

11讲排序（上）：为什么插入排序比冒泡排序更受欢迎



排序对于任何一个程序员来说，可能都不会陌生。你学的第一个算法，可能就是排序。大部分编程语言中，也都提供了排序函数。在平常的项目中，我们也经常会用到排序。排序非常重要，所以我会花多一点时间来详细讲一讲经典的排序算法。

排序算法太多了，有很多可能你连名字都没听说过，比如猴子排序、睡眠排序、面条排序等。我只讲众多排序算法中的一小撮，也是最经典的、最常用的：冒泡排序、插入排序、选择排序、归并排序、快速排序、计数排序、基数排序、桶排序。我按照时间复杂度把它们分成了三类，分三节课来讲解。

更多课程请加
QQ1046877154，微信
loveu_110获取

章节	排序算法	时间复杂度	是否基于比较
11	冒泡、插入、选择	$O(n^2)$	✓
12	快排、归并	$O(n \lg n)$	✓
13	桶计数、基数	$O(n)$	✗

带着问题去学习，是最有效的学习方法。所以按照惯例，我还是先给你一个思考题：**插入排序和冒泡排序的时间复杂度相同，都是 $O(n^2)$ ，在实际的软件开发里，为什么我们更倾向于使用插入排序算法而不是冒泡排序算法呢？**

你可以先思考一两分钟，带着这个问题，我们开始今天的内容！

如何分析一个“排序算法”？

学习排序算法，我们除了学习它的算法原理、代码实现之外，更重要的是要学会如何评价、分析一个排序算法。那分析一个排序算法，要从哪几个方面入手呢？

排序算法的执行效率

对于排序算法执行效率的分析，我们一般会从这几个方面来衡量：

1. 最好情况、最坏情况、平均情况时间复杂度

我们在分析排序算法的时间复杂度时，要分别给出最好情况、最坏情况、平均情况下的时间复杂度。除此之外，你还要说出最好、最坏时间复杂度对应的要排序的原始数据是什么样的。

为什么要区分这三种时间复杂度呢？第一，有些排序算法会区分，为了好对比，所以我们最好都做一下区分。第二，对于要排序的数据，有的接近有序，有的完全无序。有序度不同的数据，对于排序的执行时间肯定是有影响的，我们要知道排序算法在不同数据下的性能表现。

2. 时间复杂度的系数、常数、低阶

我们知道，时间复杂度反应的是数据规模 n 很大的时候的一个增长趋势，所以它表示的时候会忽略系数、常数、低阶。但是实际的软件开发中，我们排序的可能是10个、100个、1000个这样规模很小的数据，所以，在对同一阶时间复杂度的排序算法性能对比的时候，我们就要把系数、常数、低阶也考虑进来。

3.比较次数和交换（或移动）次数

这一节和下一节讲的都是基于比较的排序算法。基于比较的排序算法的执行过程，会涉及两种操作，一种是元素比较大小，另一种是元素交换或移动。所以，如果我们在分析排序算法的执行效率的时候，应该把比较次数和交换（或移动）次数也考虑进去。

排序算法的内存消耗

我们前面讲过，算法的内存消耗可以通过空间复杂度来衡量，排序算法也不例外。不过，针对排序算法的空间复杂度，我们还引入了一个新的概念，**原地排序**（Sorted in place）。原地排序算法，就是特指空间复杂度是 $O(1)$ 的排序算法。我们今天讲的三种排序算法，都是原地排序算法。

排序算法的稳定性

仅仅用执行效率和内存消耗来衡量排序算法的好坏是不够的。针对排序算法，我们还有一个重要的度量指标，**稳定性**。这个概念是说，如果待排序的序列中存在值相等的元素，经过排序之后，相等元素之间原有的先后顺序不变。

我通过一个例子来解释一下。比如我们有一组数据2, 9, 3, 4, 8, 3，按照大小排序之后就是2, 3, 3, 4, 8, 9。

这组数据里有两个3。经过某种排序算法排序之后，如果两个3的前后顺序没有改变，那我们就把这种排序算法叫作**稳定的排序算法**；如果前后顺序发生变化，那对应的排序算法就叫作**不稳定的排序算法**。

你可能要问了，两个3哪个在前，哪个在后有什么关系啊，稳不稳定又有什么关系呢？为什么要考察排序算法的稳定性呢？

很多数据结构和算法课程，在讲排序的时候，都是用整数来举例，但在真正软件开发中，我们要排序的往往不是单纯的整数，而是一组对象，我们需要按照对象的某个key来排序。

比如说，我们现在要给电商交易系统里的“订单”排序。订单有两个属性，一个是下单时间，另一个是订单金额。如果我们现在有10万条订单数据，我们希望按照金额从小到大对订单数据排序。对于金额相同的订单，我们希望按照下单时间从早到晚有序。对于这样一个排序需求，我们怎么做呢？

最先想到的方法是：我们先按照金额对订单数据进行排序，然后，再遍历排序之后的订单数据，对于每个金额相同的小区间再按照下单时间排序。这种排序思路理解起来不难，但是实现起来会很复杂。

