第三章 空间力系

1. 空间汇交力系（了解）

2. 空间力对点之矩，力对轴之矩（重点掌握）

$$\vec{M}_O(\vec{F}) = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

力对轴之矩和力对点之矩的关系

3. 空间力偶系（了解）

4. 空间力系的简化结果（掌握），特别是空间力螺旋的概念

5. 空间力系平衡（掌握）

6. 重心（重点掌握）

概念

实验测试方法

组合法/负面积法 （注意对称性、坐标轴定义）

第四章 摩擦

1. 滑动摩擦的基本概念（了解）

2. 摩擦角和自锁（掌握）

3. 考虑摩擦的平衡（重点掌握）

   基本结题方法：假设状态、分情况讨论

4. 滚动摩阻（了解）

第五章 点的运动

1. 矢量法描述点的运动（了解）
2. 直角坐标法描述点的运动（了解）
3. 自然法描述点的运动（掌握）

自然法描述点的运动方程

自然法描述点的速度

自然法描述点的加速度（切向加速度、法向加速度）

（需记结论，推导过程只需要理解即可）

第六章 刚体的简单运动

1. 平动（了解）：平动的识别、速度和加速度各点一致

2. 刚体的定轴转动（掌握）

   描述刚体运动：转角、角速度、角加速度

   描述刚体上点的运动：速度、加速度

   矢量表示刚体运动的角速度、角加速度、点的速度和加速度

第七章 点的合成运动（重点掌握）

1. 运动学分析

动点（必须是一个确定的点）

动系（动点相对于动系一般有相对运动，牵连运动方便分析）

绝对运动：

相对运动：

牵连运动：

分析技巧：分析每种运动的时候一定是“独立”地去看问题

2. 速度分析

$$\vec{v}_a = \vec{v}_e + \vec{v}_r$$

大小 图

方向

速度分析是点的合成运动分析的基础，即使题目没有要求也必须要做

3. 加速度分析

首先分析牵连运动是哪种运动

牵连运动是平动

$$\vec{a}_a = \vec{a}_e + \vec{a}_r$$

大小

方向

牵连运动是定轴转动

$$\vec{a}_a = \vec{a}_e + \vec{a}_r + \vec{a}_C$$

大小

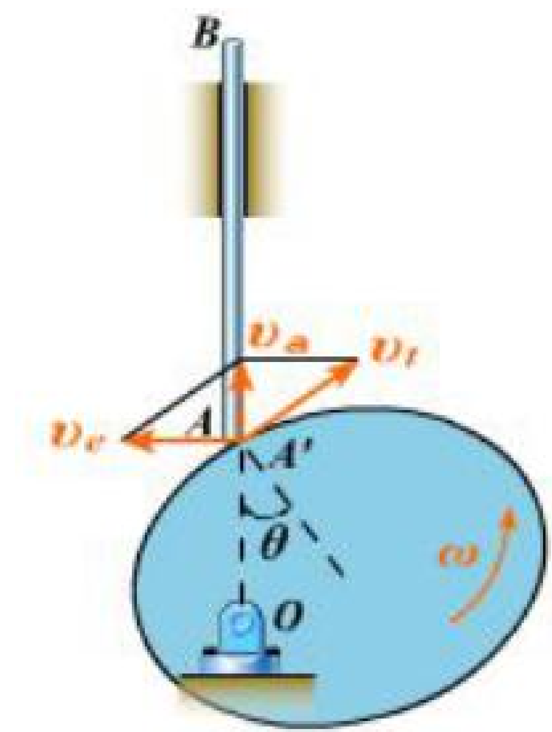
方向

求解：投影法

§7-4 牵连运动为定轴转动时点的加速度合成定理

例: 如图所示凸轮机构中，凸轮以匀角速度ω绕水平*O*轴转动，带动直杆*AB*沿铅直线上、下运动，且*O*，*A*，*B*共线。凸轮上与点*A*接触的点为*A*，图示瞬时凸轮上点*A*\`曲率半径为$\rho_A$，点*A*\`的法线与*OA*夹角为θ，*OA*=*l*。

