

次の文を読んで、空欄に適した式を記せ。

図 1 に示すように、水平面上に間隔  $l$  で互いに平行に配置された 2 本の導体レールの上に、これらと直角に質量  $m$  の導体棒 MN が置かれており、それがばね定数  $k$  の不導体のばねにつながれている。導体棒 MN は、レールと平行にその上を左右に摩擦なく動けるものとする。また、導体棒 MN の動く範囲には、紙面に垂直に一様な磁束密度  $B$  の静磁場が、紙面の裏から表の向きに常に作用している。なお、図 1 に示したように  $x$  座標をとり、導体棒 MN が  $x = 0$  の位置にあるとき、ばねは自然の長さであるとする。

ここで、レールの右端 P と Q の間に、図 2 に示すようないろいろな素子をつないで 1 つのループ回路 PMMQ を構成したときに、導体棒 MN がどのような運動をするかについて考える。ただし、レールと導体棒 MN およびその接触点の電気抵抗、ならびに 2 本のレール間の電気容量は無視できるものとし、また、ループ回路に流れる電流の作る磁場は、静電場  $B$  や、P と Q の間につないだ素子に影響を与えないものとする。

I いま、ばねを引き伸ばして、導体棒 MN を  $x = a$  の位置までゆっくりと動かし、静かに放す。

P, Q 間を開放したままのとき、導体棒 MN は角振動数  $\omega_0 = \boxed{\text{(1)}}$  の単振動をする。導体棒 MN を放した時点を時刻  $t = 0$  とすると、P, Q 間に生じる誘導起電力の大きさは、 $t$  の関数として、  
 $\boxed{\text{(2)}}$  と表せる。

II P, Q 間に、図 2 の (a) に示した電気抵抗  $R$  の抵抗をつないだ状態で、導体棒 MN を  $x = a$  の位置までゆっくりと動かし、静かに放したところ、導体棒 MN は P, Q 間を開放していたときと同じような振動をしながら、少しずつその振幅が小さくなり、十分な時間が経過したのち、 $x = 0$  の位置に静止した。導体棒 MN を放してから静止するまでの間に、電気抵抗  $R$  で消費されたエネルギーは  $\boxed{\text{(3)}}$  である。この後、P, Q 間に、(a) にかえて、(b) に示した電気抵抗  $R$  の抵抗と起電力  $E$  の電池からなる素子を図の向きにつなぐと、導体棒 MN は、また振動をはじめ、少しずつその振幅が小さくなって、十分な時間が経過したのちには、 $x = \boxed{\text{(4)}}$  の位置に静止した。静止した後、電気抵抗  $R$  で単位時間に消費されるエネルギーは  $\boxed{\text{(5)}}$  である。

III はじめに戻って、P, Q 間を開放した状態で、導体棒 MN を  $x = a$  の位置までゆっくりと動かし、P, Q 間に、図 2 の (c) に示した電気容量  $C$  のコンデンサーをつないで、導体棒 MN を静かに放すと、角振動数  $\omega_1$  で単振動した。導体棒 MN を放した時点を時刻  $t = 0$  とすると、コンデンサーに蓄えられる電荷の量は、 $t$  の関数として、 $\boxed{\text{(6)}}$  と表せる（ただし、図 1 において、コンデンサーの上側の電極に正電荷がたまる場合を正とする）。導体棒 MN が  $x = 0$  を通過する瞬間にコンデンサーに蓄えられているエネルギー  $\boxed{\text{(7)}}$  と、そのときの運動エネルギーの和は、 $t = 0$  の時点に与えた全エネルギーに等しいので、結局、この単振動の角振動数は、 $\omega_1 = \boxed{\text{(8)}}$  であることがわかる。

IV 今度は、P, Q 間に、図 2 の (d) に示した自己インダクタンス  $L$  のコイルをつないだ回路において、

導体棒 MN が、 $x = 0$  を中心とした角振動数  $\omega_2$ 、振幅  $a$  の単振動をしているとする。  $x = 0$  を右に通過するある時点を  $t = 0$  と定め、そのとき回路を流れる電流は 0 であったとする。 回路に流れる電流は、 $t$  の関数として、(9) と表せる（ただし、図 1 の  $i$  の向きを正とする）。  $x = a$  の位置においてコイルに蓄えられているエネルギー (10) と、そのときにばねに蓄えられているエネルギーの和は、 $t = 0$  の時点の全エネルギーと等しいので、結局、この単振動の角振動数は  $\omega_2 =$  (11) であることがわかる。