## NewTH1-9 [東京大]

図 1–1 のように,鉛直に固定した透明な管がある.ばね定数 k のばねの下端を管の底面に固定し,上端を質量 m の物体 1 に接続する.質量が同じく m の物体 2 を,物体 1 の上に固定せずにのせる.地面上の一点 O を原点として鉛直上向きに x 軸をとる.ばねが自然長になっている時の物体 1 の x 座標は k であり,重力加速度の大きさは k である.

なお、物体の大きさは小さく、管との摩擦や空気抵抗は無視でき、x 方向以外の運動は考えない。ばねの質量は無視できる。また、管は十分長く、実験中に物体が飛び出すことはないものとする。

- **問1** 物体 1 と物体 2 を,互いに接した状態で,物体 1 の x 座標が  $x_A$  となる位置まで押し下げ,時刻 t=0 に初速度 0 で放したところ,物体 1 と物体 2 は互いに接した状態で単振動を開始した.
  - (1) この時の、物体 1 の単振動の中心の x 座標を答えよ.
  - (2) 物体 1 と物体 2 の x 方向の運動方程式をそれぞれ書け、各物体の加速度を  $a_1, a_2$ 、物体 1 の位置を x、互いに及ぼす抗力の大きさを N ( $N \ge 0$ ) とせよ.
  - (3)  $x_A$  の値によっては,運動中に物体 1 と物体 2 が分離することがある.図 1–2 はこのような場合の物体の位置の時間変化を示す.運動方程式を使って,分離の瞬間の物体 1 の x 座標を求めよ.なお,図 1–2 では物体の大きさは無視されており,接している間の物体 1 と物体 2 の位置を 1 本の実線で表している.
  - (4) 分離の瞬間の物体 1 の速度を答えよ.また,分離が起こるのは,時刻 t=0 における物体 1 の位置がどのような条件を満たす場合か答えよ.
- **問2** 物体 1 と物体 2 が分離した後の運動について考える.分離後,物体 1 は単独で単振動する.物体 2 は重力のために,分離後ある時間が経過した後に必ず物体 1 に衝突する.分離から衝突までの時間は時刻 t=0 における物体 1 の位置  $x_A$  に依存する.ここで,分離から衝突までの時間が,物体 1 が単独で単振動する際の周期 T に等しくなるように  $x_A$  の値を設定した.衝突の時刻を  $T_1$  とする.
  - (1) 物体 1 が単独で単振動する際の周期 T を答えよ. また、物体 1 と物体 2 が衝突する瞬間(時刻  $T_1$ )の物体 1 の x 座標を答えよ.
  - (2) 分離の瞬間の物体 2 の速度を V とする. 分離から衝突までの時間が T となるための V の満たす式を書け.
  - (3) 物体 1 と物体 2 の間のはねかえり係数は 1 であるとし,時刻  $T_1$  における衝突以降の運動を考える.物体 1 と物体 2 が, $T_1$  以降に再び接触する時刻  $T_2$  と,その時の物体 1 の x 座標を答えよ.また,時刻 t=0 から  $2T_1$  までの間で,横軸を時刻,縦軸を物体の位置とするグラフの概形を描け.物体の大きさは無視し,物体 1 と物体 2 が接した状態で運動している部分は実線,分離している部分は点線を用いよ.なお,縦軸,横軸共に,値や式を記入する必要はない.
  - (4) この場合の  $x_A$  を h, m, k, g を用いて表せ.