求：该瞬时*AB*的速度及加速度。



解：动点（*AB*杆上），动系 :凸轮*O*

绝对运动 :直线运动（*AB*）

相对运动 :曲线运动（凸轮外边缘）

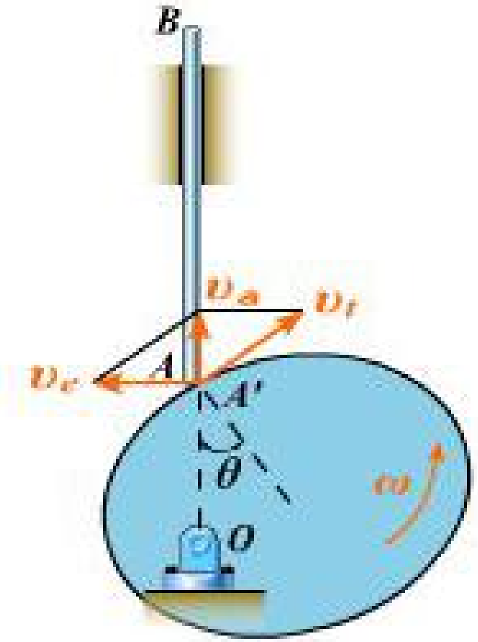
牵连运动 :定轴转动（*O*轴）

§ 7-4 牵连运动为定轴转动时点的加速度合成定理

$$\vec{v}_a = \vec{v}_e + \vec{v}_r$$

大小 ? ωl ?

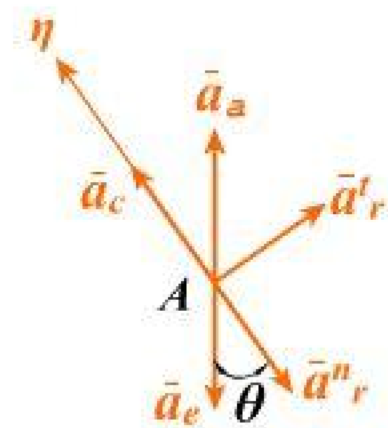
方向 √ √ √



$$v_a = v_e \tan\theta = \omega l \tan\theta$$

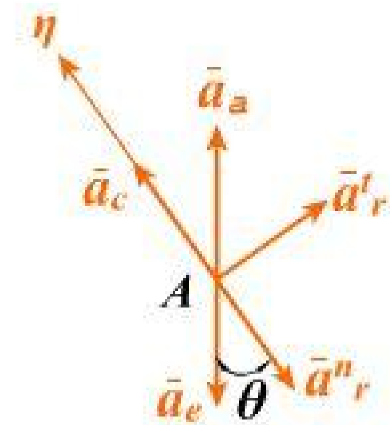
$$v_r = {v_e}/{\cos\theta} = {\omega l}/{\cos\theta}$$

加速度 $\vec{a}_a = \vec{a}_e + \vec{a}_r^t + \vec{a}_r^n + \vec{a}_C$



§ 7-4 牵连运动为定轴转动时点的加速度合成定理

加速度	$\vec{a}_a =$	$\vec{a}_e +$	$\vec{a}_r^t +$	$\vec{a}_r^n +$	$\vec{a}_C$
大小	?	$\omega^2 l$	?	v_r^2/ρ_A	$2\omega_1 v_r$
方向	✓	✓	✓	✓	✓

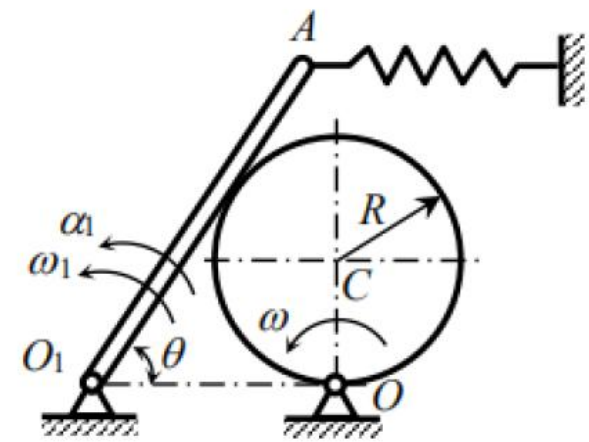


沿 轴投影

$$a_a \cos\theta = -a_e \cos\theta - a_r^n + a_C$$

$$a_a = -\omega^2 l \left(1 + \frac{l}{\rho_A \cos^3\theta} - \frac{2}{\cos^2\theta}\right)$$

