

図 1-1 のように、鉛直に固定した透明な管がある。ばね定数 k のばねの下端を管の底面に固定し、上端を質量 m の物体 1 に接続する。質量が同じく m の物体 2 を、物体 1 の上に固定せずにのせる。地面上の一点 O を原点として鉛直上向きに x 軸をとる。ばねが自然長になっている時の物体 1 の x 座標は h であり、重力加速度の大きさは g である。

なお、物体の大きさは小さく、管との摩擦や空気抵抗は無視でき、 x 方向以外の運動は考えない。ばねの質量は無視できる。また、管は十分長く、実験中に物体が飛び出すことはないものとする。

I 物体 1 と物体 2 を、互いに接した状態で、物体 1 の x 座標が x_A となる位置まで押し下げ、時刻 $t = 0$ に初速度 0 で放したところ、物体 1 と物体 2 は互いに接した状態で単振動を開始した。

問 1 この時の、物体 1 の単振動の中心の x 座標を答えよ。

問 2 物体 1 と物体 2 の x 方向の運動方程式をそれぞれ書け。各物体の加速度を a_1, a_2 、物体 1 の位置を x 、互いに及ぼす抗力の大きさを N ($N \geq 0$) とせよ。

問 3 x_A の値によっては、運動中に物体 1 と物体 2 が分離することがある。図 1-2 はこのような場合の物体の位置の時間変化を示す。運動方程式を使って、分離の瞬間の物体 1 の x 座標を求めよ。なお、図 1-2 では物体の大きさは無視されており、接している間の物体 1 と物体 2 の位置を 1 本の実線で表している。

問 4 分離の瞬間の物体 1 の速度を答えよ。また、分離が起こるのは、時刻 $t = 0$ における物体 1 の位置 x_A がどのような条件を満たす場合か答えよ。

II 物体 1 と物体 2 が分離した後の運動について考える。分離後、物体 1 は単独で単振動する。物体 2 は重力のために、分離後ある時間が経過した後に必ず物体 1 に衝突する。分離から衝突までの時間は時刻 $t = 0$ における物体 1 の位置 x_A に依存する。ここで、分離から衝突までの時間が、物体 1 が単独で単振動する際の周期 T に等しくなるように、 x_A の値を設定した。衝突の時刻を T_1 とする。

(1) 物体 1 が単独で単振動する際の周期 T を答えよ。また、物体 1 と物体 2 が衝突する瞬間（時刻 T_1 ）の物体 1 の x 座標を答えよ。

(2) 分離の瞬間の物体 2 の速度を V とする。分離から衝突までの時間が T となるための V の満たす式を書け。

(3) 物体 1 と物体 2 の間のはねかえり係数は 1 であるとし、時刻 T_1 における衝突以降の運動を考える。物体 1 と物体 2 が、 T_1 以降に再び接触する時刻 T_2 と、その時の物体 1 の x 座標を答えよ。また、時刻 $t = 0$ から $2T_1$ までの間で、横軸を時刻、縦軸を物体の位置とするグラフの概形を描け。物体の大きさは無視し、物体 1 と物体 2 が接した状態で運動している部分は実線、分離している部分は点線を用いよ。なお、縦軸、横軸共に、値や式を記入する必要はない。

(4) この場合の x_A を h, m, k, g を用いて表せ。

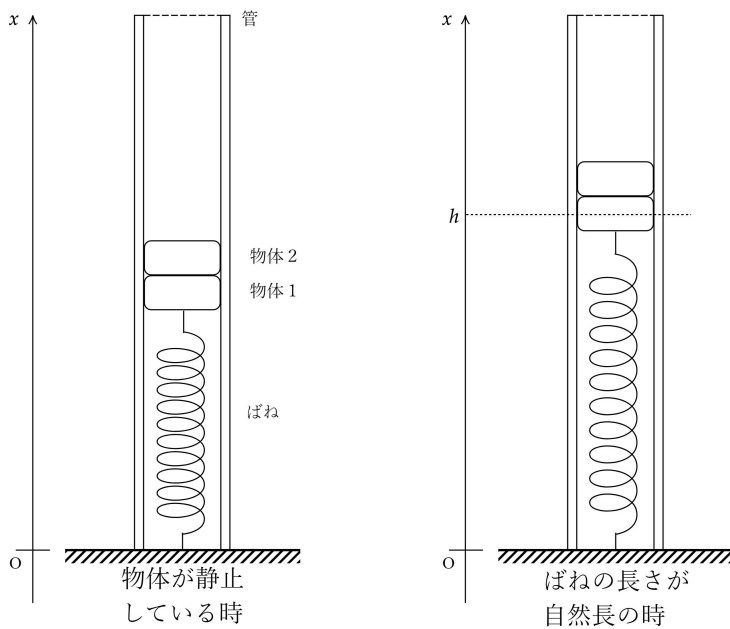


図 1-1

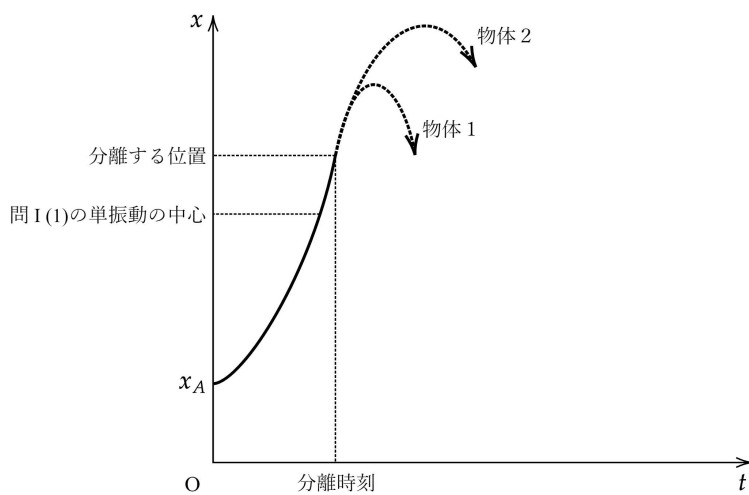


図 1-2