HW-2 19040102 自动化1班 方秃

1. (1) 完全能控 $b_2 \neq 0$, $b_4 \neq 0$

(2) 完全能观 $c_1 \neq 0$, $c_3 \neq 0$

2. 由Jordan标准型能控判别定理

c_1和c_3无论取何值（$\in R^1$）都线性相关，故不能控

3. $\phi_1 = C_1(SI-A_1)^{-1}B_1+D_1 = \dfrac{1}{S+2}$

$\phi_2 = C_2(SI-A_2)^{-1}B_2+D_2 = \dfrac{S+2}{(S+1)(S+3)}$

故串联之后 $\phi = \phi_1 \cdot \phi_2 = \dfrac{1}{(S+1)(S+3)}$

(1) 状态空间 $\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -4 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$

$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x$

(2) 能控性矩阵 $[B \quad AB] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$ rank=2

能观性矩性 $\begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ rank=2

故串联后系统能控且能观。

HW-2 19040102 自动化1班 方亮

4. 即 $z = P^{-1}x$

$\dot{z} = P^{-1}\dot{x} = P^{-1}(Ax+Bu) = P^{-1}APz + P^{-1}Bu$

$y = Cx = C \cdot Pz$

$\bar{A} = P^{-1}AP$, $\bar{B} = P^{-1}B$, $\bar{C} = CP$, $\bar{D} = D$

(1) 原传递函数矩阵为 $[C(SI-A)^{-1}B+D]$

线性变换后为

$[\bar{C}(SI-\bar{A})^{-1}\bar{B}+\bar{D}] = CP(SI-P^{-1}AP)^{-1}P^{-1}B+D$

$= C[P(SI-P^{-1}AP)P^{-1}]^{-1}B+D$

$= C(SI-A)^{-1}B+D =$ 原矩阵

即线性变换不改变 u 到 y 的传递函数矩阵

(2) 对于矩阵

$[\bar{B} \quad \bar{A}\bar{B} \quad \bar{A}^2\bar{B} \quad \cdots \quad \bar{A}^{n-1}\bar{B}]$

$= [P^{-1}B \quad P^{-1}APP^{-1}B \quad \cdots \quad (P^{-1}AP)^{n-1}P^{-1}B]$

$= [P^{-1}B \quad P^{-1}AB \quad \cdots \quad P^{-1}A^{n-1}B]$

$= P^{-1}[B \quad AB \quad \cdots \quad A^{n-1}B]$, P 非奇异

即 $\mathrm{rank}([\bar{B}, \bar{A}\bar{B}, \cdots, \bar{A}^{n-1}\bar{B}]) = \mathrm{rank}([B, AB, \cdots, A^{n-1}B])$

故线性变换前后能控性矩阵秩相等

故线性变换不改变系统的可控性。

HW-2 19040102 自动化1班 方亮

5. (1) $|\lambda E-A| = \begin{vmatrix} \lambda & -1 \\ 6 & \lambda-5 \end{vmatrix} = (\lambda-2)(\lambda-3)$ 得$\lambda_1=2$, $\lambda_2=3$

$\lambda_1=2$ $\begin{cases} 2x_1-x_2=0 \\ 6x_1-3x_2=0 \end{cases}$ 得$\xi_1=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\lambda_2=3$ $\begin{cases} 3x_1-x_2=0 \\ 6x_1-2x_2=0 \end{cases}$ 得$\xi_2=\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

令$P=(\xi_1\ \xi_2)$ $\bar{A}=P^{-1}AP=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ $\bar{B}=P^{-1}B=\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\bar{C}=CP=(1,4)$ $\bar{D}=D$

故对角化后 $\dot{\bar{x}}(t)=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}\bar{x}(t)+\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}u(t)$

$Y(t)=(1,4)\bar{x}(t)+u(t)$

(2) $\Phi(s)=C(sI-A)^{-1}B+D$

$=\bar{C}(sI-\bar{A})^{-1}\bar{B}+\bar{D}$

$=\dfrac{(s-1)^2}{(s-2)(s-3)}$

6. $\left\{[R(s)+C(s)]\dfrac{3}{s}+R(s)\right\}\cdot\dfrac{1}{s+2}=C(s)$

整理得 $\Phi(s)=\dfrac{C(s)}{R(s)}=\dfrac{1}{s-1}$

$\dot{c}(t)-c(t)=r(t)$

令$x=c(t)$ 则 $\dot{x}=x+r$

即状态空间模型为 $\begin{cases} \dot{x}=x+r \\ c=x \end{cases}$

$B=[1]$无全零行, $C=[1]$无全零列, 故该系统能控能观