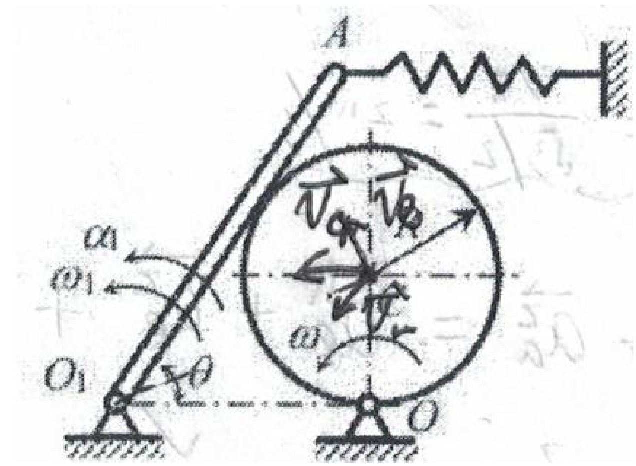
7-9、图示偏心轮摇杆机构中，摇杆 O_1A 借助弹簧压在半径为 R 的偏心轮 C 上。偏心轮 C 绕轴 O 往复摆动，从而带动摇杆绕轴 O_1 摆动。设 $OC \perp OO_1$ 时，轮 C 的角速度为ω，角加速度为零，θ=60° 。求此时摇杆 O_1A 的角速度ω_1和角加速度α_1。



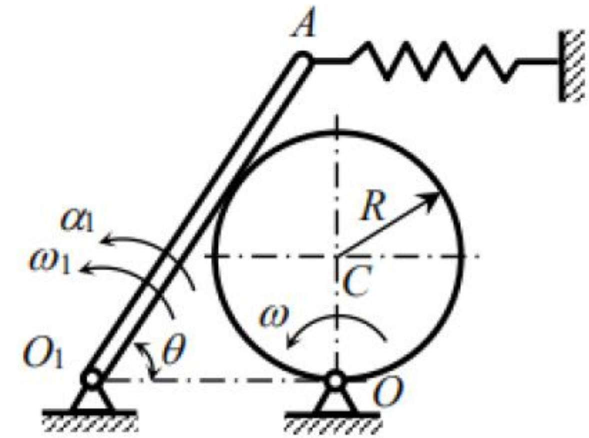
动点C；O_1A动系.

$v_e = v_r = v_a = R\omega$.

$\therefore \omega_1 = \dfrac{R\omega}{2R} = \dfrac{1}{2}\omega$.



7-9、图示偏心轮摇杆机构中，摇杆 O_1A 借助弹簧压在半径为 R 的偏心轮 C 上。偏心轮 C 绕轴 O 往复摆动，从而带动摇杆绕轴 O_1 摆动。设 $OC\perp OO_1$ 时，轮 C 的角速度为ω，角加速度为零，θ=60° 。求此时摇杆 O_1A 的角速度ω_1和角加速度α_1。

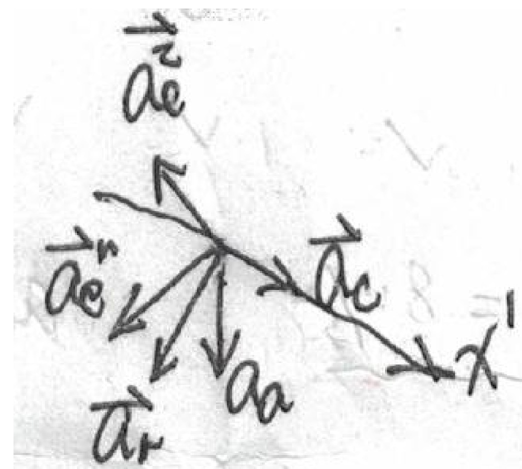


$$\vec{a}_a=\vec{a}_e^{\tau}+\vec{a}_e^{n}+\vec{a}_r+\vec{a}_C$$

	$\vec{a}_a$	$\vec{a}_e^{\tau}$	$\vec{a}_e^{n}$	$\vec{a}_r$	$\vec{a}_C$
大小	✓	?	✓	?	✓
方向	✓	✓	✓	✓	✓

$a_a=R\omega^2$　　$a_e^n=2R\cdot(\frac{1}{2}\omega)^2=\frac{1}{2}R\omega^2$

$a_C=2\times\frac{1}{2}\omega\times R\omega=R\omega^2$



向x'投影：

$$\frac{\sqrt{3}}{2}R\omega^2=-\frac{\sqrt{3}}{2}a_e^{\tau}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}R\omega^2+R\omega^2$$

