自控 HW-10 自动化1班 190410102 方光

1. 列写劳斯列表：

s^6	1	-4	-7	10
s^5	4	4	-8	0
s^4	-5	-5	10	
s^3	-20	-10		
s^2	$-\frac{5}{2}$	10		
s^1	90			
s^0	10			

$-5s^4-5s^2+10$ 求导 $-20s^3-10s$

变号两次在S平面右半部有2个特征根，

求解辅助方程 $-5s^4-5s^2+10=0$

得 $s_{1,2}=\pm 1$，$s_{3,4}=\pm j\sqrt{2}$

故S平面右半部分特征值数目为2，共轭虚根为 $\pm j\sqrt{2}$。

2. $$\Phi(s)=\frac{G(s)H(s)}{1+G(s)H(s)}=\frac{K(s+1)}{2Ts^3+(2+T)s^2+(K+1)s+K}$$

列写劳斯列表：

s^3	$2T$	$K+1$
s^2	$2+T$	K
s^1	$2K+2+T-TK$	0
s^0	K	

$$\begin{cases} 2T>0 \\ 2+T>0 \\ K+1>0 \\ K>0 \\ 2K+2+T-TK>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T>0 & K\in(0,1] \\ T<\frac{2(K+1)}{K-1}, & K>1 \end{cases}$$

3. $$\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{10(s+1)}{s^3+(10\tau+1)s^2+10s+10}$$

列写劳斯列表：

s^3	1	10
s^2	$10\tau+1$	10
s^1	100τ	0
s^0	10	

$$\begin{cases} 10\tau+1>0 \\ \tau>0 \end{cases}$$

故稳定τ的范围是 $\tau>0$

4. $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{10(\tau s+1)}{s^3+s^2+10\tau s+10}$

列写劳斯列表：

s^3	1	10τ
s^2	1	$10.$
s^1	$10\tau-10$	0
s^0	10	

$\begin{cases} 10\tau>0 \\ 10\tau-10>0 \end{cases}$ 故 $\tau>1$

5. $\frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{G(z)}{1+G(z)}$，其中 $G(z) = Z[G(s)] = Z\left[\frac{k}{s(\tau s+1)}\right] = k\frac{z}{z-1} + \frac{-kz}{z-e^{-\frac{T_0}{\tau}}}$

故 $\frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{G(z)}{1+G(z)} = \frac{kz(1-e^{-\frac{T_0}{\tau}})}{z^2+(k-1-e^{-\frac{T_0}{\tau}}-ke^{-\frac{T_0}{\tau}})z+e^{-\frac{T_0}{\tau}}}$

令 $w=\frac{z+1}{z-1}$ 即 $z=\frac{w+1}{w-1}$ 代入得 $k(1-e^{-\frac{T_0}{\tau}})w^2+2(1-e^{-\frac{T_0}{\tau}})w+2(1+e^{-\frac{T_0}{\tau}})-k(1-e^{-\frac{T_0}{\tau}})=0$

由于是二次式，只需 $\begin{cases} w_1+w_2 = -\frac{2(1-e^{-\frac{T_0}{\tau}})}{k(1-e^{-\frac{T_0}{\tau}})} < 0 \\ w_1\cdot w_2 = \frac{2(1+e^{-\frac{T_0}{\tau}})-k(1-e^{-\frac{T_0}{\tau}})}{k(1-e^{-\frac{T_0}{\tau}})} > 0 \end{cases}$

得出 $0<k<\frac{2(1+e^{-\frac{T_0}{\tau}})}{1-e^{-\frac{T_0}{\tau}}}$