借助稳定排序算法，这个问题可以非常简洁地解决。解决思路是这样的：我们先按照下单时间给订单排序，注意是按照下单时间，不是金额。排序完成之后，我们用稳定排序算法，按照订单金额重新排序。两遍排序之后，我们得到的订单数据就是按照金额从小到大排序，金额相同的订单按照下单时间从早到晚排序的。为什么呢？

稳定排序算法可以保持金额相同的两个对象，在排序之后的前后顺序不变。第一次排序之后，所有的订单按照下单时间从早到晚有序了。在第二次排序中，我们用的是稳定的排序算法，所以经过第二次排序之后，相同金额的订单仍然保持下单时间从早到晚有序。

按下单时间有序

ID	下单时间	金额
1	2018-9-3 15:06:07	50
2	<u>2018-9-3 16:08:10</u>	<u>30</u>
3	2018-9-3 18:01:33	40
4	<u>2018-9-3 20:23:31</u>	<u>30</u>
5	<u>2018-9-3 22:15:13</u>	<u>30</u>
6	2018-9-4 05:07:33	60

按金额重新排序

ID	下单时间	金额
1	<u>2018-9-3 16:08:10</u>	<u>30</u>
2	<u>2018-9-3 20:23:31</u>	<u>30</u>
3	<u>2018-9-3 22:15:13</u>	<u>30</u>
4	2018-9-3 18:01:33	40
5	2018-9-3 15:06:07	50
6	2018-9-4 05:07:33	60

冒泡排序 (Bubble Sort)

我们从冒泡排序开始，学习今天的三种排序算法。

冒泡排序只会操作相邻的两个数据。每次冒泡操作都会对相邻的两个元素进行比较，看是否满足大小关系要求。如果不满足就让它俩互换。一次冒泡会让至少一个元素移动到它应该在的位置，重复n次，就完成了n个数据的排序工作。

我用一个例子，带你看看冒泡排序的整个过程。我们要对一组数据4，5，6，3，2，1，从小到大进行排序。第一次冒泡操作的详细过程就是这样：

$a[5]$	1	1	1	1	1	6
$a[4]$	2	2	2	2	6	1
$a[3]$	3	3	3	6	2	2
$a[2]$	6	6	6	3	3	3
$a[1]$	5	5	5	5	5	5
$a[0]$	4	4	4	4	4	4

可以看出，经过一次冒泡操作之后，6这个元素已经存储在正确的位置上。要想完成所有数据的排序，我们只要进行6次这样的冒泡操作就行了。

冒泡次数

冒泡后的结果

初始状态

4 5 6 3 2 1

第1次冒泡

4 5 3 2 1 6

第2次冒泡

4 3 2 1 5 6

第3次冒泡

3 2 1 4 5 6

第4次冒泡

2 1 3 4 5 6

第5次冒泡

1 2 3 4 5 6

第6次冒泡

1 2 3 4 5 6

实际上，刚讲的冒泡过程还可以优化。当某次冒泡操作已经没有数据交换时，说明已经达到完全有序，不用再继续执行后续的冒泡操作。我这里还有另外一个例子，这里面给6个元素排序，只需要4次冒泡操作就可以了。

冒泡次数

冒泡后结果

是否有数据交换

初始状态

3 5 4 1 2 6

—

第1次冒泡

3 4 1 2 5 6

有

第2次冒泡

3 1 2 4 5 6

有

第3次冒泡

1 2 3 4 5 6

有

第4次冒泡

1 2 3 4 5 6

无，结束排序操作

冒泡排序算法的原理比较容易理解，具体的代码我贴到下面，你可以结合着代码来看我前面讲的原理。

```
// 冒泡排序，a表示数组，n表示数组大小
public void bubbleSort(int[] a, int n) {
    if (n <= 1) return;

    for (int i = 0; i < n; ++i) {
        // 提前退出冒泡循环的标志位
        boolean flag = false;
        for (int j = 0; j < n - i - 1; ++j) {
            if (a[j] > a[j+1]) { // 交换
                int tmp = a[j];
                a[j] = a[j+1];
                a[j+1] = tmp;
                flag = true; // 表示有数据交换
            }
        }
        if (!flag) break; // 没有数据交换，提前退出
    }
}
```

现在，结合刚才我分析排序算法的三个方面，我有三个问题要问你。

第一，冒泡排序是原地排序算法吗？

冒泡的过程只涉及相邻数据的交换操作，只需要常量级的临时空间，所以它的空间复杂度为 $O(1)$ ，是一个原地排序算法。

第二，冒泡排序是稳定的排序算法吗？

在冒泡排序中，只有交换才可以改变两个元素的前后顺序。为了保证冒泡排序算法的稳定性，当有相邻的两个元素大小相等的时候，我们不做交换，相同大小的数据在排序前后不会改变顺序，所以冒泡排序是稳定的排序算法。

第三，冒泡排序的时间复杂度是多少？

最好情况下，要排序的数据已经是有序的了，我们只需要进行一次冒泡操作，就可以结束了，所以最好情况时间复杂度是 $O(n)$ 。而最坏的情况是，要排序的数据刚好是倒序排列的，我们需要进行 n 次冒泡操作，所以最坏情况时间复杂度为 $O(n^2)$ 。

