哈尔滨工业大学（深圳）

《系统建模与仿真》课程实验报告

（2020-2021 秋季学期）

课程名称 ： 系统建模与仿真

题　　目 ： 利用递推最小二乘算法辨识模型参数

班级学号 ： 19 级自动化 1 班 190410102

学生姓名 ： 方尧

2020 年 10 月 29 日

一、实验目的

通过仿真实验掌握利用递推最小二程方法辨识差分方程模型参数的原理和方法。

二、实验内容

给出系统的差分方程为

$$x(k)=a_1x(k-1)+a_2x(k-2)+b_1u(k-1)+b_2u(k-2)$$
$$z(k)=x(k)+v(k)$$

其中 $a_1=1.5, a_2=-0.7, b_1=1, b_2=0.5$；$u(k), x(k)$和$z(k)$ 分别为过程的输入，状态和输出变量；$\mathbf{v}(k)$ 为测量白噪声过程，服从正态分布，均值为零，方差为σ_v^2，记作$\mathbf{v}(k)\sim N(0,\sigma_v^2)$。

过程的输入驱动采用 M 序列，输出受到白噪声$\mathbf{v}(k)$ 的污染。根据过程的输入和输出数据$\{u(k), z(k)\}$，利用递推最小二乘算法辨识系统模型参数a_1, a_2和b_1, b_2 。

三、实验要求

进行方案设计，模拟过程进行仿真，获得输出数据，用M序列作为辨识的输入信号，噪声采用根方差$\sigma_v=0.01$ 的正态分布白噪声，通过最小二乘辨识模型参数，计算参数估计值与理论值之间的误差，画出相应的仿真曲线，分析噪声及算法对辨识结果的影响。

四、实验原理

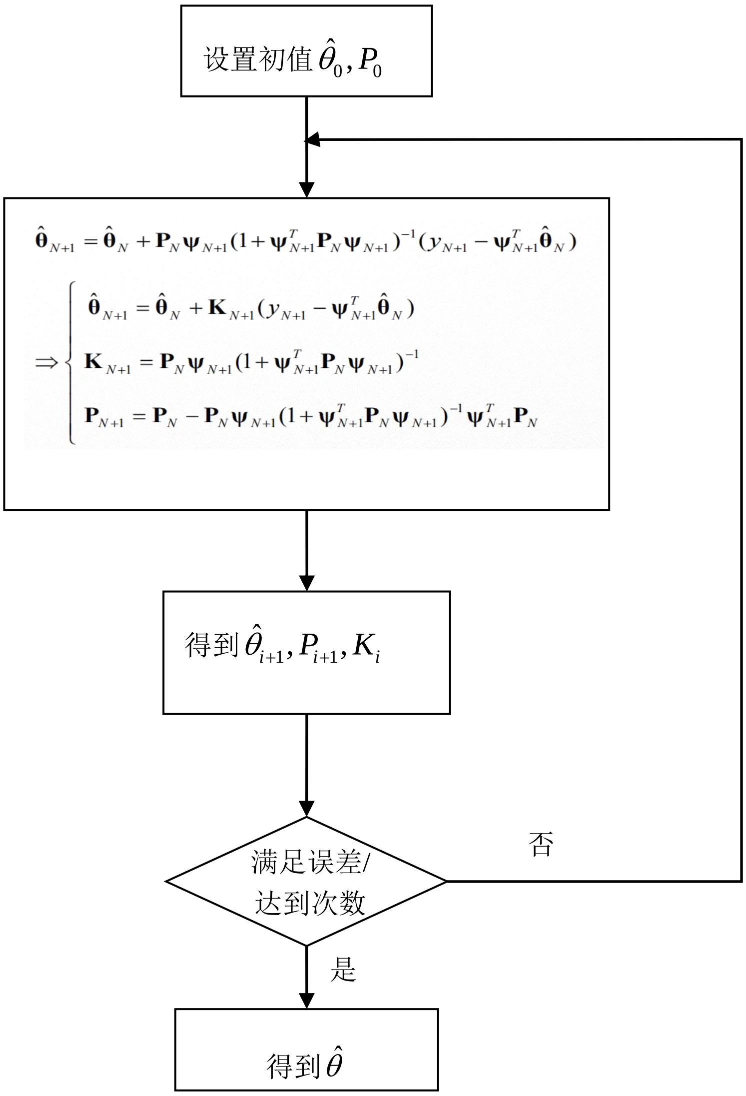
模型阶次 n 已知的 SISO 系统，可以用系统的输入输出数据估计出系统的差分方程各项系数。具体可用最小二乘估计。最小二乘法的参数估计结果为 $\hat{\theta}=\left(\Phi^T\Phi\right)^{-1}\Phi^TY$
但由于矩阵求逆运算复杂，采用迭代最小二乘法辨识：

