

熱力学は気体だけではなく、様々な対象にも適用することができる。本問ではひも状の物体の熱力学を考えてみよう。あるひも状の物体を引き伸ばし、長さが L_{\min} から L_{\max} の範囲内で張力 X を測定したところ、 X は長さ L に依存せず、絶対温度 T および正の定数 A を用いて $X = AT$ と表された。この物体の変形としては、 L が L_{\min} から L_{\max} の範囲内にある 1 次元的な伸縮のみを考え、また、内部エネルギー U は正の定数 C を用いて $U = CT$ となるとして、以下の問いに答えよ。

- I この物体に外から微小仕事 ΔW を加えて微小量 ΔL だけ伸ばしたときに、 $\Delta W = X \Delta L$ という関係式が成り立つ。吸熱量を ΔQ 、内部エネルギーの変化を ΔU としたとき、熱力学第 1 法則より ΔU は、 ΔQ 、 A 、 T 、 ΔL を用いて、 $\Delta U =$ と表される。一方、 $U = CT$ より、物体を伸ばしたときの温度変化 ΔT を用いて、内部エネルギーの変化は $\Delta U =$ とも書ける。

断熱的に物体をゆっくりと微小量 ΔL 伸ばしたときの温度変化 ΔT は、 C 、 A 、 T 、 ΔL を用いて表すと となり、温度は {エ ①下降する ②変わらない ③上昇する}。ただし、 $\Delta L > 0$ とする。

- II さて、この物体を断熱的にゆっくりと伸ばした。そのとき $L - \frac{C}{A} \log T$ が一定であった。ここで、 $\log T$ は T の自然対数である。

- (1) この理由を述べよ。ただし、正の定数 T を $T + \Delta T$ までわずかに変化させたときの $\log T$ の変化量を $\Delta \log T$ と表すと、 $\frac{\Delta \log T}{\Delta T} = \frac{1}{T}$ が成り立つことを用いてよい。

- III 次に、同じ物体を温度 T に保ったまま、長さ L_0 から L までゆっくりと変化させたときに物体に外から加えられた仕事は であり、その間の吸熱量は である。ただし、 および は A 、 T 、 L_0 、 L のみで表すこと。

- IV 図のように横軸を物体の長さ L とし、縦軸を温度 T として、この物体の状態変化を表す。物体を温度 T_2 に保ちゆっくりと等温変化させ、その後ゆっくりと T_1 まで断熱変化させ、さらに温度 T_1 でゆっくりと等温変化をさせた後に、断熱的にゆっくりと温度 T_2 の初めの状態に戻すサイクルを考えよう。高温熱源（温度 T_2 ）から熱を吸収して仕事をし、低温熱源（温度 T_1 ）に熱を放出するようなサイクルは、{キ ①(a) を時計回りに回る ②(a) を反時計回りに回る ③(b) を時計回りに回る ④(b) を反時計回りに回る}。

- (2) このサイクルでは、 $L_C - L_B$ と $L_D - L_A$ が等しくなる。その理由を述べよ。

- V 一般にサイクルでの熱効率は、物体がサイクルを通じて外にする正味の仕事を、高温熱源から吸収する熱量 Q_{in} で割った量として導入される。よって、サイクルを動かす間の熱効率は、 Q_{in} とサイクルを動かす間に放出する熱量 Q_{out} を用いて と書ける。

- (3) これまでの結果を用いて、IV のサイクルの熱効率が $1 - \frac{T_1}{T_2}$ となる理由を説明せよ。