

(Due: Oct. 21, 2021)

1. (10'+10'+20') 考虑一单位负反馈系统，其开环传递函数为

$$L(s) = G_c(s)G(s) = \frac{8}{s(s^2 + 6s + 12)}$$

- (1) 请求出该系统的闭环传递函数 $T(s)$.
- (2) 请用一个二阶系统来近似 $T(s)$.
- (3) 请用计算机绘制出原系统的单位阶跃响应 $y_1(t)$ ，和近似系统的单位阶跃响应 $y_2(t)$ ，试比较二者的相关性能指标。（注意：请附程序代码）

2. (10') 考虑一个二阶规范系统 $G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$ ，其中 $\zeta = 0.7$, $\omega_n = 1$ ，添加一个右半平面的闭环零点 $z = 1$ ，请用计算机绘制出原系统的单位阶跃响应和增加零点后的系统的单位阶跃响应，试就瞬态性能和稳态性能进行比较。

3. (20') 求矩阵 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ 的特征方程、特征根，以及约旦标准型。

4. (30') 求下列矩阵的矩阵指数函数 e^{At}

(1) $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$

(2) $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$

(3) $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$

5. (20') optional

给定常数矩阵 $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ，定义以 A 为幂的矩阵指数为

$$e^A \triangleq I + A + \frac{1}{2!}A^2 + \cdots + \frac{1}{k!}A^k + \cdots$$

如果 A 的特征根 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ 两两相异，试证明 $\det(e^A) = \prod_{i=1}^n e^{\lambda_i}$