

Министерство образования Республики Беларусь
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Кафедра физики

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2э.3

**ИЗУЧЕНИЕ ПОЛЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ДИПОЛЯ
В ДАЛЬНОЙ ЗОНЕ**

МЕТОДИЧЕСКОЕ УКАЗАНИЕ

Минск 2022

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2э.3

ИЗУЧЕНИЕ ПОЛЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ДИПОЛЯ В ДАЛЬНОЙ ЗОНЕ

Цель работы:

1. Изучить основные характеристики электростатических полей.
2. Ознакомиться с методом моделирования электростатических полей.
3. Изучить закон изменения потенциала электростатического поля диполя в дальней зоне.

МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ РАБОТЫ

Решение ряда задач при конструировании конденсаторов, электрически перепрограммируемой памяти, фотоэлектронных умножителей и т.д. требует знания строения электростатического поля в пространстве между электродами сложной конфигурации.

Электростатическим полем называется электрическое поле неподвижных в выбранной системе отсчета зарядов. Основными характеристиками электростатического поля являются **вектор напряженности** и **потенциал**.

Вектором напряженности электрического поля \vec{E} в данной точке поля называется физическая величина, численно равная силе, действующей на единичный положительный заряд, помещенный в ту же точку: $\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{F}(\vec{r})}{q}$. Напряжен-

ность – *силовая* характеристика электростатического поля. Вектор напряженности электрического поля точечного заряда q в точке с радиусом-вектором \vec{r} может быть определен на основе закона Кулона:

$$\vec{E} = k \frac{q}{r^3} \vec{r}, \quad (1)$$

где k – размерная константа, $k = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 \text{ Кл}^{-2}$.

Электростатическое поле может быть наглядно изображено с помощью *силовых линий*. называются кривые линии, касательные к которым в каждой точке совпадают по направлению с вектором напряженности в той же точке поля (рис.1).

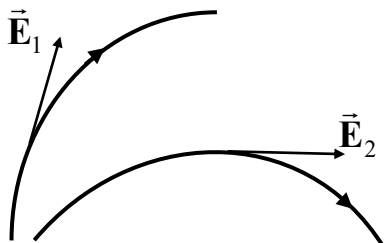


Рис.1

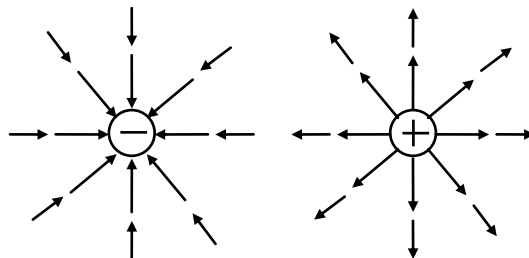


Рис.2

Число линий, пронизывающих единицу площади поверхности, перпендикулярной им, прямо пропорционально величине напряженности электрического поля в данном месте. Линии напряженности начинаются на положительном заряде (или в бесконечности) и заканчиваются на отрицательном заряде (или в бесконечности) (рис.2). Линии напряженности не пересекаются, так как в каждой точке поля вектор \vec{E} может иметь лишь одно направление.

Напряженность поля системы зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, которые создавал бы каждый из зарядов системы в отдельности: $\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$. Данное соотношение выражает принцип суперпозиции для вектора напряженности электрических полей. В настоящий момент для визуализации силовых свойств электрического поля используются график векторного поля. Ниже приведен график для суперпозиций полей, который соответствует системе разноименных точечных зарядов (рис. 3).

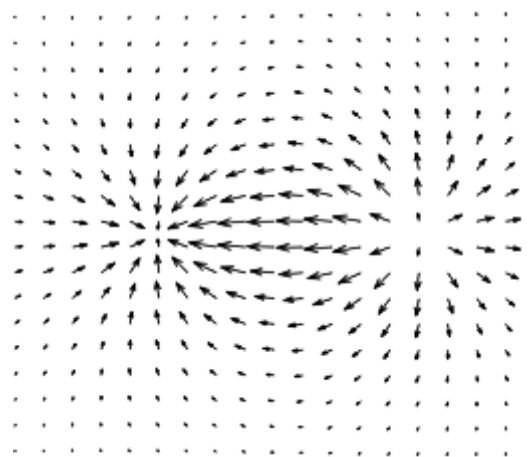


Рис.3

Потенциалом ϕ в данной точке поля называется скалярная физическая величина, численно равная потенциальной энергии, которой обладал бы единичный положительный заряд, помещенный в ту же точку: $\phi(r) = \frac{W(r)}{q}$. Потенциал электрического поля точечного заряда q в точке с радиусом-вектором \vec{r} может быть определен на основе закона Кулона:

