自动控制原理A HW-12 自动化1班 190410102 方尧

1. $E(s)=R(s)-[E(s)\cdot G_1(s)+F(s)]\cdot G_2(s)$，其中 $G_1(s)=\dfrac{k_1}{T_1s+1}$，$G_2(s)=\dfrac{k_2}{s(T_2s+1)}$

得 $E(s)=\dfrac{R(s)-F(s)G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)}$，$r(t)=t$，$R(s)=\dfrac{1}{s^2}$，$f(t)=-1(t)$，$F(s)=-\dfrac{1}{s}$

得 $E(s)=\dfrac{(T_1s+1)(T_2s+1+k_2)}{s[s(T_1s+1)(T_2s+1)+k_1k_2]}$

$$e_{ss}=\lim_{t\to\infty}e(t)=\lim_{s\to0}sE(s)=\lim_{s\to0}\frac{(T_1s+1)(T_2s+1+k_2)}{s(T_1s+1)(T_2s+1)+k_1k_2}=\frac{k_2+1}{k_1k_2}$$

2. $\Phi_{ef}(s)=-\dfrac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)}$

(1) $G_1(s)=k_1$，$G_2(s)=\dfrac{k_2}{s(T_2s+1)}$ 时，系统稳定

$f(t)=1(t)$ 时，$F(s)=\dfrac{1}{s}$，$e_{ssf}=\lim\limits_{s\to0}s\Phi_{ef}(s)\cdot F(s)=\lim\limits_{s\to0}-\dfrac{k_2}{k_1k_2+s(T_2s+1)}=-\dfrac{1}{k_1}$

$f(t)=t$ 时，$F(s)=\dfrac{1}{s^2}$，$e_{ssf}=\lim\limits_{s\to0}s\Phi_{ef}(s)F(s)=\lim\limits_{s\to0}-\dfrac{1}{s}\cdot\dfrac{k_2}{k_1k_2+s(T_2s+1)}=-\infty$

(2) $G_1(s)=\dfrac{k_1(T_1s+1)}{s}$，$G_2(s)=\dfrac{k_2}{s(T_2s+1)}$ 时，系统稳定

$f(t)=1$ 时，$F(s)=\dfrac{1}{s}$，$e_{ssf}=\lim\limits_{s\to0}s\Phi_{ef}(s)F(s)=\lim\limits_{s\to0}\dfrac{-k_2s}{s^2(T_2s+1)+k_1k_2(T_1s+1)}=0$

$f(t)=t$ 时，$F(s)=\dfrac{1}{s^2}$ $e_{ssf}=\lim\limits_{s\to0}s\Phi_{ef}(s)F(s)=\lim\limits_{s\to0}-\dfrac{k_2}{s^2(T_2s+1)+k_1k_2(T_1s+1)}=-\dfrac{1}{k_1}$

3. $\Phi_e(s)=\dfrac{E(s)}{R(s)}=\dfrac{1-G_3(s)G_2(s)}{1+k_1G_2(s)}$，其中 $G_2(s)=\dfrac{k_2}{s(s+2\zeta)}$

系统提高至Ⅲ型故 $r(t)=\dfrac{1}{6}t^3$，$R(s)=\dfrac{1}{s^4}$ 时稳态误差应为常值。

$$e_{ss}=\lim_{s\to0}s\Phi_e(s)R(s)=\lim_{s\to0}\frac{(Ts+1)(s+2\zeta)-k_2(\lambda_2s+\lambda_1)}{s^2[s(s+2\zeta)+k_1k_2](Ts+1)}$$

则应满足分子 s^1、s^0 次项系数为0，即 $\begin{cases}1+2\zeta T-k_2\lambda_2=0\\2\zeta-k_2\lambda_1=0\end{cases}$ 得 $\begin{cases}\lambda_1=0.02\\\lambda_2=0.024\end{cases}$

即顺馈参数 $\lambda_1=0.02$，$\lambda_2=0.024$

4. $\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{G(s)}{1+G(s)}=\frac{20s+10}{s^4+6s^3+100s^2+20s+10}$，由劳斯判据，知系统稳定

$G(s)=\frac{10(2s+1)}{s^2(s^2+6s+100)}=\frac{1}{10}\cdot\frac{2s+1}{s^2(\frac{1}{100}s^2+\frac{3}{50}s+1)}$. 故开环增益 $K=\frac{1}{10}$，型别 $=2$.

