

(Due: Dec.21,2021)

1. (20')

已知线性定常系统的状态方程为

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

试利用李雅普诺夫第二法判别该系统平衡状态的稳定性。

2. (20')

已知线性定常系统的状态方程为

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

试分析该系统在平衡状态的稳定性。

3. (30')

已知线性定常离散系统的状态方程为

$$\begin{aligned} x_1(k+1) &= x_1(k) + 3x_2(k) \\ x_2(k+1) &= -3x_1(k) - 2x_2(k) - 3x_3(k) \\ x_3(k+1) &= x_1(k) \end{aligned}$$

试分析该系统的平衡状态的稳定性。

4. (30')

已知线性定常离散系统的齐次状态方程为

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k)$$

其中系统矩阵 \mathbf{A} 为

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{K}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

以及 $K > 0$ 。试确定给定系统在平衡点 $\mathbf{x}_e = 0$ 处渐近稳定时参数 K 的取值范围。