最好情况 1, 2, 3, 4, 5, 6 1次冒泡 时间复杂度 $O(n)$

最坏情况 6, 5, 4, 3, 2, 1 6次冒泡 时间复杂度 $O(n^2)$

最好、最坏情况下的时间复杂度很容易分析，那平均情况下的时间复杂是多少呢？我们前面讲过，平均时间复杂度就是加权平均期望时间复杂度，分析的时候要结合概率论的知识。

对于包含 n 个数据的数组，这 n 个数据就有 $n!$ 种排列方式。不同的排列方式，冒泡排序执行的时间肯定是不同的。比如我们前面举的那两个例子，其中一个要进行6次冒泡，而另一个只需要4次。如果用概率论方法定量分析平均时间复杂度，涉及的数学推理和计算就会很复杂。我这里还有一种思路，通过“**有序度**”和“**逆序度**”这两个概念来进行分析。

有序度是数组中具有有序关系的元素对的个数。有序元素对用数学表达式表示就是这样：

有序元素对： $a[i] \leq a[j]$ ，如果 $i < j$ 。

2, 4, 3, 1, 5, 6 这组数据的有序度为11，
因其有序元素对为11个，分别是：

(2, 4) (2, 3) (2, 5) (2, 6)
(4, 5) (4, 6) (3, 5) (3, 6)
(1, 5) (1, 6) (5, 6)

同理，对于一个倒序排列的数组，比如6, 5, 4, 3, 2, 1，有序度是0；对于一个完全有序的数组，比如1, 2, 3, 4, 5, 6，有序度就是 $n*(n-1)/2$ ，也就是15。我们把这种完全有序的数组的有序度叫作**满有序度**。

逆序度的定义正好跟有序度相反（默认从小到大为有序），我想你应该已经想到了。关于逆序度，我就不举例子讲了。你可以对照我讲的有序度的例子自己看下。

逆序元素对： $a[i] > a[j]$ ，如果 $i < j$ 。

关于这三个概念，我们还可以得到一个公式：**逆序度=满有序度-有序度**。我们排序的过程就是一种增加有序度，减少逆序度的过程，最后达到满有序度，就说明排序完成了。

我还是拿前面举的那个冒泡排序的例子来说明。要排序的数组的初始状态是4, 5, 6, 3, 2, 1，其中，有序元素对有(4, 5)(4, 6)(5, 6)，所以有序度是3。 $n=6$ ，所以排序完成之后终态的满有序度为 $n*(n-1)/2=15$ 。

冒泡次数	冒泡后结果	有序度
初始状态	4 5 6 3 2 1	3
第1次冒泡	4 5 3 2 1 6	6
第2次冒泡	4 3 2 1 5 6	9
第3次冒泡	3 2 1 4 5 6	12
第4次冒泡	2 1 3 4 5 6	14
第5次冒泡	1 2 3 4 5 6	15

冒泡排序包含两个操作原子，**比较**和**交换**。每交换一次，有序度就加1。不管算法怎么改进，交换次数总是确定的，即为**逆序度**，也就是 $n*(n-1)/2 - \text{初始有序度}$ 。此例中就是 $15-3=12$ ，要进行12次交换操作。

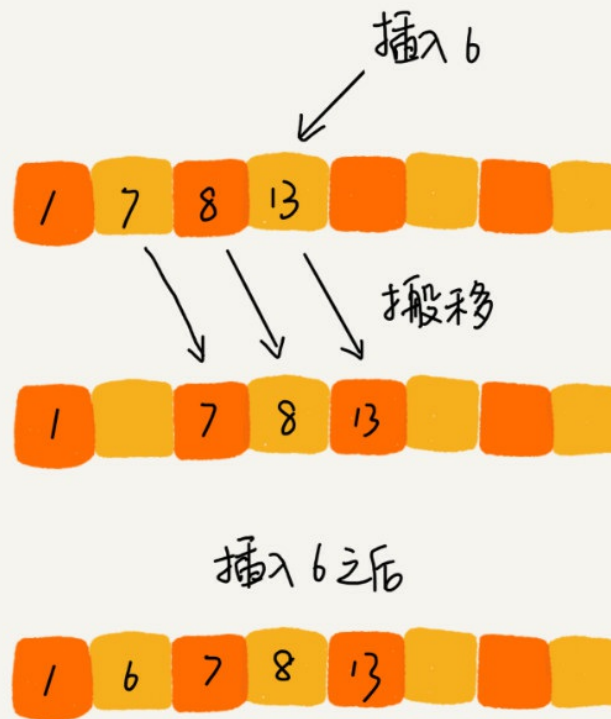
对于包含n个数据的数组进行冒泡排序，平均交换次数是多少呢？最坏情况下，初始状态的有序度是0，所以要进行 $n*(n-1)/2$ 次交换。最好情况下，初始状态的有序度是 $n*(n-1)/2$ ，就不需要进行交换。我们可以取个中间值 $n*(n-1)/4$ ，来表示初始有序度既不是很高也不是很低的平均情况。

换句话说，平均情况下，需要 $n*(n-1)/4$ 次交换操作，比较操作肯定要比交换操作多，而复杂度的上限是 $O(n^2)$ ，所以平均情况下的时间复杂度就是 $O(n^2)$ 。