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{N+1}=\hat{\boldsymbol{\theta}}_N+\mathbf{P}_N\boldsymbol{\psi}_{N+1}(1+\boldsymbol{\psi}_{N+1}^T\mathbf{P}_N\boldsymbol{\psi}_{N+1})^{-1}(y_{N+1}-\boldsymbol{\psi}_{N+1}^T\hat{\boldsymbol{\theta}}_N)$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\hat{\boldsymbol{\theta}}_{N+1}=\hat{\boldsymbol{\theta}}_N+\mathbf{K}_{N+1}(y_{N+1}-\boldsymbol{\psi}_{N+1}^T\hat{\boldsymbol{\theta}}_N)\\ \mathbf{K}_{N+1}=\mathbf{P}_N\boldsymbol{\psi}_{N+1}(1+\boldsymbol{\psi}_{N+1}^T\mathbf{P}_N\boldsymbol{\psi}_{N+1})^{-1}\\ \mathbf{P}_{N+1}=\mathbf{P}_N-\mathbf{P}_N\boldsymbol{\psi}_{N+1}(1+\boldsymbol{\psi}_{N+1}^T\mathbf{P}_N\boldsymbol{\psi}_{N+1})^{-1}\boldsymbol{\psi}_{N+1}^T\mathbf{P}_N\end{cases}$$

其中，可以取 $\hat{\theta}_0 = 0, P_0 = c^2 I_{(2n+1)\times(2n+1)}$,($c$为充分大的数)为初值，进行运算。

五、实验框图



六、实验程序代码

主程序

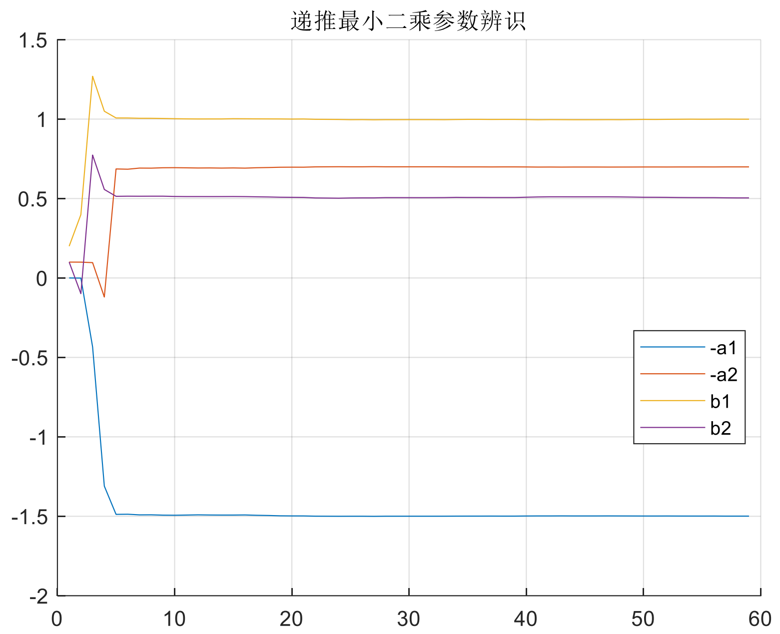
```
clc;clear;close all;
% 产生 M 序列
x=[0,1,0,1,1,0];
Np=2^6;r=1;a=1;
len=2^7;
for i=1:len
    y(i)=x(6);
    temp=xor(x(5),x(6));
    for j=5:-1:1
        x(j+1)=x(j);
    end
    x(1)=temp;
end
for i=1:len
    if(y(i)==0)
        u(i)=a;
    else
        u(i)=-a;
    end
end
v=0.01*randn(1,len);
x=zeros(1,len);
ab=[1.5 -0.7 1 0.5];
for i=3:len
    x(i)=sum(ab.*[x(i-1) x(i-2) u(i-1) u(i-2)]);
end
v=0.1*randn(1,len);
y=x+v;
figure;hold on;grid on
plot(1:len,x,1:len,y);
title('输出');legend('x','y');
so=[0 0.1 0.2 0.1]';
p=10^6*eye(4);
for i=3:60
    s=so(:,i-2);
    ptemp=p;
    f=[-y(i-1) -y(i-2) u(i-1) u(i-2)]';
    p=ptemp-ptemp*f*inv(1+f'*ptemp*f)*f'*ptemp;
    stemp=s+ptemp*f*inv(1+f'*ptemp*f)*(y(i)-f'*s);
    so=[so,stemp];
end
figure;hold on;grid on
for i=1:4
    plot(1:59,so(i,:));
end
title('递推最小二乘参数辨识');
legend('-a1','-a2','b1','b2','Location','best');
```

