

---

---

---

---

---



$n \times n$  方格 输入  $n$  个不同数字. 上至下, 左至右不减

求 同值共边  $K$  最小值:

Solution:

$n = 2, 3, 4, 5$  时的构造

$n = 2$

```

1 | 1
1 2
    
```

$n = 3$

```

1 | 1 2
1 2 3
2 3 | 3
    
```

$n = 4$

```

1 | 1 1 2
1 | 1 2 3
1 2 3 | 4
2 3 4 | 4
    
```

$n = 5$

```

1 | 1 1 2 3
1 | 1 2 3 4
1 2 3 4 | 4
2 3 4 | 4 | 4
3 4 | 4 | 4 | 4
    
```

$$\left. \begin{array}{l} n \text{ 为偶数时 } K = \frac{n^2}{2} \\ n \text{ 为奇数时 } K = \frac{n^2-1}{2} \end{array} \right\} \text{ 即 } K = \left\lfloor \frac{n^2}{2} \right\rfloor$$

对于最左一列与最下一行的并集, 共有  $(n-1) \times 2$  个共边  
 由于单调性 +  $n$  个不同数字, 最多有  $(n-1)$  个非同值共边  
 最少有  $(n-1)$  个同值共边

例)

$t_1$  个       $t_2$  个       $t_3$  个       $t_4$  个      ...       $t_n$  个  
 1            2            3            4      ...       $n$

其中  $t_1, t_n \neq 0$ ,  $t_2 \dots t_{n-1}$  可为 0,

非同值共边仅在数字变换时出现

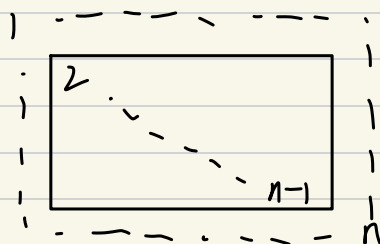
## 归纳法尝试

若除最上最下行、最左最右列外 不再有 1 & n.

如图删去外围行列. 将内部数字统一减 1, 可引用归纳假设

$$L(n-2) \rightarrow L(n)$$

$$\left\lfloor \frac{(n-2)^2}{2} \right\rfloor + 2(n-1) \rightarrow \left\lfloor \frac{n^2}{2} \right\rfloor$$



## 调整法 解决红色假设

希望在尽可能不改变同数共边数量的情况下

去除所有不符合要求的 1 & n

对于 1: 将如此 1 改为 2

1 上方左方必为 1,

至少减少 2 个同数共边, 至多增加 2 个同数共边, 符合题意

要求: 1 下方右方不再有 1, 因此要求先处理最下最右的 1.

重复执行以上操作. 后因为 归纳假设

□.