39讲回溯算法：从电影《蝴蝶效应》中学习回溯算法的核心思想

我们在第31节提到，深度优先搜索算法利用的是回溯算法思想。这个算法思想非常简单，但是应用却非常广泛。它除了用来指导像深度优先搜索这种经典的算法设计之外，还可以用在很多实际的软件开发场景中，比如正则表达式匹配、编译原理中的语法分析等。

除此之外，很多经典的数学问题都可以用回溯算法解决，比如数独、八皇后、0-1背包、图的着色、旅行商问题、全排列等等。既然应用如此广泛，我们今天就来学习一下这个算法思想，看看它是如何指导我们解决问题的。

如何理解“回溯算法”？

在我们的一生中，会遇到很多重要的岔路口。在岔路口上，每个选择都会影响我们今后的人生。有的人在每个岔路口都能做出最正确的选择，最后生活、事业都达到了一个很高的高度；而有的人一路选错，最后碌碌无为。如果人生可以量化，那如何才能在岔路口做出最正确的选择，让自己的人生“最优”呢？

我们可以借助前面学过的贪心算法，在每次面对岔路口的时候，都做出看起来最优的选择，期望这一组选择可以使得我们的人生达到“最优”。但是，我们前面也讲过，贪心算法并不一定能得到最优解。那有没有什么办法能得到最优解呢？

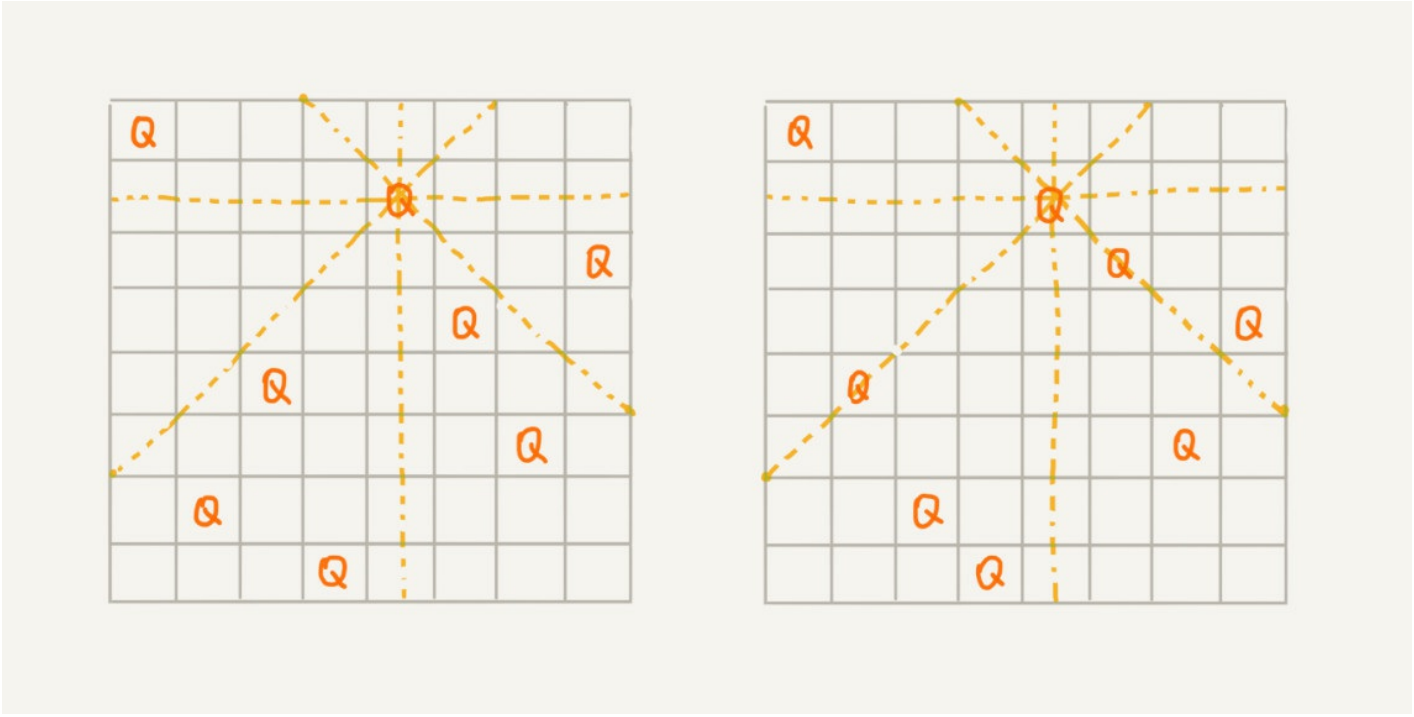
2004年上映了一部非常著名的电影《蝴蝶效应》，讲的就是主人公为了达到自己的目标，一直通过回溯的方法，回到童年，在关键的岔路口，重新做选择。当然，这只是科幻电影，我们的人生是无法倒退的，但是这其中蕴含的思想其实就是回溯算法。