这个平均时间复杂度推导过程其实并不严格，但是很多时候很实用，毕竟概率论的定量分析太复杂，不太好用。等我们讲到快排的时候，我还会再次用这种“不严格”的方法来分析平均时间复杂度。

插入排序 (Insertion Sort)

我们先来看一个问题。一个有序的数组，我们往里面添加一个新的数据后，如何继续保持数据有序呢？很简单，我们只要遍历数组，找到数据应该插入的位置将其插入即可。

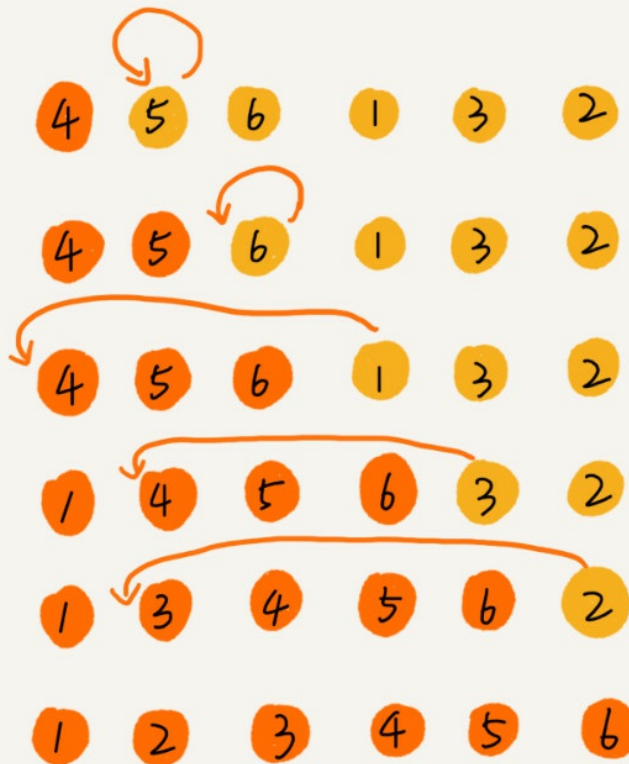


这是一个动态排序的过程，即动态地往有序集合中添加数据，我们可以通过这种方法保持集合中的数据一直有序。而对于一组静态数据，我们也可以借鉴上面讲的插入方法，来进行排序，于是就有了插入排序算法。

那**插入排序**具体是如何借助上面的思想来实现排序的呢？

首先，我们将数组中的数据分为两个区间，**已排序区间**和**未排序区间**。初始已排序区间只有一个元素，就是数组的第一个元素。插入算法的核心思想是取未排序区间中的元素，在已排序区间中找到合适的插入位置将其插入，并保证已排序区间数据一直有序。重复这个过程，直到未排序区间中元素为空，算法结束。

如图所示，要排序的数据是4, 5, 6, 1, 3, 2，其中左侧为已排序区间，右侧是未排序区间。



插入排序也包含两种操作，一种是**元素的比较**，一种是**元素的移动**。当我们需要将一个数据a插入到已排序区间时，需要拿a与已排序区间的元素依次比较大小，找到合适的插入位置。找到插入点之后，我们还需要将插入点之后的元素顺序往后移动一位，这样才能腾出位置给元素a插入。

对于不同的查找插入点方法（从头到尾、从尾到头），元素的比较次数是有区别的。但对于一个给定的初始序列，移动操作的次数总是固定的，就等于逆序度。

为什么说移动次数就等于逆序度呢？我拿刚才的例子画了一个图表，你一看就明白了。满有序度是 $n*(n-1)/2=15$ ，初始序列的有序度是5，所以逆序度是10。插入排序中，数据移动的个数总和也等于 $10=3+3+4$ 。

移动元素个数



插入排序的原理也很简单吧？我也将代码实现贴在这里，你可以结合着代码再看下。

```
// 插入排序，a表示数组，n表示数组大小
public void insertionSort(int[] a, int n) {
    if (n <= 1) return;

    for (int i = 1; i < n; ++i) {
        int value = a[i];
        int j = i - 1;
        // 查找插入的位置
        for (; j >= 0; --j) {
            if (a[j] > value) {
                a[j+1] = a[j]; // 数据移动
            } else {
                break;
            }
        }
        a[j+1] = value; // 插入数据
    }
}
```

现在，我们来看点稍微复杂的东西。我这里还是有三个问题要问你。

第一，插入排序是原地排序算法吗？

从实现过程可以很明显地看出，插入排序算法的运行并不需要额外的存储空间，所以空间复杂度是 $O(1)$ ，也就是说，这是一个原地排序算法。

第二，插入排序是稳定的排序算法吗？

在插入排序中，对于值相同的元素，我们可以选择将后面出现的元素，插入到前面出现元素的后面，这样就可以保持原有的前后顺序不变，所以插入排序是稳定的排序算法。

第三，插入排序的时间复杂度是多少？

如果要排序的数据已经是有序的，我们并不需要搬移任何数据。如果我们从尾到头在有序数据组里面查找插入位置，每次只需要比较一个数据就能确定插入的位置。所以这种情况下，最好是时间复杂度为 $O(n)$ 。注意，这里是**从尾到头遍历已经有序的数据**。

