

连续性 子空间



映射的连续性

$f: (X, T_X) \rightarrow (Y, T_Y)$ f 在 $U_x \in T_X \cap P(x)$ 上连续

$$\Leftrightarrow \forall U_y \in T_Y \cdot f^{-1}[U_y] \cap U_x \in T_X$$

映射在某点的极限

$q \in Y$ 是 f 在 $p \in X$ 的极限 $\Leftrightarrow \forall N_q \exists N_p$ s.t. $f(N_p \setminus \{p\}) \subseteq N_q$

子空间

(X, T) $S \subseteq X$ S 上的子空间拓扑是

$$T_S = \{S \cap U : U \in T\}$$

(S, T_S) 为 (X, T) 的一个子空间

子空间度量

(X, ρ_X) $S \subseteq X$ S 上的子空间度量

$$\rho_S: S \times S \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$$

$$\rho_S = \{(\langle x, y \rangle, \rho_X(x, y)) : x, y \in S\}$$

同胚映射

f 同胚 $\Leftrightarrow f$ 双射
 f, f^{-1} 连续

记作 $X \cong Y$

拓扑性质

X, Y 同胚 (X, T_X) 的某-性质是拓扑性质 $\Leftrightarrow Y$ 有相同性质

投影

π 为一族合族 $M = \pi \pi$ π 在 X 上的投影为
 $p_x: M \rightarrow X: x \in M \rightarrow x_x$

乘积空间

(X_i, T_i) 为一族拓扑空间

$$X = \prod_{i \in I} X_i$$

且 T 为 X 上一个拓扑 T 为乘积拓扑 \Leftrightarrow

$$U \in T \quad U = \bigcap p_i^{-1}[U_i] \quad U_i \in T_i$$

where $p_i: X \rightarrow X_i$ 是 X 在 X_i 的投影

(X, T) 为乘积空间 (X_i, T_i) 为因子空间 T_i 为因子拓扑

商集

$R \subseteq X \times X$ 为 X 上的等价关系 对于 $\forall x \in X$, 用 $[x]_R$ 表示其等价类
即 $[x]_R = \{y \in X: (x, y) \in R\}$

由 R 自 X 的商集为:

$$X/R = \{[x]_R: x \in X\}$$

商映射

$$\Leftrightarrow q_R: X \rightarrow X/R: x \mapsto [x]_R$$

商空间

X/R 上的商拓扑为

$$\tau_R = \{ U \subseteq X/R : q_R^{-1}(U) \in \tau \}$$

$(X/R, \tau_R)$ 为一个商空间