笼统地讲，回溯算法很多时候都应用在“搜索”这类问题上。不过这里说的搜索，并不是狭义的指我们前面讲过的图的搜索算法，而是在一组可能的解中，搜索满足期望的解。

回溯的处理思想，有点类似枚举搜索。我们枚举所有的解，找到满足期望的解。为了有规律地枚举所有可能的解，避免遗漏和重复，我们把问题求解的过程分为多个阶段。每个阶段，我们都会面对一个岔路口，我们先随意选一条路走，当发现这条路走不通的时候（不符合期望的解），就回退到上一个岔路口，另选一种走法继续走。

理论的东西还是过于抽象，老规矩，我还是举例说明一下。我举一个经典的回溯例子，我想你可能已经猜到了，那就是八皇后问题。

我们有一个8x8的棋盘，希望往里放8个棋子（皇后），每个棋子所在的行、列、对角线都不能有另一个棋子。你可以看我画的图，第一幅图是满足条件的一种方法，第二幅图是不满足条件的。八皇后问题就是期望找到所有满足这种要求的放棋子方式。



我们把这个问题划分成8个阶段，依次将8个棋子放到第一行、第二行、第三行……第八行。在放置的过程中，我们不停地检查当前的方法，是否满足要求。如果满足，则跳到下一行继续放置棋子；如果不满足，那就再换一种方法，继续尝试。

回溯算法非常适合用递归代码实现，所以，我把八皇后的算法翻译成代码。我在代码里添加了详细的注释，你可以对比着看下。如果你之前没有接触过八皇后问题，建议你自己用熟悉的编程语言实现一遍，这对你理解回溯思想非常有帮助。

```
int[] result = new int[8];//全局或成员变量,下标表示行,值表示queen存储在哪一列
public void cal8queens(int row) { // 调用方式：cal8queens(0);
  if (row == 8) { // 8个棋子都放置好了，打印结果
    printQueens(result);
    return; // 8行棋子都放好了，已经没法再往下递归了，所以就return
  }
  for (int column = 0; column < 8; ++column) { // 每一行都有8中放法
    if (isOk(row, column)) { // 有些放法不满足要求
      result[row] = column; // 第row行的棋子放到了column列
      cal8queens(row+1); // 考察下一行
    }
  }
}

private boolean isOk(int row, int column) {//判断row行column列放置是否合适
  int leftup = column - 1, rightup = column + 1;
  for (int i = row-1; i >= 0; --i) { // 逐行往上考察每一行
    if (result[i] == column) return false; // 第i行的column列有棋子吗?
    if (leftup >= 0) { // 考察左上对角线：第i行leftup列有棋子吗?
      if (result[i] == leftup) return false;
    }
    if (rightup < 8) { // 考察右上对角线：第i行rightup列有棋子吗?
      if (result[i] == rightup) return false;
    }
    --leftup; ++rightup;
  }
  return true;
}

private void printQueens(int[] result) { // 打印出一个二维矩阵
  for (int row = 0; row < 8; ++row) {
    for (int column = 0; column < 8; ++column) {
      if (result[row] == column) System.out.print("Q ");
      else System.out.print("* ");
    }
    System.out.println();
  }
  System.out.println();
}
```