$$\phi(r) = k \frac{q}{r}. \quad (2)$$

Потенциал – *энергетическая* характеристика электростатического поля. Если нулевой уровень потенциальной энергии системы зарядов условно выбрать на бесконечности, то выражение (2) представляет собой работу внешней силы по перемещению единичного положительного заряда из бесконечности в рассматриваемую точку B :

$$\phi(r) = \frac{A_{\infty \rightarrow B}}{q}. \quad (3)$$

Геометрическое место точек в электрическом поле, которым соответствует одно и то же значение потенциала $\phi(x, y, z) = const$, называется *эквипотенциальной поверхностью*. Потенциал поля системы точечных зарядов равен алгебраической сумме потенциалов полей, которые создавал бы каждый из зарядов системы в отдельности: $\phi = \sum_i \phi_i$. Данное соотношение выражает *принцип суперпозиции* для потенциалов электрических полей. В настоящий момент для визуализации скалярной характеристики электрического поля используются *контурные графики*, которые соответствуют эквипотенциальным линиям $\phi(x, y) = const$.

На (рис.4). приведен контурный график для суперпозиции потенциалов, которые соответствуют системе двух разноименных точечных зарядов. Эквипотенциальные линии на нем показаны сплошными линиями.

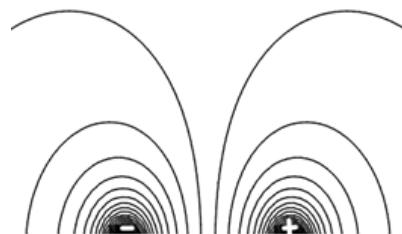


Рис.4

Рассмотрим перемещение единичного заряда вдоль эквипотенциальной линии в произвольной системе зарядов (рис.5): работа сил поля в этом случае равна нулю: $\delta A = -d\varphi = 0$, так как нет изменения потенциальной энергии заряда.

С другой стороны, работу по перемещению единичного заряда можно определить как $\delta A = \vec{E} \cdot d\vec{l} = E dl \cos(\alpha)$. Решая систему получаем, что $\cos(\alpha) = 0$, то есть сила, действующая на единичный заряд, все время перпендикулярна вектору перемещения $d\vec{l}$. Следовательно, вектор напряженности поля в каждой точке перпендикулярен эквипотенциальной линии, что изображено на графике.

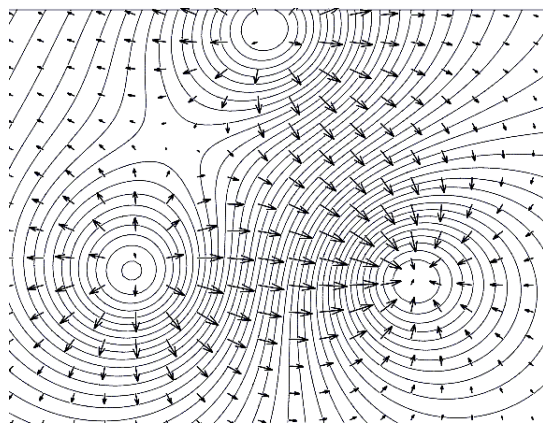


Рис.5

Для произвольного перемещения $d\vec{l}$ (рис.6), проекция вектора напряженности поля E_s на это направление находится из решения уравнения

$$E \cos(\alpha) \cdot dl = E_l \cdot dl = -d\varphi, \text{ как}$$

$$E_s = -\frac{d\varphi}{dl}, \quad (4)$$

то есть, равна взятому с обратным знаком приращению потенциала на единицу длины в направлении вектора $d\vec{l}$. В декартовой системе координат вектор напряженности \vec{E}

может быть разложен по ортонормированному базису: $\vec{E} = \vec{i} E_x + \vec{j} E_y + \vec{k} E_z$. Подставляя в это разложение проекции вектора \vec{E} в виде (4), получаем связь между напряженностью \vec{E} и потенциалом электрического поля φ :

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}\right). \quad (6)$$

Электрическим диполем называется совокупность двух равных по величине разноименных точечных зарядов, расположенных на некотором расстоянии друг от друга. Количественной мерой способности диполя участвовать в электрическом взаимодействии и создавать электрическое поле является дипольный электрический момент $\vec{p} = q \cdot \vec{l}$. Положительным направлением электрического дипольного момента условились считать направление от отрицательного заряда к положительному.