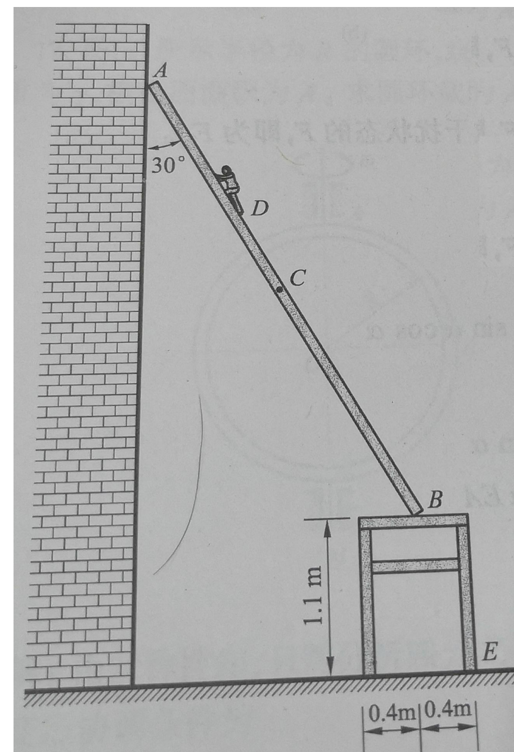
$a_e^{\tau}=\frac{\sqrt{3}}{6}R\omega^2$　　$\therefore\ \alpha_1=\frac{\sqrt{3}}{12}\omega^2$

例 为了能拿到高处的物品，需将梯子下端搁在小桌的中点上，上端靠在墙上，如图所示，若梯子重P_1=100N，长l=4m，重心在梯子AB的中点C处，桌子重P_2=200N。A，B两处的静摩擦系数均为f_{s1}=0.45，桌腿与地面间的静摩擦系数为f_{s2}=0.35，人重P_3=600N。试分析：