两个回溯算法的经典应用

回溯算法的理论知识很容易弄懂。不过，对于新手来说，比较难的是用递归来实现。所以，我们再通过两个例子，来练习一下

回溯算法的应用和实现。

1.0-1背包

0-1背包是非常经典的算法问题，很多场景都可以抽象成这个问题模型。这个问题的经典解法是动态规划，不过还有一种简单但没有那么高效的解法，那就是今天讲的回溯算法。动态规划的解法我下一节再讲，我们先来看下，如何用回溯法解决这个问题。

0-1背包问题有很多变体，我这里介绍一种比较基础的。我们有一个背包，背包总的承载重量是Wkg。现在我们有n个物品，每个物品的重量不等，并且不可分割。我们现在期望选择几件物品，装载到背包中。在不超过背包所能装载重量的前提下，如何让背包中物品的总重量最大?

实际上，背包问题我们在贪心算法那一节，已经讲过一个了，不过那里讲的物品是可以分割的，我可以装某个物品的一部分到背包里面。今天讲的这个背包问题，物品是不可分割的，要么装要么不装，所以叫0-1背包问题。显然，这个问题已经无法通过贪心算法来解决了。我们现在来看看，用回溯算法如何来解决。

对于每个物品来说，都有两种选择，装进背包或者不装进背包。对于n个物品来说，总的装法就有2^n种，去掉总重量超过Wkg的，从剩下的装法中选择总重量最接近Wkg的。不过，我们如何才能不重复地穷举出这2^n种装法呢?

这里就可以用回溯的方法。我们可以把物品依次排列，整个问题就分解为了n个阶段，每个阶段对应一个物品怎么选择。先对第一个物品进行处理，选择装进去或者不装进去，然后再递归地处理剩下的物品。描述起来很费劲，我们直接看代码，反而会更加清晰一些。

这里还稍微用到了一点搜索剪枝的技巧，就是当发现已经选择的物品的重量超过Wkg之后，我们就停止继续探测剩下的物品。你可以看我写的具体的代码。

```
public int maxW = Integer.MIN_VALUE; //存储背包中物品总重量的最大值
// cw表示当前已经装进去的物品的重量和；i表示考察到哪个物品了；
// w背包重量；items表示每个物品的重量；n表示物品个数
// 假设背包可承受重量100，物品个数10，物品重量存储在数组a中，那可以这样调用函数：
// f(0, 0, a, 10, 100)
public void f(int i, int cw, int[] items, int n, int w) {
  if (cw == w || i == n) { // cw==w表示装满了;i==n表示已经考察完所有的物品
    if (cw > maxW) maxW = cw;
    return;
  }
  f(i+1, cw, items, n, w);
  if (cw + items[i] <= w) {// 已经超过可以背包承受的重量的时候，就不要再装了
    f(i+1,cw + items[i], items, n, w);
  }
}
```

2.正则表达式

看懂了0-1背包问题，我们再来看另外一个例子，正则表达式匹配。

对于一个开发工程师来说，正则表达式你应该不陌生吧？在平时的开发中，或多或少都应该用过。实际上，正则表达式里最重要的一种算法思想就是回溯。

正则表达式中，最重要的就是通配符，通配符结合在一起，可以表达非常丰富的语义。为了方便讲解，我假设正表达式中只包含“*”和“?”这两种通配符，并且对这两个通配符的语义稍微做些改变，其中，“*”匹配任意多个（大于等于0个）任意字符，“?”匹配零个或者一个任意字符。基于以上背景假设，我们看下，如何用回溯算法，判断一个给定的文本，能否跟给定的正则表达式匹配?