七、实验结果及分析

1. 白噪声方差不同

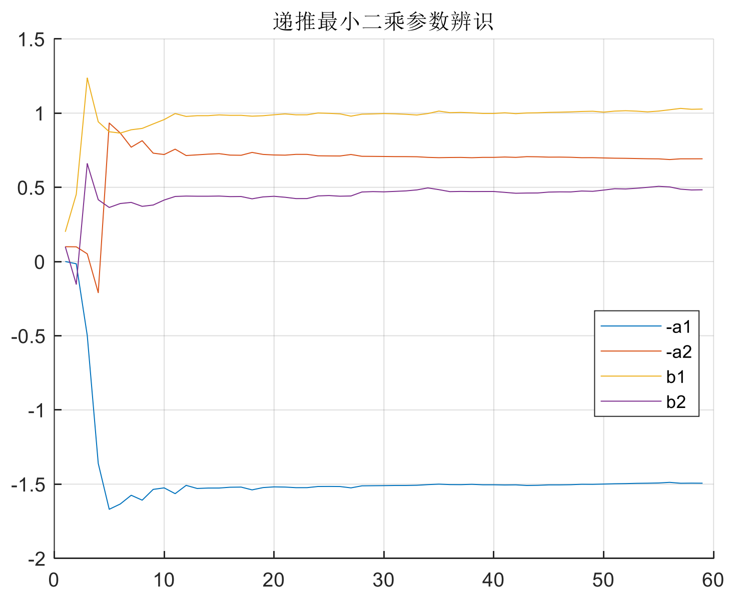
(1) 方差 σ^2 =0.01

$[-a_1, -a_2, b_1, b_2]$=[−1. 5005, 0. 7005, 1. 0021, 0. 4965]



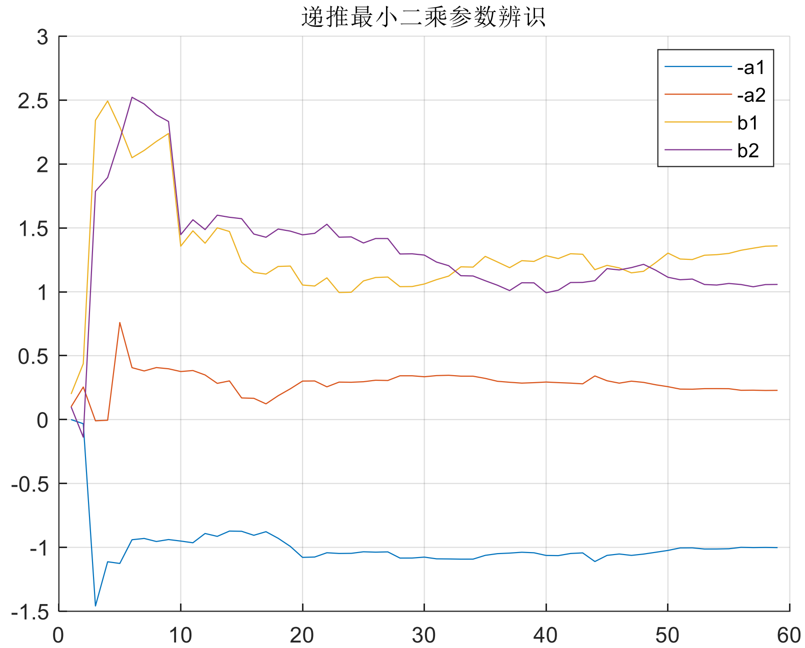
(2) 方差 σ^2 =0.1

$[-a_1, -a_2, b_1, b_2]$=[−1. 4880, 0. 6891, 0. 9581, 0. 5466]



