

Правила дифференцирования и таблица производных

Обычно при нахождении производных сначала используются правила дифференцирования, а затем – таблица производных элементарных функций

Правила дифференцирования:

- 1) $(Cu)' = Cu'$, где C – постоянное число
– константу можно вынести за знак производной;
- 2) $(u + v)' = u' + v'$ – правило дифференцирования суммы;
- Правила №№1,2 часто называют *свойством линейности* производной.
- 3) $(uv)' = u'v + uv'$ – правило дифференцирования произведения;
- 4) $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ – правило дифференцирования частного;
- 5) $(u(v))' = u'(v) \cdot v'$ – дифференцирование сложной функции.

Таблица производных:

$(C)' = 0$, где C – постоянное число;
$(x^n)' = nx^{n-1}$, в частности: $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$, $(x)' = 1$, $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$ Следует обратить внимание, что производная степенной функции – это самая «ходовая» вещь на практике. Любой радикал (корень), например $\sqrt[3]{x^5}$, $\frac{1}{\sqrt[7]{x^2}}$, $\frac{1}{x^5}$, $\sqrt{(4x-7)^3}$, нужно представить в виде $x^{\frac{a}{b}}$ для применения формулы $(x^n)' = nx^{n-1}$ (как представить – см. Приложение Полезные формулы).
Производная логарифмическая и показательной функции: $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$, в частности $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ $(a^x)' = a^x \ln a$, в частности $(e^x)' = e^x$

Производные тригонометрических функций:

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

Производные обратных тригонометрических функций:

$$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

$$(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$$

$$(\operatorname{arcsin} x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\operatorname{arccos} x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

Производные гиперболических функций:

$$(\operatorname{sh} x)' = \operatorname{ch} x$$

$$(\operatorname{ch} x)' = \operatorname{sh} x$$

$$(\operatorname{th} x)' = \frac{1}{\operatorname{ch}^2 x}$$

$$(\operatorname{cth} x)' = -\frac{1}{\operatorname{sh}^2 x}$$