我们依次考察正则表达式中的每个字符，当是非通配符时，我们就直接跟文本的字符进行匹配，如果相同，则继续往下处理；如果不同，则回溯。

如果遇到特殊字符的时候，我们就有多种处理方式了，也就是所谓的岔路口，比如“*”有多种匹配方案，可以匹配任意个文本串中的字符，我们就先随意的选择一种匹配方案，然后继续考察剩下的字符。如果中途发现无法继续匹配下去了，我们就回到这个岔路口，重新选择一种匹配方案，然后再继续匹配剩下的字符。

有了前面的基础，是不是这个问题就好懂多了呢？我把这个过程翻译成了代码，你可以结合着一块看下，应该有助于你理解。

```
public class Pattern {
  private boolean matched = false;
  private char[] pattern; // 正则表达式
  private int plen; // 正则表达式长度

  public Pattern(char[] pattern, int plen) {
    this.pattern = pattern;
    this.plen = plen;
  }

  public boolean match(char[] text, int tlen) { // 文本串及长度
    matched = false;
    rmatch(0, 0, text, tlen);
    return matched;
  }

  private void rmatch(int ti, int pj, char[] text, int tlen) {
    if (matched) return; // 如果已经匹配了，就不要继续递归了
    if (pj == plen) { // 正则表达式到结尾了
      if (ti == tlen) matched = true; // 文本串也到结尾了
      return;
    }
    if (pattern[pj] == '*') { // *匹配任意个字符
      for (int k = 0; k <= tlen-ti; ++k) {
        rmatch(ti+k, pj+1, text, tlen);
      }
    } else if (pattern[pj] == '?') { // ?匹配0个或者1个字符
      rmatch(ti, pj+1, text, tlen);
      rmatch(ti+1, pj+1, text, tlen);
    } else if (ti < tlen && pattern[pj] == text[ti]) { // 纯字符匹配才行
      rmatch(ti+1, pj+1, text, tlen);
    }
  }
}
```

内容小结

回溯算法的思想非常简单，大部分情况下，都是用来解决广义的搜索问题，也就是，从一组可能的解中，选择出一个满足要求的解。回溯算法非常适合用递归来实现，在实现的过程中，剪枝操作是提高回溯效率的一种技巧。利用剪枝，我们并不需要穷举搜索所有的情况，从而提高搜索效率。

尽管回溯算法的原理非常简单，但是却可以解决很多问题，比如我们开头提到的深度优先搜索、八皇后、0-1背包问题、图的着色、旅行商问题、数独、全排列、正则表达式匹配等等。如果感兴趣的话，你可以自己搜索研究一下，最好还能用代码实现一下。如果这几个问题都能实现的话，你基本就掌握了回溯算法。

课后思考

现在我们对今天讲到的0-1背包问题稍加改造，如果每个物品不仅重量不同，价值也不同。如何在不超过背包重量的情况下，让背包中的总价值最大?

欢迎留言和我分享，也欢迎点击“请朋友读”，把今天的内容分享给你的好友，和他一起讨论、学习。

精选留言

纯洁的憎恶

回溯算法本质上就是枚举，优点在于其类似于摸着石头过河的查找策略，且可以通过剪枝少走冤枉路。它可能适合应用于缺乏规律，或我们还不了解其规律的搜索场景中。

2018-12-24 09:08

作者回复

2018-12-24 18:58

纯洁的憎恶

0-1背包的递归代码里第11行非常巧妙，它借助回溯过程，实现了以每一个可能的物品，作为第一个装入背包的，以尝试所有物品组合。但如果仅按从前向后执行的顺序看，是不太容易发现这一点的。

2018-12-24 19:45

slvher

0-1 背包问题的回溯实现技巧：

第 11 行的递归调用表示不选择当前物品，直接考虑下一个（第 i+1 个），故 cw 不更新

第 13 行的递归调用表示选择了当前物品，故考虑下一个时，cw 通过入参更新为 cw + items[i]

函数入口处的 if 分支表明递归结束条件，并保证 maxW 跟踪所有选择中的最大值

2018-12-24 11:42

spark

看不懂背包问题代码同学，请好好仔细看看下面这句话，再结合代码你就看懂了

我们可以把物品依次排列，整个问题就分解为了 n 个阶段，每个阶段对应一个物品怎么选择。先对第一个物品进行处理，选择装进去或者不装进去，然后再递归地处理剩下的物品。