$K_a=\lim_{s\to0}s^2G(s)=\frac{1}{10}$，$K_v=\lim_{s\to0}sG(s)=\infty$，$K_p=\lim_{s\to0}G(s)=\infty$

$r(t)=2t$ 时 $e_{ss}=\frac{A}{K_v}=\frac{2}{\infty}=0$

$r(t)=2+2t+t^2$ 时，利用叠加定理 $e_{ss}=\frac{2}{1+K_p}+\frac{2}{K_v}+\frac{2}{K_a}=20$

5. $\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{G_1(s)G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)}=\frac{K_0(s+1)}{s^4+9s^3+18s^2+K_0s+K_0}$，由劳斯判据，稳定条件 $0<K_0<81$.

开环传递 $G(s)H(s)=\frac{(s+1)K_0}{s^2(s+3)(s+6)}=\frac{K_0}{18}\frac{s+1}{s^2(\frac{1}{3}s+1)(\frac{1}{6}s+1)}$

故开环增益 $K=\frac{K_0}{18}$

加速度稳态误差系数 $K_a=\lim_{s\to0}s^2G(s)H(s)=K$

输入 $r(t)=t^2$ 时 $e_{ss}=\frac{A}{K_a}=\frac{2}{K}<0.5$ 得 $K>4$.

且有 $K_0=18K\in(0,81)$ 故 $K\in(4,4.5)$ 即满足条件的开环增益范围是 $4<K<4.5$

6. $G(z)=Z\left[\frac{1-e^{-Ts}}{s}\cdot\frac{10(0.5s+1)}{s}\right]=\frac{z-1}{z}Z\left[\frac{10(0.5s+1)}{s^2}\right]=\frac{z-1}{z}\left[\frac{5z}{z-1}+\frac{10Tz}{(z-1)^2}\right]=5+\frac{2}{z-1}$

$\frac{Y(z)}{R(z)}=\frac{G(z)}{1+G(z)}=\frac{5z-3}{6z-4}$ 极点位于单位圆内，故系统稳定

$K_p=\lim_{z\to1}G(z)=\infty$，$K_v=\lim_{z\to1}(z-1)G(z)=2$，$K_a=\lim_{z\to1}(z-1)^2G(z)=0$.

利用叠加定理 $e_{ss}=\frac{A_1}{1+K_p}+\frac{A_2T}{K_v}+\frac{A_3T^2}{K_a}=\frac{1}{1+\infty}+\frac{1\cdot T}{2}+\frac{1\cdot T^2}{0}=\infty$

故系统稳态误差 $e_{ss}(\infty)=\infty$

7. $G(z)=Z\left[\frac{1-e^{-Ts}}{s}\cdot k\cdot\frac{e^{-0.5s}}{s}\right]=k\frac{z-1}{z}Z\left[\frac{e^{-0.5s}}{s^2}\right]=k\frac{z-1}{z}\cdot z^{-2}\frac{Tz}{(z-1)^2}$

$=\frac{kT}{(z-1)z^2}=\frac{1}{z-1}\frac{kT}{z^2}$ 故系统型别为 I 型

$z=\frac{w+1}{w-1}$ 代入得特征方程为 $0.25kw^3+(2-0.75k)w^2+(4+0.75k)w+2-0.25k=0$，劳斯判据得系统稳定k的值范围是 $0<k<2\sqrt{5}-2$

$k_p=\lim\limits_{z\to1}G(z)=\infty$，$k_v=\lim\limits_{z\to1}(z-1)G(z)=kT$，$k_a=\lim\limits_{z\to1}(z-1)^2G(z)=0$

当输入 $r(t)=2\cdot1(t)+t$ 时，应用叠加定理

$e_{ss}=\frac{A_0}{1+k_p}+\frac{A_1T}{k_v}=\frac{2}{1+\infty}+\frac{1\cdot T}{kT}=\frac{1}{k}<0.5$

故 $k>2$ 故稳态误差小于0.5，k的值范围为 $2<k<2\sqrt{5}-2$