信号分析与处理 HW-7 自动化1班 19040102 方尧

9-18 先求 $x(n)$，$h(n)$的DFT，

$X(k)=DFT[x(n)]=\frac{N}{2}[\delta(k-1)+\delta(k-N+1)]$

$H(k)=DFT[h(n)]=\frac{N}{2j}[\delta(k-1)-\delta(k-N+1)]$

(1) 方法一：直接卷积，

$y(n)=x(n)\circledast h(n)=\sum_{m=0}^{N-1}x(m)h((n-m))_N R_N(n)=\sum_{m=0}^{N-1}\cos(\frac{2\pi m}{N})\sin[\frac{2\pi(n-m)}{N}]R_N(n)$

$=\frac{1}{2}\sum_{m=0}^{N-1}\sin(\frac{2\pi n}{N})R_N(n)+\frac{1}{2}\sum_{m=0}^{N-1}\sin[\frac{2\pi(n-2m)}{N}]R_N(n)=\frac{N}{2}\sin(\frac{2\pi n}{N})R_N(n)$

方法二：时域卷积定理

$Y(k)=X(k)\cdot H(k)=\frac{N^2}{4j}[\delta(k-1)-\delta(k-N+1)]$

逆变换 $y(n)=IDFT[Y(k)]=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}Y(k)e^{jk\frac{2\pi}{N}n}=\frac{N}{2}\sin(\frac{2\pi}{N}n)R_N(n)$

(2). 方法一：直接卷积，

$y(n)=x(n)\circledast x(n)=\sum_{m=0}^{N-1}x(m)h((n-m))_N R_N(n)=\sum_{m=0}^{N-1}\cos(\frac{2\pi m}{N})\cos[\frac{2\pi(n-m)}{N}]R_N(n)$

$=\frac{1}{2}\sum_{m=0}^{N-1}\cos\frac{2\pi n}{N}R_N(n)+\frac{1}{2}\sum_{m=0}^{N-1}\cos[\frac{2\pi(n-2m)}{N}]R_N(n)=\frac{N}{2}\cos\frac{2\pi n}{N}R_N(n)$

方法二：时域卷积定理，

$Y(k)=X(k)\cdot X(k)=\frac{N^2}{4}[\delta(k-1)+\delta(k-N+1)]$

逆变换 $y(n)=IDFT[Y(k)]=\frac{N}{2}\cos\frac{2\pi n}{N}R_N(n)$

(3) 方法一：直接卷积，

$y(n)=h(n)\circledast h(n)=\sum_{m=0}^{N-1}\sin(\frac{2\pi m}{N})\sin[\frac{2\pi(n-m)}{N}]R_N(n)$

$=\sum_{m=0}^{N-1}\frac{1}{2}[\cos(\frac{2\pi(n-2m)}{N})-\cos(\frac{2\pi n}{N})]R_N(n)=-\frac{N}{2}\cos\frac{2\pi n}{N}R_N(n)$

方法二：时域卷积定理，

$Y(k)=H(k)\cdot H(k)=-\frac{N^2}{4}[\delta(k-1)-\delta(k-N+1)]$

逆变换 $y(n)=IDFT[Y(k)]=-\frac{N}{2}\cos(\frac{2\pi n}{N})R_N(n)$

9-34 解：(1) 记录长度 $T_1 = \frac{1}{f_1} \geq 0.25$.

(2) $T_s \leq \frac{1}{2f_s} = 4\times10^{-4}$ s.

$N \geq \frac{T_1}{T_s} = 500$ 取 $N = 2^9 = 512$.

修正 $T_s = \frac{T_1}{N} = 3.9063\times10^{-4}$ s.

(3) 由(2)可得 $N = 512$