NewTH1-18 [東京工業大 2021]

水平な床の面に座標軸 x,y をとり、その上で大きさが無視できる質量 m の 3 つの小球 A, B, C を、長さ L の 2 本の糸で B-A-C の順につないだものを滑らせる実験を行う。意図は伸び縮みせず、その質量は無視でき、床と小球の間に摩擦はないものとする。また、ゆかは十分広く、運動の途中で小球が床の端に達することはない。

- 「A」 小球 A を原点に、小球 B と小球 C を y 軸上の y = L と y = -L の位置に、それぞれ静止させる. 時刻 t = 0 において、図 1 のように、小球 A にのみ x 軸の正の向きに速さ V_0 を与えて運動を開始させた.その後の小球の運動を観察したところ、運動開始直後は小球 B と小球 C の速度は 0 であり、その後小球 B と小球 C は近づいていき、やがて x 軸上のある点で衝突した.運動の開始から衝突までの間、糸がたるむことはなく、小球 A から見ると、小球 B と小球 C は小球 A を中心とする円運動をした.以下の間に答えよ.
 - (a) 小球 B と小球 C が衝突する直前における,小球 B の速度の x 成分 V_x を V_0 を用いて表せ.
 - (b) 小球 B と小球 C が衝突する直前における,小球 B の速度の y 成分 V_u を V_0 を用いて表せ.
 - (c) 運動開始直後における、小球 B につながれた糸の張力の大きさ T を V_0, m, L を用いて表せ.
 - (d) 小球 B と小球 C が衝突する直前における,小球 B につながれた糸の張力の大きさ T' を V_0, m, L を用いて表せ.
- [B] 図 2 に示すように、小球 A を原点に、小球 B と小球 C をそれぞれ座標 $(-L\cos\theta, L\sin\theta)$ と $(-L\cos\theta, -L\sin\theta)$ $(0^{\circ} \le \theta < 90^{\circ})$ の点に配置し、静止させる。時刻 $t \ge 0$ において、小球 A に x 軸の正の向きに一定の大きさ F の力を加える。以下のように、 θ の値を変えて実験 1 と実験 2 を行い、小球 A、B、C の運動を記録した。いずれの場合にも糸がたるむことはなかった。
 - 実験 $1: \theta=0^\circ$ となるように,すなわち,小球 B と小球 C は接するように,小球を配置し静止させる.そして $t \ge 0$ において小球 A に x 軸の正の向きに一定の大きさ F の力を加えたところ,小球 B と小球 C は接したまま,3 つの小球は x 軸の正の向きに同じ加速度で等加速度運動した.その加速度の大きさは a_1 であった.
 - 実験 2: θ をある値 θ_2 (0° $<\theta_2<90$ °) にとり, $t\ge 0$ において小球 A に x 軸の正の向きに一定の大きさ F の力を加えたところ,小球 B と小球 C は時刻 t_2 においてはじめて衝突した.衝突直前の小球 B と小球 C の速度ベクトルのなす角は 60° であった.

図 3 は実験 1 と実験 2 における小球 A の x 座標の時間変化を $0 \le t \le t_2$ においてグラフにしたものである。ただし、グラフは概形である。

これらの実験における小球の運動に関する、以下の問に答えよ.

- (e) 実験 1 における小球 A の加速度の大きさ a_1 を m と F を用いて表せ.
- (f) 時刻 t_2 における実験 1 の小球の速さを v とする.実験 2 の小球 B の衝突直前における速さ w

をvを用いて表せ.

- (g) 時刻 t_2 における実験 1 と実験 2 の小球 A の x 座標をそれぞれ x_1 および x_2 とする.比 $\frac{x_2}{x_1}$ を求めよ.
- (h) 実験 $2 \circ 0 < t < t_2$ における小球 A の加速度の大きさ a_2 のグラフの概形として最も適当なものを図 $4 \circ 0$ (ア) \sim (シ) のうちから選び,記号で答えよ.