(3) 方差σ^2=1（收敛不到正确结果）

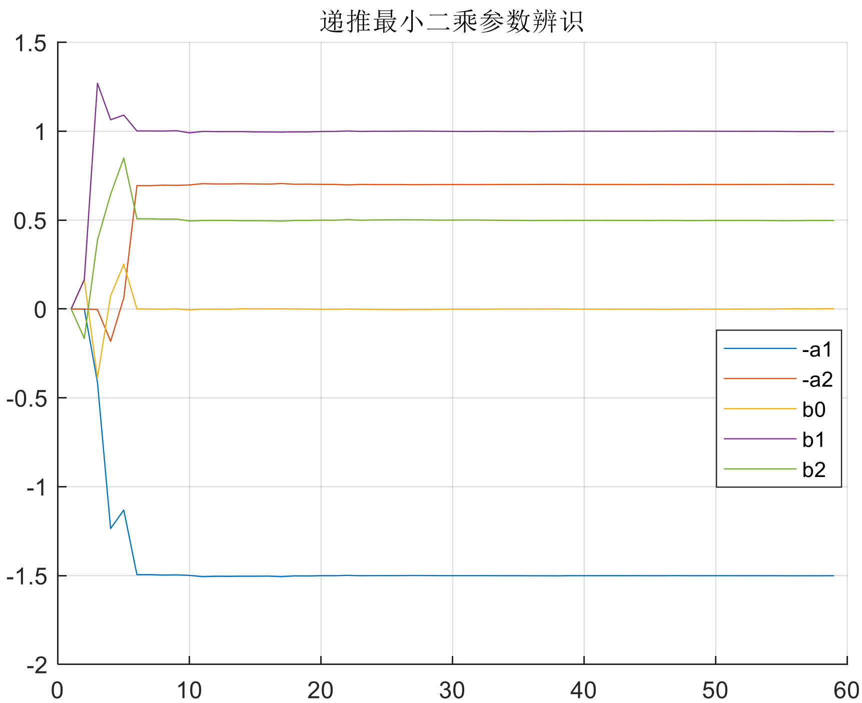
$[-a_1,-a_2,b_1,b_2]$=[−1.0019, 0.2288, 1.3596, 1.0576]



2. 方差相同，目标模型不同

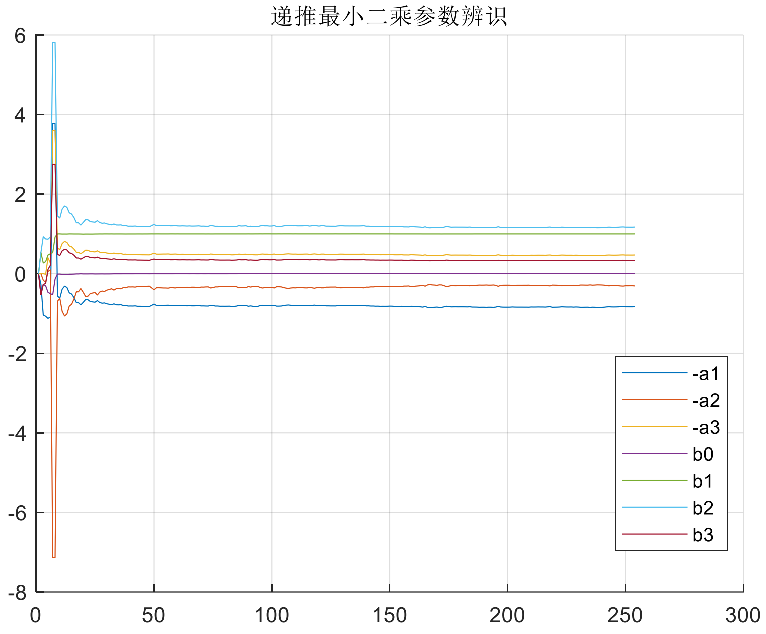
(1) 二阶系统，但含b_0

$[-a_1,-a_2,b_0,b_1,b_2]$=[−1.5008, 0.7008, 0.0004, 1.0032, 0.4954]



(2) 三阶系统（收敛不到正确结果）

$[-a_1,-a_2,-a_3,b_0,b_1,b_2,b_3]$=[−0.8285, −0.3070, 0.4698, 0.0005, 0.9999, 1.1719, 0.3356]



八、实验结论

结论 1：噪声方差越小，参数辨识收敛越快，效果越好。噪声方差过大，有可能辨识不出正确的模型参数。

结论 2：阶数是系统的固有属性，用阶数不匹配的模型辨识，得不到正确的参数模型。