（1）本问题与力学中的什么内容有关？

（2）系统若不平衡，有哪几种可能的情况？

（3）人在梯子上能站稳的最高点D到梯子下端B端的距离是多少？

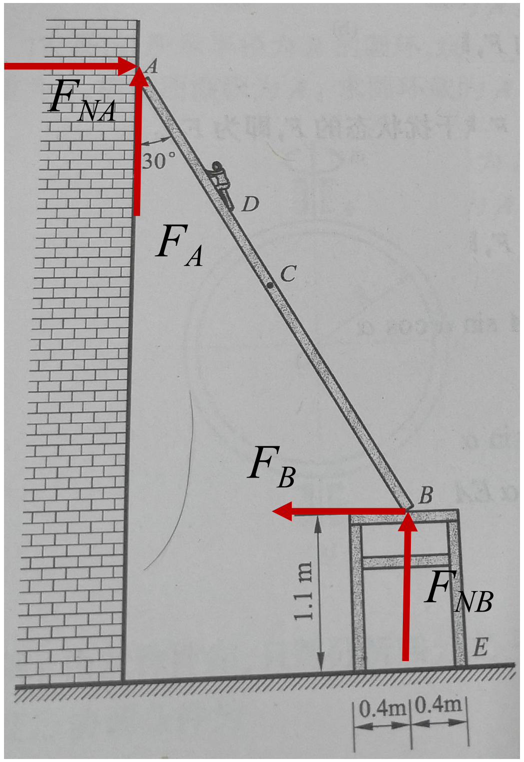


(1) 考虑摩擦的物系平衡

(2) A. 桌子不动，梯子沿桌面及墙面滑倒

B. 桌子与梯子无滑动，桌腿在地面滑动，梯子沿墙面滑动

C. 桌子与梯子无滑动，桌子绕E点向右翻转



(3) 假设临界状态A

$$\sum F_y = 0 \qquad F_{NB} + F_A - P_1 - P_3 = 0$$

$$\sum F_x = 0 \qquad F_{NA} = F_B$$

$$F_A = f_{s1} F_{NA}$$

$$F_B = f_{s1} F_{NB}$$

解得：$F_{NA} = 261.9N$

$$\sum M_B = 0 \qquad d = 3.477m$$

(3) 再研究桌子看是否滑动

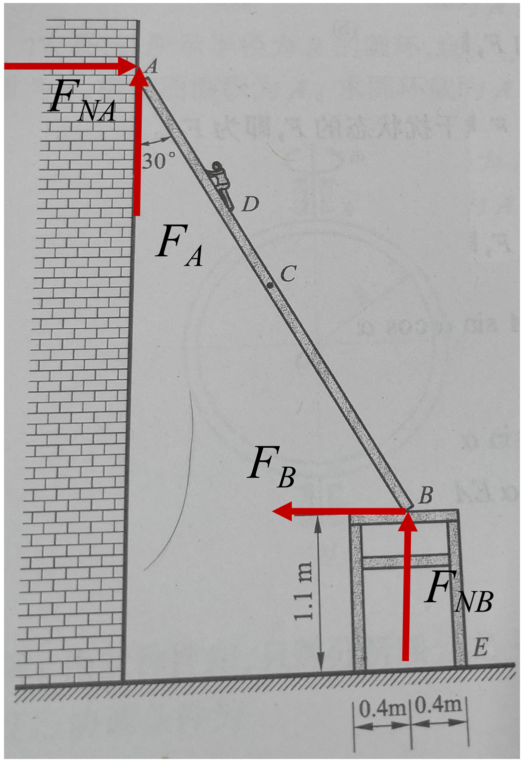
假设地面摩擦力为F，则

$$\sum F_x = 0 \qquad F = F_B = F_{NA} = 261.9N$$

$$\sum F_y = 0 \qquad F_{N1} + F_{N2} = P_2 + F_{NB} = 782N$$

$$F_{\max} = f_{s2}(F_{N1} + F_{N2}) = 273.7N > F$$

桌子不会滑动



(3) 最后看桌子是否会翻倒

思路一：令 $F_{N1}=0$

使得桌子翻倒的主动力矩

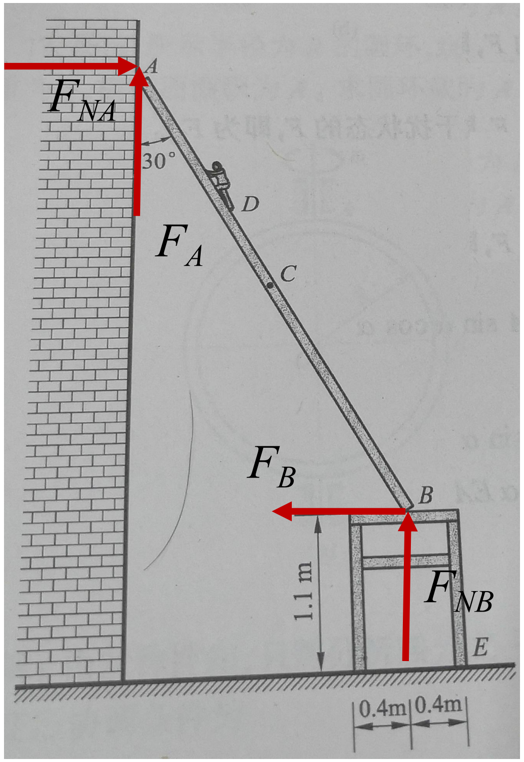
$$F_B \times 1.1 = 288.1Nm$$

使得桌子不翻倒的平衡力矩

$$(F_{NB}+P_2)\times 0.4 = 312.8Nm$$

所以不会翻倒

思路二：直接通过平衡求 F_{N1}

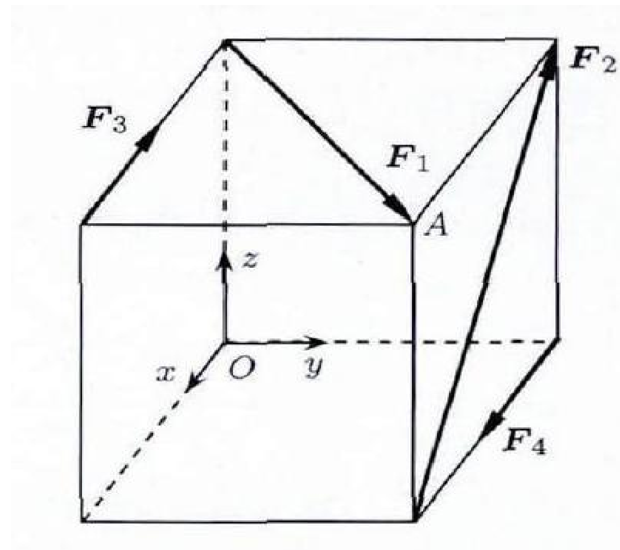


例1 图示正方形边长为c，其上分别作用四个力F_1，F_2，F_3，F_4，其中各力大小之间的关系为$F_1=F_2=F_a$，$F_3=F_4=F_b$。

（1）此力系对OA轴之矩的大小为（ ）

（2）若此力系可简化为一个力，则F_a与F_b的关系（ ）