如果数组是倒序的，每次插入都相当于在数组的第一个位置插入新的数据，所以需要移动大量的数据，所以最坏情况时间复杂度为 $O(n^2)$ 。

还记得我们在数组中插入一个数据的平均时间复杂度是多少吗？没错，是 $O(n)$ 。所以，对于插入排序来说，每次插入操作都相当于在数组中插入一个数据，循环执行 n 次插入操作，所以平均时间复杂度为 $O(n^2)$ 。

选择排序（Selection Sort）

选择排序算法的实现思路有点类似插入排序，也分已排序区间和未排序区间。但是选择排序每次会从未排序区间中找到最小的元素，将其放到已排序区间的末尾。

选择排序原理示意图



照例，也有三个问题需要你思考，不过前面两种排序算法我已经分析得很详细了，这里就直接公布答案了。

首先，选择排序空间复杂度为 $O(1)$ ，是一种原地排序算法。选择排序的最好情况时间复杂度、最坏情况和平均情况时间复杂度都为 $O(n^2)$ 。你可以自己来分析看看。

那选择排序是稳定的排序算法吗？这个问题我着重来说一下。

答案是否定的，选择排序是一种不稳定的排序算法。从我前面画的那张图中，你可以看出来，选择排序每次都要找剩余未排序元素中的最小值，并和前面的元素交换位置，这样破坏了稳定性。

比如5, 8, 5, 2, 9这样一组数据，使用选择排序算法来排序的话，第一次找到最小元素2，与第一个5交换位置，那第一个5和中间的5顺序就变了，所以就不稳定了。正是因此，相对于冒泡排序和插入排序，选择排序就稍微逊色了。

解答开篇

基本的知识都讲完了，我们来看开篇的问题：冒泡排序和插入排序的时间复杂度都是 $O(n^2)$ ，都是原地排序算法，为什么插入排序要比冒泡排序更受欢迎呢？

我们前面分析冒泡排序和插入排序的时候讲到，冒泡排序不管怎么优化，元素交换的次数是一个固定值，是原始数据的逆序度。插入排序是同样的，不管怎么优化，元素移动的次數也等于原始数据的逆序度。

但是，从代码实现上来看，冒泡排序的数据交换要比插入排序的数据移动要复杂，冒泡排序需要3个赋值操作，而插入排序只需要1个。我们来看这段操作：

冒泡排序中数据的交换操作：

```
if (a[j] > a[j+1]) { // 交换
    int tmp = a[j];
    a[j] = a[j+1];
    a[j+1] = tmp;
    flag = true;
}
```

插入排序中数据的移动操作：

```
if (a[j] > value) {
    a[j+1] = a[j]; // 数据移动
} else {
    break;
}
```

我们把执行一个赋值语句的时间粗略地计为单位时间（unit_time），然后分别用冒泡排序和插入排序对同一个逆序度是K的数组进行排序。用冒泡排序，需要K次交换操作，每次需要3个赋值语句，所以交换操作总耗时就是3*K单位时间。而插入排序中数据移动操作只需要K个单位时间。

这个只是我们非常理论的分析，为了实验，针对上面的冒泡排序和插入排序的Java代码，我写了一个性能对比测试程序，随机生成10000个数组，每个数组中包含200个数据，然后在我的机器上分别用冒泡和插入排序算法来排序，冒泡排序算法大约700ms才能执行完成，而插入排序只需要100ms左右就能搞定！

所以，虽然冒泡排序和插入排序在时间复杂度上是一样的，都是 $O(n^2)$ ，但是如果我们希望把性能优化做到极致，那肯定首选插入排序。插入排序的算法思路也有很大的优化空间，我们只是讲了最基础的一种。如果你对插入排序的优化感兴趣，可以自行学习一下[希尔排序](#)。

内容小结

要想分析、评价一个排序算法，需要从执行效率、内存消耗和稳定性三个方面来看。因此，这一节，我带你分析了三种时间复杂度是 $O(n^2)$ 的排序算法，冒泡排序、插入排序、选择排序。你需要重点掌握的是它们的分析方法。

	是原地排序?	是否稳定?	最好	最坏	平均
冒泡排序	✓	✓	$O(n)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$
插入排序	✓	✓	$O(n)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$
选择排序	✓	✗	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$

这三种时间复杂度为 $O(n^2)$ 的排序算法中，冒泡排序、选择排序，可能就纯粹停留在理论的层面了，学习的目的也只是为了开拓思维，实际开发中应用并不多，但是插入排序还是挺有用的。后面讲排序优化的时候，我会讲到，有些编程语言中的排序函数的实现原理会用到插入排序算法。

今天讲的这三种排序算法，实现代码都非常简单，对于小规模数据的排序，用起来非常高效。但是在大规模数据排序的时候，这个时间复杂度还是稍微有点高，所以我们更倾向于用下一节要讲的时间复杂度为 $O(n\log n)$ 的排序算法。

课后思考

我们讲过，特定算法是依赖特定的数据结构的。我们今天讲的几种排序算法，都是基于数组实现的。如果数据存储在链表中，这三种排序算法还能工作吗？如果能，那相应的时间、空间复杂度又是多少呢？

