选择公理 (Axiom of Choice, AC)

对任一族非空集合 $\mathcal{C}$，存在选择函数 $f: \mathcal{C} \to \bigcup \mathcal{C}$ s.t.

$$f(C) \in C$$

佐恩引理 (Zorn's Lemma)

若偏序集 P 的每条全序子集都有上界，则 P 至少有一个极大元

良序原理 (Well-ordering Principle)

任意集合都可以被良序化，即其上存在一个全序关系，使得每个非空子集都有最小元.

超限归纳法 (Transfinite Induction)

设 $P(\alpha)$ 是一个关于序数 α 的一个命题，若:

1. $P(0)$ 成立
2. $P(\alpha)$ 成立，则 $P(\alpha+1)$ 成立
3. $P(\beta)$ 对 $\beta < \lambda$ (λ 为极限序数) 都成立，则 $P(\lambda)$ 成立

Lemma.

(B) 任意线性空间都有基

(MC) $\forall$ 不包含空集的集合上都有"多重选择函数"

即 $\forall\ \emptyset \notin X$，$\exists$ 选择函数 c s.t. $\forall\ x\in X$，$c(x)\subseteq x$ 非空有限

(P) 任何偏序集都有极大反链

即 $(P,<)$ 偏序集，$\exists\ M\subset P$

s.t. M 中两元素不可比且 $\forall\ M\subsetneq N\subset P$，$\exists$ 两元素 $\in N$ 可比

(W1) $\forall$ 全序集可良序化

(W2) $\forall$ 可良序化的集合的幂集可良序化

(WO) $\forall$ 集合可良序化

Theorem.

X 是集合，X 可良序化 $\Leftrightarrow$ $B(X)-\{\emptyset\}$ 上存在选择函数