班（学）号　　　　　　　　　　　　　　　　姓名：

哈工大各学院 2007 /2008 学年 秋季学期

考试时间 120 分钟
考试形式 闭

概率试 题

班（学）号
姓 名

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分	
分 数												

注意行为规范 遵守考场纪律！

（注：需要用到的标准正态分布表，t-分布表见末页末尾处。）

一、填空题（每题 3 分，共计 15 分）

1. 设事件 A、B 满足 $P(A)=0.5$，$P(B)=0.6$，$P(B|A)=0.6$，则 $P\left(A\cup B\right)=$__________.

2. 设事件 A,B,C 两两独立，且 $ABC=\varnothing$，$P(A)=P(B)=P(C)<\frac{1}{2}$，$P\left(A\cup B\cup C\right)=\frac{9}{16}$，则 $P(A)=$__________.

3. 设随机变量 X 的概率密度为 $f_X(x)=\begin{cases}2x, 0<x<1,\\ 0, \text{其它}\end{cases}$，对 X 进行三次独立重复观察，用 Y 表示事件“$X\le\frac{1}{2}$”出现的次数，则 $P(Y=1)=$ __________.

4. 已知一批零件的长度 $X\sim N(\mu,4)$，μ 未知，从中随机地抽取 16 个零件，得样本均值 $x=30$，则 μ 的置信度 0.95 的置信区间是__________.

5. 在区间 $(0,1)$ 中随机地取两个数，则事件“两数之差的绝对值小于 $\frac{1}{2}$”的概率为__________.

二、单项选择题（每题 3 分，共计 15 分）

1. 设 A,B 是两个事件，$P(A)\neq P(B)>0$，且 $B\subset A$，则一定成立的是__________.

   (A) $P(B|A)=1$;　　　　(B) $P(A|B)=1$;

   (C) $P(B|A)=1$;　　　　(D) $P(A|B)=0$.

2. 设 A,B,C 三个事件两两独立，则 A,B,C 相互独立的充分必要条件是__________.

   (A) A 与 BC 独立;　　　　(B) AB 与 $A\cup C$ 独立;

   (C) AB 与 AC 独立;　　　　(D) $A\cup B$ 与 $A\cup C$ 独立.

3. 设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=\frac{1}{2}e^{-x}$，则对随机变量 X 与 X，下列结论成立的是__________.

   (A) 相互独立;　　(B) 分布相同;

   (C) 不相关;　　(D) 同期望.

4. 设随机变量 X 服从参数为 $\frac{1}{3}$ 的指数分布，$Y\sim U(0,6)$，且 $\rho_{XY}=\frac{1}{3}$，根据切比晓夫不等式有：$P(-4\leq X-Y\leq 4)\geq$__________.

   (A) $\frac{1}{8}$;　　　　(B) $\frac{5}{8}$;

   (C) $\frac{1}{4}$;　　　　(D) $\frac{2}{9}$.

5. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，$EX=\mu$，$DX=\sigma^2$，$\overline{X}$ 是样本均值，S^2 为样本方差，S^{*2} 为样本二阶中心矩，则__________.

(A) $\overline{X} \sim N(\mu, \sigma^2)$； (B) $\dfrac{(n-1)S^{*2}}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$；

(C) $\dfrac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2$ 是 σ^2 的无偏估计； (D) $\overline{X}$ 与 S^2 相互独立.

三、（10 分）今从装有白球 3 个，黑球 3 个的甲箱子中任取 2 个，然后将这 2 个球放入装 2 个白球 3 个黑球的乙箱中，再从乙箱中任取 1 个球，求 (1) 从乙箱中取到 1 个白球的概率；(2) 已知从乙箱中取到 1 个白球，求从甲箱子中取出的两个球是白球的概率.

四、（10 分）设 (X,Y) 有概率密度

$$f(x,y)=\begin{cases} 4xy, & 0<x<1, 0<y<1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases},$$

求 $Z = X + Y$ 的概率密度 $f_Z(z)$.

五、（10 分）已知随机变量 X 和 Y 分别服从 $N\left(1,3^2\right)$ 和 $N\left(0,4^2\right)$，且 X 和 Y 的相关系数 $\rho_{XY}=-\dfrac{1}{2}$，设 $Z=\dfrac{X}{3}+\dfrac{Y}{2}$ 求(1) EZ 和 DZ；(2) ρ_{XZ}.

六、（14 分）设总体 X 的分布函数为

$$F(x;\alpha,\beta)=\begin{cases}1-\left(\dfrac{\alpha}{x}\right)^{x}, & x>\alpha\\ 0, & x\le\alpha\end{cases},$$

其中未知参数 $\alpha>0,\beta>1$. 而 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 X 的简单随机样本.

（1）当 $\alpha=1$ 时，求未知参数 β 的矩估计和极大似然估计；

（2）当 $\beta=2$ 时，求未知参数 α 的极大似然估计.

七、（6 分）设(X,Y)在$G=\{(x,y)\,|\,1\le x\le 3,1\le y\le 3\}$服从均匀分布，

求：（1）随机变量$U=|X-Y|$的概率密度$f(u)$；（2）EU.