欢迎留言和我分享，我会第一时间给你反馈。

我已将本节内容相关的详细代码更新到GitHub，[戳此](#)即可查看。

数据结构与算法之美

为工程师量身打造的数据结构与算法私教课

王争

前 Google 工程师



新版升级：点击「 请朋友读」，10位好友免费读，邀请订阅更有**现金**奖励。

精选留言



双木公子

对于老师所提课后题，觉得应该有个前提，是否允许修改链表的节点value值，还是只能改变节点的位置。一般而言，考虑只能改变节点位置，冒泡排序相比于数组实现，比较次数一致，但交换时操作更复杂；插入排序，比较次数一致，不需要再有后移操作，找到位置后可以直接插入，但排序完毕后可能需要倒置链表；选择排序比较次数一致，交换操作同样比较麻烦。综上，时间复杂度和空间复杂度并无明显变化，若追求极致性能，冒泡排序的时间复杂度系数会变大，插入排序系数会减小，选择排序无明显变化。

2018-10-15 15:24

作者回复

回答的很好 可以作为标准答案了 同学们把这条顶上去吧

2018-10-15 22:41



Monday

本节从昨天更新到今天，一共前前后后认认真真的听了五遍，再到今天晚上花3小时把3个排序算法实现，做了冒泡排序与插入排序的测试实验。随机生成二维数组a[200][10000]和b[200][10000]（a,b数组数据一致），然后在我的机器上分别用冒泡和插入排序算法来排序（a数组冒泡，b数组插入），冒泡排序算法大约 16332ms 才能执行完成，而插入排序只需要 2228ms 左右。总结一句：听五遍不如敲一遍！

2018-10-16 23:18

myrabbit

王老师，我发现你文章中的图画得很漂亮，字也写得很漂亮，图文结合的形式对于表达的帮助真的很大！有时候做笔记也可以用此方法，请问你的图文是用什么软件画的？

2018-10-15 09:01

作者回复

不是我画的 大编辑画的

2018-10-15 22:54



青城
总结

一、排序方法与复杂度归类

(1) 几种最经典、最常用的排序方法：冒泡排序、插入排序、选择排序、快速排序、归并排序、计数排序、基数排序、桶排序。

(2) 复杂度归类

冒泡排序、插入排序、选择排序 $O(n^2)$

快速排序、归并排序 $O(n \log n)$

计数排序、基数排序、桶排序 $O(n)$

二、如何分析一个“排序算法”？

<1>算法的执行效率

1. 最好、最坏、平均情况时间复杂度。
2. 时间复杂度的系数、常数和低阶。
3. 比较次数，交换（或移动）次数。

<2>排序算法的稳定性

1. 稳定性概念：如果待排序的序列中存在值相等的元素，经过排序之后，相等元素之间原有的先后顺序不变。
2. 稳定性重要性：可针对对象的多种属性进行有优先级的排序。
3. 举例：给电商交易系统里的“订单”排序，按照金额大小对订单数据排序，对于相同金额的订单以下单时间早晚排序。用稳定排序算法可简洁地解决。先按照下单时间给订单排序，排序完成后用稳定排序算法按照订单金额重新排序。

<3>排序算法的内存损耗

原地排序算法：特指空间复杂度是 $O(1)$ 的排序算法。

三、冒泡排序

冒泡排序只会操作相邻的两个数据。每次冒泡操作都会对相邻的两个元素进行比较，看是否满足大小关系要求，如果不满足就让它俩互换。

稳定性：冒泡排序是稳定的排序算法。

空间复杂度：冒泡排序是原地排序算法。

时间复杂度：

1. 最好情况（满有序度）： $O(n)$ 。
2. 最坏情况（满逆序度）： $O(n^2)$ 。
3. 平均情况：

“有序度”和“逆序度”：对于一个不完全有序的数组，如4, 5, 6, 3, 2, 1，有序元素对为3个（4, 5），（4, 6），（5, 6），有序度为3，逆序度为12；对于一个完全有序的数组，如1, 2, 3, 4, 5, 6，有序度就是 $n*(n-1)/2$ ，也就是15，称作满有序度；逆序度=满有序度-有序度；冒泡排序、插入排序交换（或移动）次数=逆序度。

最好情况下初始有序度为 $n*(n-1)/2$ ，最坏情况下初始有序度为0，则平均初始有序度为 $n*(n-1)/4$ ，即交换次数为 $n*(n-1)/4$ ，因交换次数<比较次数<最坏情况时间复杂度，所以平均时间复杂度为 $O(n^2)$ 。

四、插入排序

插入排序将数组数据分成已排序区间和未排序区间。初始已排序区间只有一个元素，即数组第一个元素。在未排序区间取出一个元素插入到已排序区间的合适位置，直到未排序区间为空。

空间复杂度：插入排序是原地排序算法。

时间复杂度：

1. 最好情况： $O(n)$ 。
2. 最坏情况： $O(n^2)$ 。
3. 平均情况： $O(n^2)$ （往数组中插入一个数的平均时间复杂度是 $O(n)$ ，一共重复 n 次）。

