Горячие школьные формулы

I) Формулы сокращенного умножения

1) Разность квадратов
$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

2) Квадрат суммы и квадрат разности
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

3) Сумма и разность кубов:
$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

4) Куб суммы и разности
$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

II) Решение квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$

Сначала находим дискриминант:
$D = b^2 - 4ac$

1) Если $D > 0$, то уравнение имеет два действительных корня:
$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a},\quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$$

2) Если $D = 0$, то уравнение имеет два совпавших действительных корня:
$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$$

3) Если $D < 0$, то уравнение имеет два сопряженных комплексных корня.
Подробная информация есть в статье «Комплексные числа для чайников»:
http://mathprofi.ru/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov.html

Практическим критерием правильности вычислений является тот факт, что у вас получился «хороший» дискриминант с извлечением корня нацело, например:

$D = 36$ и $\sqrt{D} = \sqrt{16} = 4$, а вот $D = 17$ – не есть здОрово – скорее всего, вы допустили ошибку, либо в условии задачи опечатка. Хотя может так оно и должно быть.

Справедливо следующее разложение квадратного трехчлена на множители:
$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Решение квадратного уравнения – одно из самых распространённых действий в ходе выполнения различных задач высшей математики.

III) Упрощение многоэтажных дробей

1) Дробь $\frac{a}{b}$ делится на число c. $\dfrac{\frac{a}{b}}{c} = \dfrac{a}{b \cdot c}$	2) Число a делится на дробь $\frac{b}{c}$. $\dfrac{a}{\frac{b}{c}} = \dfrac{a \cdot c}{b}$
3) Дробь $\frac{a}{b}$ делится на дробь $\frac{c}{d}$. $\dfrac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \dfrac{a \cdot d}{b \cdot c}$	Все три правила применимы и справа налево, то есть из двухэтажной дроби можно искусственно сделать трёх- или четырёхэтажную дробь

IV) Действия со степенями

В качестве основания степени снова возьмем всеми любимую букву x.

Надеюсь, что вы помните:

$$\frac{1}{x^a} = x^{-a}$$

$x^a \cdot x^b = x^{a+b}$, в частности: $\dfrac{x^a}{x^b} = x^a \cdot x^{-b} = x^{a-b}$

$$(x^a)^b = x^{a \cdot b}$$

Разумеется, правила работают и в обратном порядке.

Очень важно знать: $\sqrt[b]{x^a} = x^{\frac{a}{b}}$, собственно, это не действие и не правило, а просто две записи ОДНОГО И ТОГО ЖЕ. **В таком виде (правая часть) часто записываются радикалы (корни) в процессе нахождения производных, интегралов и т.д.**

Пример:

$$\frac{1}{\sqrt[7]{(x+\cos 3x)^4}} = \frac{1}{(x+\cos 3x)^{\frac{4}{7}}} = (x+\cos 3x)^{-\frac{4}{7}}$$

Все три выражения – это **одно и то же**, просто запись разная.

V) Немного о логарифмах

Основное логарифмическое тождество:

$b = a^{\log_a b}$, в частности: $b = e^{\ln b}$

Некоторые важные свойства:

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b$$
$$\ln\frac{a}{b} = \ln a - \ln b$$
$$\ln b^a = a\ln b$$

Пример:

$$\ln\sqrt[3]{\left(\frac{x-3}{2x+5}\right)^2} = \ln\left(\frac{x-3}{2x+5}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3}\ln\left(\frac{x-3}{2x+5}\right) = \frac{2}{3}\left(\ln(x-3) - \ln(2x+5)\right)$$

Все четыре выражения – записи одного и того же.