect du critère de la marge) :

En valeur numérique, cela définit le correcteur suivant :

Le correcteur obtenu a une marge de gain infinie et une marge de phase de 40° . La différence par rapport à l'objectif de 45° provient du fait que l'ajout du correcteur décale légèrement la fréquence de coupure du signal et donc le maximum de phase n'est pas ajouté exactement à la fréquence de coupure. Nous nous sommes satisfaits des 40° de marge pour la suite.

La réponse du système à un échelon ainsi que sa réaction à une perturbation sont représentés

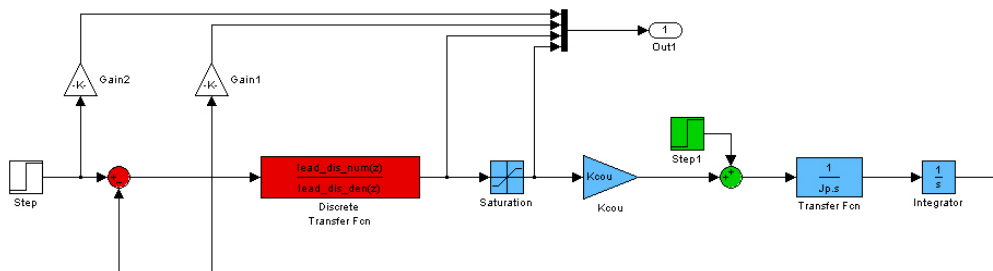
ci-après :



Le niveau de commande reste donc en dessous des limites de la saturation. Le temps de réponse est de 8 secondes environ, la réponse indicielle présente un dépassement assez fort. La perturbation entraîne une erreur non négligeable. Ce comportement sera amélioré avec la loi 4.

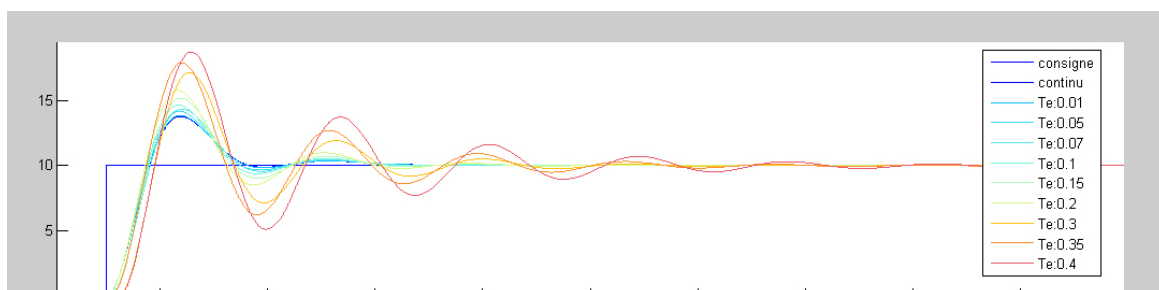
Discrétisation de la loi

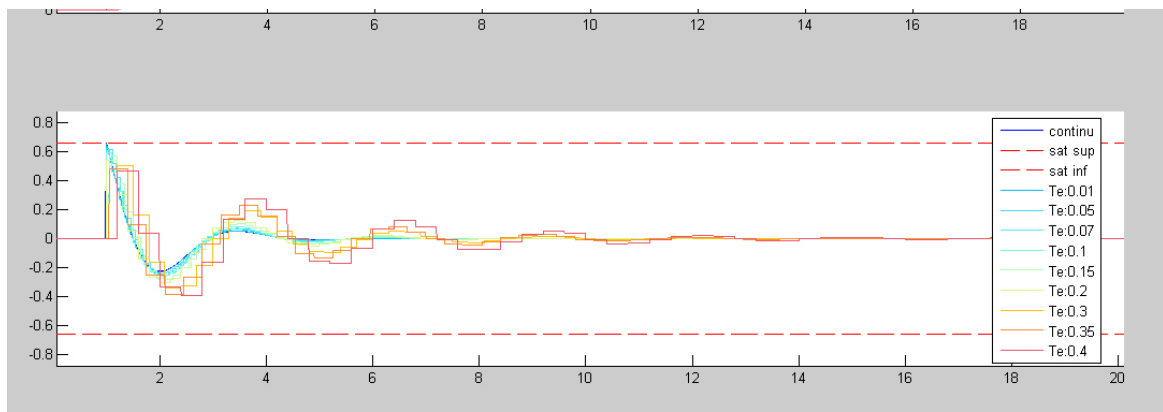
Afin de nous intéresser aux effets de la discrétisation de la loi, nous modélisons maintenant le système comme suit :



Il est alors possible de régler la fréquence de rafraichissement de la loi de commande en modifiant les propriétés du bloc « fonction de transfert discrète ». La fonction de transfert est calculé grâce à la fonction « c2d » de Matlab, en utilisant la méthode de Tustin. La loi obtenue pour une fréquence d'échantillonnage de 10Hz est la suivante :

L'évolution de la réponse en fonction de la fréquence d'échantillonnage est donnée ci-dessous :





Comme attendu, plus la fréquence d'échantillonnage est rapide et plus le comportement est proche de celui du système continu. Cependant le système est toujours stable. Les oscillations deviennent très gênantes pour une période d'échantillonnage de 0,6s environ.

Loi 4 : Retour de Position cumulé avec un correcteur à retard de phase

L'objectif, par rapport à la loi 3 est d'améliorer la précision. On ambitionne de diviser par deux l'erreur en régime permanent après perturbation. La fonction obtenue est la suivante :

Le correcteur calculé pour la loi 3 reproduisant le comportement du système dans le cas où l'on dispose aussi de la mesure de vitesse, on peut directement adjoindre au réglage le correcteur de la Loi 2. On en rappelle ci-après les valeurs numériques :

On donne ci-après les courbes illustrant les résultats de ce réglage. A titre de comparaison, la courbe noire est issue du réglage de la Loi 3, tandis que la bleue est générée après correction par un retard de phase. Les pointillés rouge symbolisent la saturation de l'ampérage à 0,66 A, pour vérification.