稳定性：插入排序是稳定的排序算法。

五、选择排序

选择排序将数组分成已排序区间和未排序区间。初始已排序区间为空。每次从未排序区间中选出最小的元素插入已排序区间的末尾，直到未排序区间为空。

空间复杂度：选择排序是原地排序算法。

时间复杂度：（都是 $O(n^2)$ ）

1. 最好情况： $O(n^2)$ 。

2. 最坏情况： $O(n^2)$ 。

3. 平均情况： $O(n^2)$ 。

稳定性：选择排序不是稳定的排序算法。

思考

选择排序和插入排序的时间复杂度相同，都是 $O(n^2)$ ，在实际的软件开发中，为什么我们更倾向于使用插入排序而不是冒泡排序算法呢？

答：从代码实现上来看，冒泡排序的数据交换要比插入排序的数据移动要复杂，冒泡排序需要3个赋值操作，而插入排序只需要1个，所以在对相同数组进行排序时，冒泡排序的运行时间理论上要长于插入排序。

2018-10-15 16:17



德拉

有同学提到的算法过程动态图，可以看看这个<https://visualgo.net/>

2018-10-27 08:20



醉比

大家多思考多吸收吧。。。我得多吸收一会

2018-10-15 08:52



峰

三种排序算法不涉及随机读取，所以链表是可以实现的，而且时间复杂度空间复杂度和数组一样， $O(n*n), O(1)$ 。

2018-10-15 08:41



陈问渔

<https://mp.weixin.qq.com/s/HQg3BzzQfJXcWyltsgOfCQ>

这里面的图解排序算法，很形象。java实现的代码

2018-11-22 11:54



姜威

总结：

一、几种经典排序算法及其时间复杂度级别

冒泡、插入、选择 $O(n^2)$ 基于比较

快排、归并 $O(n\log n)$ 基于比较

计数、基数、桶 $O(n)$ 不基于比较

二、如何分析一个排序算法？

1. 学习排序算法的思路？明确原理、掌握实现以及分析性能。

2. 如何分析排序算法性能？从执行效率、内存消耗以及稳定性3个方面分析排序算法的性能。

3. 执行效率：从以下3个方面来衡量

1) 最好情况、最坏情况、平均情况时间复杂度

2) 时间复杂度的系数、常数、低阶：排序的数据量比较小时考虑

3) 比较次数和交换（或移动）次数

4. 内存消耗：通过空间复杂度来衡量。针对排序算法的空间复杂度，引入原地排序的概念，原地排序算法就是指空间复杂度为 $O(1)$ 的排序算法。

5. 稳定性：如果待排序的序列中存在值等的元素，经过排序之后，相等元素之间原有的先后顺序不变，就说明这个排序算法是稳定的。

三、冒泡排序

1. 排序原理

1) 冒泡排序只会操作相邻的两个数据。

2) 对相邻两个数据进行比较，看是否满足大小关系要求，若不满足让它们俩互换。

3) 一次冒泡会让至少一个元素移动到它应该在的位置，重复 n 次，就完成了 n 个数据的排序工作。

4) 优化：若某次冒泡不存在数据交换，则说明已经达到完全有序，所以终止冒泡。

2. 代码实现（见下一条留言）

3. 性能分析

1) 执行效率：最小时间复杂度、最大时间复杂度、平均时间复杂度

最小时间复杂度：数据完全有序时，只需进行一次冒泡操作即可，时间复杂度是 $O(n)$ 。

最大时间复杂度：数据倒序排序时，需要 n 次冒泡操作，时间复杂度是 $O(n^2)$ 。

平均时间复杂度：通过有序度和逆序度来分析。

什么是有序度？

有序度是数组中具有有序关系的元素对的个数，比如[2,4,3,1,5,6]这组数据的有序度就是11，分别是[2,4][2,3][2,5][2,6][4,5][4,6][3,5][3,6][1,5][1,6][5,6]。同理，对于一个倒序数组，比如[6,5,4,3,2,1]，有序度是0；对于一个完全有序的数组，比如[1,2,3,4,5,6]，有序度为 $n*(n-1)/2$ ，也就是15，完全有序的情况称为满有序度。

什么是逆序度？逆序度的定义正好和有序度相反。核心公式：逆序度=满有序度-有序度。

排序过程，就是有序度增加，逆序度减少的过程，最后达到满有序度，就说明排序完成了。

冒泡排序包含两个操作原子，即比较和交换，每交换一次，有序度加1。不管算法如何改进，交换的次数总是确定的，即逆序度。

对于包含 n 个数据的数组进行冒泡排序，平均交换次数是多少呢？最坏的情况初始有序度为0，所以要进行 $n*(n-1)/2$ 交换。最好情况下，初始状态有序度是 $n*(n-1)/2$ ，就不需要进行交互。我们可以取个中间值 $n*(n-1)/4$ ，来表示初始有序度既不是很高也不是很低的平均情况。

换句话说，平均情况下，需要 $n*(n-1)/4$ 次交换操作，比较操作可定比交换操作多，而复杂度的上限是 $O(n^2)$ ，所以平均情况时间复杂度就是 $O(n^2)$ 。