Геометрическое место точек на плоскости, для которых $l \ll r$ (рис.7) определим как *дальняя зона* поля диполя. В таком приближении упрощается расчет величины потенциала электростатического поля, который находится по принципу суперпозиции:

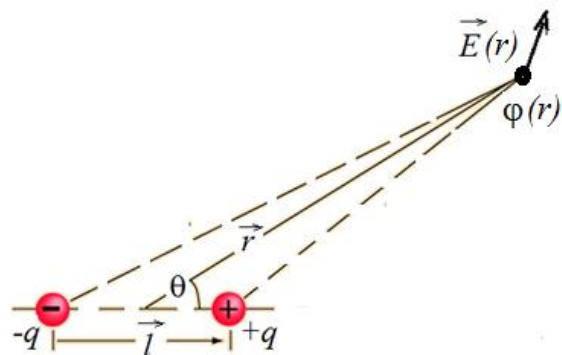


Рис.7

$$\varphi(r) = k \cdot q \cdot \left(\frac{1}{r_+} - \frac{1}{r_-} \right) = k \cdot q \cdot \frac{r_- - r_+}{r_- r_+} \approx k \cdot q \cdot \frac{l \cos(\theta)}{r^2}, \quad (7)$$

где $r_- - r_+ \approx l \cos(\theta)$, $r_- r_+ \approx r^2$, окончательно, получаем

$$\varphi(r, \theta) \approx k \cdot \frac{p \cos(\theta)}{r^2}. \quad (8)$$

Применяя определение градиента для напряженности электрического поля $\vec{E} = -\text{grad}\varphi$ в полярной системе координат (r, θ) , можно получить формулу для модуля вектора напряженности электрического диполя из выражения (7), которая будет иметь вид: $E(r, \theta) \approx k \frac{p}{r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2(\theta)}$. На рис. 3 приведен график векторного поля \vec{E} , который соответствует системе разноименных точечных зарядов, то есть диполю.

Аналитический расчет поля удастся только в наиболее простых случаях. Сложные электростатические поля исследуются обычно экспериментально методом моделирования.

Метод изучения электростатического поля путем создания другого эквивалентного ему поля называется *моделированием*.

Прибегать к изучению эквивалентного поля приходится из-за того, что прямое изучение электростатического поля сопряжено с рядом технических трудностей.

В данной работе экспериментальное изучение строения электростатического поля заменяется простыми и более точными измерениями характеристик поля стационарных токов (постоянных во времени электрических токов). В качестве характеристики такого поля используется вектор плотности тока \vec{j}_T .

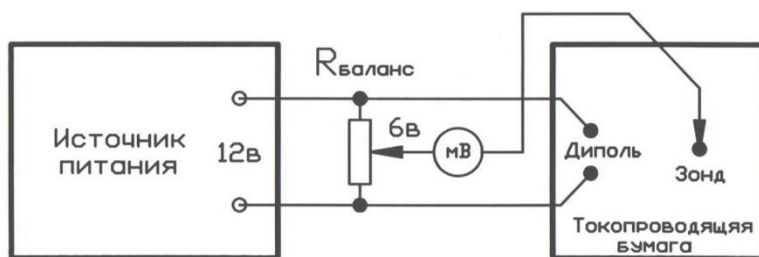
В соответствии с локальной формулировкой закона Ома: $\vec{j}_T = \sigma \vec{E}$, где σ – электропроводность среды. В этом случае, векторы \vec{j}_T и \vec{E} являются коллинеарными. Электрическое поле стационарных токов, как и электростатическое, является потенциальным. Вектор напряженности \vec{E} электростатического поля всегда перпендикулярен поверхности проводника.

Вектор \vec{E} поля стационарных токов также перпендикулярен поверхности электродов любой формы, если удельная электропроводность окружающей среды намного меньше удельной электропроводности вещества электродов.

