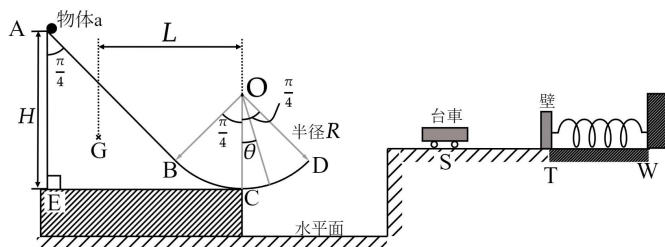


次の文を読んで、空欄に適した式を記せ．必要であれば三角関数の公式 $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$ を用いること．

水平面上に質量が十分に大きい直方体の台（右図の斜線部）があり、その台上に、側面が ABCE で表される質量 M のすべり台を置いた．AB は直線であり、BC は半径 R の円弧である．すべり台の先端（点 C）には、図のように質量の無視できる半径 R の円弧 CD の板が取り



付けられており、すべり台と円弧 CD は剛体として一体となって動く．すべり台と円弧 CD の厚み（図では紙面と垂直な方向の長さ）は考えないものとする．また、半径 OB と OC、および OC と OD のなす角度はそれぞれ $\frac{\pi}{4}$ である．直方体の台と水平面の間、およびすべり台と直方体の間には摩擦力が働き、水平方向には動かないものとする．

点 A は直方体の台の上面から高さ H の位置にある．A から、大きさの無視できる質量 m の物体 a が斜面をすべり落ち、半径 R の円弧 BCD の区間を通して点 D から空中に放出された． $H > R$ とし、斜面 AB および円弧 BCD はなめらかであるとする．また、重力加速度の大きさを g とし、空気抵抗は無視できるものとする．

問 1 物体 a が円弧 CD を通過するとき、すべり台（ABCE の部分）が点 C を中心として回転し、浮き上がるかどうかを考えよう．

まず、物体 a が円弧 CD に及ぼす力による点 C のまわりの力のモーメントを計算する．物体 a が半径 OC から円弧 CD の方向に測って角度 θ ($0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$) の位置にあるとき、物体 a の速度の大きさを H , R , g , θ を用いて表すと (1) となる．また、物体 a が円弧に及ぼす力の大きさを H , R , g , θ , m を用いて表すと (2) となり、

$$\theta = \text{ (3) }$$

の位置で最大となる．点 C のまわりの力のモーメントは、右回り（時計回り）を正とすれば、 H , R , g , θ , m を用いて (4) と表され、

$$\theta = \text{ (5) }$$

の位置で最大となる．

一方、すべり台の重心の位置は図中の点 G であり、点 G と点 C の水平距離を L とする．すべり台の質量による点 C のまわりの力のモーメントは、左回り（反時計回り）を正とすれば MgL となるの

で、すべり台が浮き上がらない条件は、

$$MgL \geq \boxed{\text{(6)}} \text{ ((4) の最大値)}$$

で与えられる.

問 2 物体 a は点 D で空中に放出された後、点 D と同じ高さの水平な床面上においてある、大きさが無視できる質量 m の台車に点 S で衝突した. 点 D と点 S の距離を H , R を用いて表すと $\boxed{\text{(7)}}$ となる.

物体 a は点 S で台車と完全非弾性衝突し、衝突後一体となり質量 $2m$ の物体 b として床面の上を水平方向に動いた. ただし、点 T まで床はなめらかであり、台車と床との間に摩擦力は働かないものとする. そのときの物体 b の速度の大きさ V は、 H , R , g を用いて、

$$V = \boxed{\text{(8)}}$$

となる.

物体 b はばねのついた質量 m の壁に完全非弾性衝突し、物体 b と壁は一体となって、質量 $3m$ の物体 c として動き出した. 衝突前のばねの長さは自然の長さであった. 衝突直後の物体 c の速度の大きさ U は、 V を用いて表すと $\boxed{\text{(9)}}$ となる.

物体 c が動き出した後、TW の区間内では質量 $3m$ の物体 c と床面の間に摩擦力が働くものとし、そのときの静止摩擦係数 μ_0 , 動摩擦係数は μ である. 物体 b が壁に衝突してから、物体 c が最初に速度 0 となったときのばねの縮み量を Δl とおく. ばね定数を k とすると、 Δl は U , m , g , μ , k を用いて $\boxed{\text{(10)}}$ となる. また、ばねが Δl だけ縮んだ位置から再び動き出さないための条件式は、

$$k\Delta l \leq \boxed{\text{(11)}}$$

となる.