以上的分析并不严格，但很实用，这就够了。

2) 空间复杂度：每次交换仅需1个临时变量，故空间复杂度为 $O(1)$ ，是原地排序算法。

3) 算法稳定性：如果两个值相等，就不会交换位置，故是稳定排序算法。

四、插入排序

1. 算法原理

首先，我们将数组中的数据分为2个区间，即已排序区间和未排序区间。初始已排序区间只有一个元素，就是数组的第一个元素。插入算法的核心思想就是取未排序区间中的元素，在已排序区间中找到合适的插入位置将其插入，并保证已排序区间中的元素一直有序。重复这个过程，直到未排序中元素为空，算法结束。

2. 代码实现（见下一条留言）

3. 性能分析

1) 时间复杂度：最好、最坏、平均情况

如果要排序的数组已经是有序的，我们并不需要搬移任何数据。只需要遍历一遍数组即可，所以时间复杂度是 $O(n)$ 。如果数组是倒序的，每次插入都相当于在数组的第一个位置插入新的数据，所以需要移动大量的数据，因此时间复杂度是 $O(n^2)$ 。而在一个数组中插入一个元素的平均时间复杂度都是 $O(n)$ ，插入排序需要 n 次插入，所以平均时间复杂度是 $O(n^2)$ 。

2) 空间复杂度：从上面的代码可以看出，插入排序算法的运行并不需要额外的存储空间，所以空间复杂度是 $O(1)$ ，是原地排序算法。

3) 算法稳定性：在插入排序中，对于值相同的元素，我们可以选择将后面出现的元素，插入到前面出现的元素的后面，这样就保持原有的顺序不变，所以是稳定的。

2018-10-22 08:40

作者回复

2018-10-22 10:16



allea

每一次看文章都要至少看三遍，代码实现也至少写三遍，不是追求量，是真的感觉每一次的体会都更加不一样

2018-11-13 09:41

作者回复

2018-11-13 09:58



oldman

我用python实现了冒泡排序，插入排序，选择排序。地址如下，欢迎大家一起探讨：

冒泡排序：https://github.com/lipeng1991/testdemo/blob/master/40_bubble_sort.py

插入排序：https://github.com/lipeng1991/testdemo/blob/master/41_insert_sort.py

选择排序：https://github.com/lipeng1991/testdemo/blob/master/42_select_sort.py

2018-10-16 10:38



流风之回雪

`a[j+1] = value;` // 插入数据, 这条语句弄了好久才明白, 一直以为 `j` 的值最小为 0, 那么 `a[j+1]` 最小就是 `a[1]`, 不过这样赋值逻辑上就有问题, 后来 debug 了一下, 发现 `j` 是可以为 -1 的, `a[j+1]` 最小为 `a[0]`, 这样逻辑上就通了, 果然多敲代码才能弄明白勒

2018-11-02 09:25

作者回复

钻研精神

2018-11-02 09:55



Northern

`a[j+1] = value;` // 插入数据

插入排序代码中, 移动 1 时, `j` 会为 -1, 这样不就不下标越界了吗?

2018-10-23 14:22

作者回复

`j` 为什么会是 -1 呢

2018-10-23 19:00



zj

订单那个题目为什么要先按照订单时间排序, 再按照金额呢? 我先按照金额, 再按订单时间有什么不一样么

2018-11-07 22:38

作者回复

我不是解释了嘛 先金额再时间 代码写起来比较麻烦

2018-11-08 09:42

Geek_10aca9

对于选择排序, 如果每次排序选择的最值为未排序区间的第一个值, 这不就是稳定的排序方法了吗?

2018-10-23 15:56

作者回复

第一个? 那不就是插入排序了嘛

2018-10-24 23:31



DADDYHINS

链表也能用这三种排序, 不涉及随机访问, 所以时间复杂度也是一样的吧。

2018-10-15 12:21

Jo

冒泡排序的外层循环次数只需要 $n-1$ 次, 此时第 1 个数字在上一次已经比较过, 肯定比第 2 个小 (或大), 所以第 n 次没必要比较了

2018-10-15 09:27



几多不几多

换句话说, 平均情况下, 需要 $n*(n-1)/4$ 次交换操作, 比较操作肯定要比交换操作多, 而复杂度的上限是 $O(n^2)$, 所以平均情况下的时间复杂度就是 $O(n^2)$ 。

比较操作肯定要比交换操作多这能懂, 复杂度上限是 $O(n^2)$ 也能懂, 但是怎么最后那句话怎么就所以上了? 这里没懂可以解答下吗? 谢谢老师

2018-12-02 13:07

作者回复

$n*(n-1)/4$ 对应复杂度的表示就是 $o(n^2)$ 你可以简单这么理解就好

2018-12-03 09:52



安静

每天坐地铁看一节都有点坚持不下去了, 加油。

2018-11-09 08:41



楓

插入排序的代码对吗? 看这个代码, `j=0` 的时候, `a[0]` 的值就没变过, 不变又如何排序? 你怎么知道他是最小的。(我是菜鸟勿喷)

2018-10-29 20:39

作者回复

你可以自己举个例子 然后 debug 一下代码 就知道了

2018-10-31 09:59

