

長さ  $L$  の不透明な細いパイプの中に、質量  $m$  の小球 1 と質量  $2m$  の小球 2 が埋め込まれている。パイプは直線状で曲がらず、その口径、及び小球以外の部分の質量は無視できるほど小さい。また小球は質点とみなしてよいとし、重力加速度を  $g$  とする。これらの小球の位置を調べるために次の二つの実験を行った。

**問 1** まず、図 1-1 に示したように、パイプの両端 A, B を支点 a, b で支え、両方の支点を近づけるような力をゆっくりとかけていったところ、まず b が C の位置まで滑って止まり、その直後に今度は a が滑り出して D の位置で止まった。パイプと支点の間の静止摩擦係数、及び動摩擦係数をそれぞれ  $\mu, \mu'$  (ただし、 $\mu > \mu'$ ) と記すことにして、以下の間に答えよ。

- (1) b が C で止まる直前に支点 a, b にかかっているパイプに垂直な方向の力をそれぞれ  $N_a, N_b$  とする。このときのパイプに沿った方向の力のつり合いを表す式を書け。
- (2) AC の長さを測定したところ  $d_1$  であった。パイプの重心が左端 A から測って  $l$  の位置にあるとするとき、重心の周りの力のモーメントのつり合いを考えることにより、 $d_1$  を  $l, \mu, \mu'$  を用いて表せ。
- (3) CD の長さを測定したところ  $d_2$  であった。摩擦係数の比  $\frac{\mu'}{\mu}$  を  $d_1, d_2$  で表せ。
- (4) 上記の測定から重心の位置  $l$  を求めることができる。 $l$  を  $d_1, d_2$  で表せ。
- (5) さらに両方の支点を近づけるプロセスを続けると、どのような現象が起こり、最終的にどのような状態に行き着くか。理由も含めて簡潔に述べよ。

**問 2** 次に、パイプの端 A に小さな穴を開け、図 1-2 のようにそこを支点として鉛直に立てた状態から静かにはなし、パイプを回転させた。パイプが  $180^\circ$  回転したときの端 B の速度の大きさを測ったところ、 $v$  であった。端 A から測った小球 1, 2 の位置をそれぞれ  $l_1, l_2$  として以下の間に答えよ。(支点での摩擦および空気抵抗は無視できるものとする。)

- (1)  $v$  を  $l_1, l_2, g, L$  を用いて表せ。
- (2)  $v$  を実験 1 で得られた重心の位置  $l$  の値を用いて表したところ、

$$v = L\sqrt{\frac{8g}{3l}}$$

であった。小球の位置  $l_1, l_2$  を  $l$  で表せ。ただし  $l_1 \neq 0, l_2 \neq 0$  とする。