（3）若$F_a=F_b=F$，此力系简化为一力螺旋，则其中的力偶矩大小为（ ）



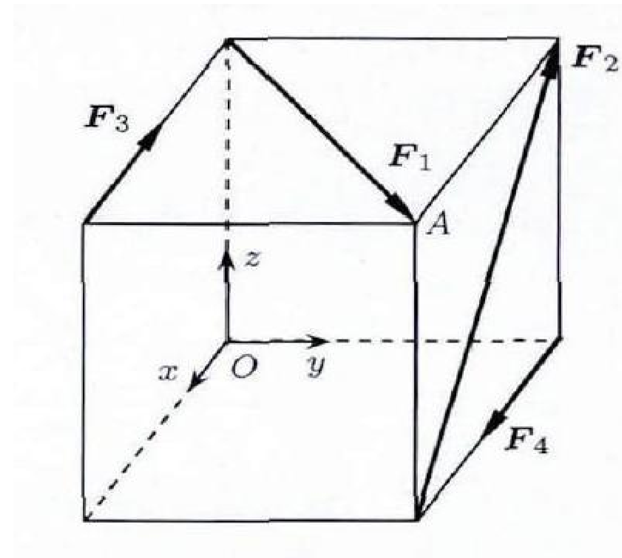
(1)

$$\vec{M_O} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}Fa - Fb\right)c\,\vec{j} + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}Fa - Fb\right)c\,\vec{k}$$

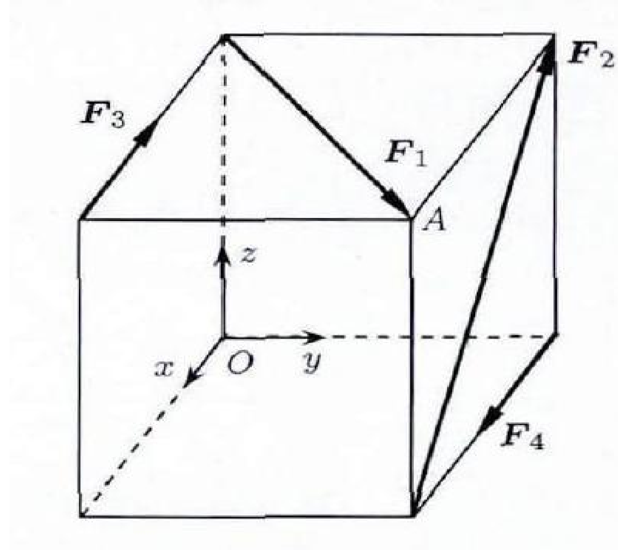
OA方向单位向量.

$$\therefore M_{OA} = \vec{M_O}\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{3}\vec{j} + \frac{\sqrt{3}}{3}\vec{k}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{3}\left(\sqrt{2}Fa - Fb\right)$$



(2) $\vec{F}_R = 0\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}F_a\vec{j} + \frac{\sqrt{2}}{2}F_a\vec{k}$



令 $\vec{M}_O \cdot \vec{F}_R = 0$

$\frac{1}{2}F_a - \frac{\sqrt{2}}{2}F_b + \frac{1}{2}F_a - \frac{\sqrt{2}}{2}F_b = 0$

$\therefore F_a = \sqrt{2}F_b$

(3) 若 $F_a = F_b$ $\quad \vec{M}_O = (\frac{\sqrt{2}}{2}-1)F_a c\vec{j} + (\frac{\sqrt{2}}{2}-1)F_a c\vec{k}$

$M = \left|(\frac{\sqrt{2}}{2}-1)F_a c \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + (\frac{\sqrt{2}}{2}-1)F_a c\frac{\sqrt{2}}{2}\right| = (\sqrt{2}-1)F_a c$