2019-01-06 12:57

作者回复

2019-01-07 09:52

猫头鹰爱拿铁

总觉得背包问题11行代码应该写在14行后，那个if条件后面。

2018-12-28 09:55

传说中的成大大

今天又读了一遍这个文章,又写一遍八皇后,写的更快，更流畅,背包和正则匹配的代码也理解得更透彻了

2018-12-27 16:51

小美

0-1 背包那个问题，没有地方存放，哪个地方存储选取的数组呢。结果输出在哪？希望老师指导下

2018-12-27 16:29

Kudo

0-1背包python实现：

```
maxW = -1 # tracking the max weight

def backpack(i, cw, items, w):
'''
# i: the ith item, integer
# cw: current weight, integer
# items: python list of item weights
# w: upper limit weight the backpack can load
'''
global maxW

if cw==w or i==len(items): # base case
if cw > maxW:
maxW = cw
return

# There are 2 states, traverse both!!!
backpack(i+1, cw, items, w) # do not choose
if (cw + items[i] <= w):
backpack(i+1, cw+items[i], items, w) # choose

# how to use
items = [2, 2, 4, 6, 3]
backpack(0, 0, items, 10)
print(maxW)
```

2018-12-27 15:08

Kudo

八皇后python实现：

```
result = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]

def cal8queens(row): # 调用方式：cal8queens(0)
if row == 8: # 递归终止条件
printQueens(result) # 打印结果
```

```
print('-' * 20) # 分隔符
return

for col in range(8): # 每行有8种放法，依次遍历
if isOk(row, col): # 放法是否满足要求
result[row] = col # 选择该列
cal8queens(row+1) # 考察下一行

def isOk(row, col):
leftup, rightup = col-1, col+1
for r in range(row-1,-1,-1): # 遍历[row-1，-1)行
if result[r] in [leftup,rightup,col]:
return False
leftup -= 1; rightup += 1
return True

def printQueens(result): # 打印8*8结果
for row in range(8):
for col in range(8):
if result[row] == col:
print('Q', end=' ')
else:
print('*', end=' ')
print() # 换行
```

2018-12-27 13:48

森码

今天正好发现一个算法的示例，大家结合看看，应该能更好的理解https://algorithm-visualizer.org/backtracking/n-queens-problem

2018-12-27 11:38

传说中的成大大

我今天也把8皇后写出来了 虽然是第一次

2018-12-25 20:00

作者回复

写多了你就会发现 这玩意贼简单

2018-12-26 20:10

Monday

8皇后以前提到就觉得难懂，今天硬着头皮去写，竟虽然难还是写出来了。多写多写多写

2018-12-25 08:31

你有资格吗?

打个卡，终于跟上更新进度了

2018-12-24 17:49

siegfried

回溯就是暴力枚举的解法吧？遍历所有情况，当满足情况就停止遍历（剪枝）。

2018-12-24 12:37

作者回复

是的

2018-12-24 18:58

陈子昭czz

背包问题：if (cw > maxW) maxW = cw;这样不是超重了嘛？还有代码里cw一直没有赋值操作啊

2018-12-24 08:33

Alexis何春光

本文里8皇后的例子里回溯算法非常隐蔽，其实是在“result[row] = column;”这一步，每次之前的值都会被替换。个人认为这个链接里的代码更加显式地展现了回溯的过程：https://www.geeksforgeeks.org/n-queen-problem-backtracking-3/ ：

```
if (isSafe(board, i, col))
{
/* Place this queen in board[i][col] */
board[i][col] = 1;

/* recur to place rest of the queens */
if (solveNQUtil(board, col + 1) == true)
return true;

/* If placing queen in board[i][col]
doesn't lead to a solution then
remove queen from board[i][col] */
board[i][col] = 0; // BACKTRACK
}
```

2019-01-12 05:21

Alexis何春光

8皇后代码cal8queens方法中一开始就检查if (row == 8) 是否应该把8改成9？不然之前刚刚做了7行，最后一行还没有检查呢？

2019-01-12 05:05

Geek_987169

老师，这中类型的题有时候跟着感觉也就写出来了，运行也ok，但是不知道为什么对，老师你有这种感觉吗？

2019-01-10 20:50

wcf

第11行用于产生序列n-1，n-2，...i

2019-01-10 07:56

zj

八皇这个问题，我之前是只算出一个解吧，满足就返回

2019-01-08 17:10