При моделировании эквивалентных векторных полей \vec{J}_T и \vec{E} форма и расположение электродов модели и электрических зарядов совпадают (рис.3). Пространство между электродами заполняется однородной слабо проводящей средой, например, электропроводная бумага или лак. Измерения потенциалов между электродами осуществляется с помощью зонда. Искажения, связанные с размерами зонда, оказываются незначительными при измерениях на модели, изготовленной в сильно увеличенном масштабе.

Особенно удобно исследовать с помощью зондов плоские поля, когда потенциал φ и вектор \vec{E} напряженности электрического зависят от двух координат. Исследование такого поля требует измерения потенциала или напряженности только в одной из плоскостей. К рассматриваемым полям относятся поле электрического диполя, плоского цилиндрического конденсатора, поле системы параллельных проводников и другие.

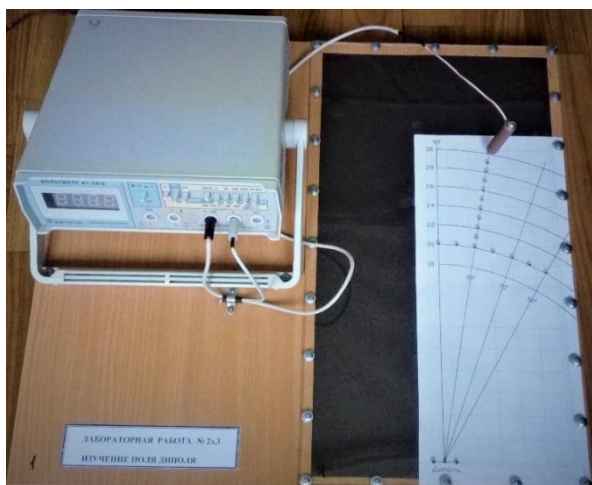
Макеты представляют собой плоские поверхности токопроводящего лака или электропроводной бумаги, на которой закреплены плоские металлические электроды, подсоединенные к источнику постоянного тока. Электропроводная бумага – это обычная бумага, в составе которой имеются соприкасающиеся друг с другом частицы графита или сажи.



Поле стационарных токов на токопроводящей поверхности является плоским полем вектора \vec{J} . В данной работе экспериментально изучается закон изменения величины потенциала электростатического поля диполя в дальней зоне (рис.7), эквипотенциальные линии которого изображены на рис.4.

Потенциал в произвольной точке поля диполя измеряется с помощью зонда, соединенного с вольтметром или другим измерительным прибором.

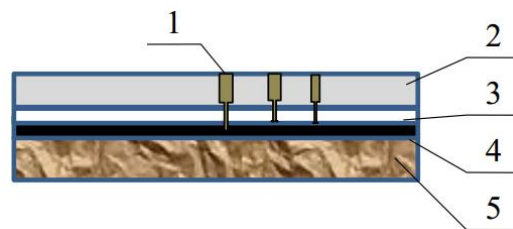
ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ



Лабораторная установка состоит из макета плоского электростатического поля диполя, вольтметра, зонда и блока питания. Измерения потенциала точечных металлизированных контактов на слабо проводящей бумаге производятся зондом. Исследуется изменение потенциала диполя в дальней зоне: а) по расстоянию при фиксированном угловом положении; б) по угловому положению зонда при фиксированной дальности.

Измерительный макет представляет собой многослойную систему:

- 1- точечные металлические контакты,
- 2- органическое стекло,
- 3- бумага,
- 4- слабо проводящая бумага,
- 5- плита ДСП.



ЗАДАНИЕ

1. Подключить блок питания лабораторной установки и вольтметр к сети 220 В.
2. Включить на вольтметре переключатель диапазона – 200 мВ.
3. На макете выбрать фиксированное направление вектора \vec{r} (рис.8) и произвести экспериментальные зондовые измерения величины потенциала диполя в нескольких точках вдоль этого направления.
4. Данные внести в таблицу 1.
5. Следуя указаниям ПРИЛОЖЕНИЯ1 «ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ, п.1» построить средствами *MS Excel* точечный график зависимости $\varphi(r)$, а также степенную линию тренда для него вида $\varphi(r) = B \cdot r^{-n}$.
6. Сделать заключение, о величине показателя степени n и о согласовании экспериментальных данных с законом изменения функции одной переменной $\varphi(r) = k \cdot p \cos(\theta) \cdot r^{-2}$, при угле $\theta = const$.
7. На макете выбрать дугу, отвечающую неизменному радиусу r в дальней зоне, и произвести экспериментальные зондовые измерения величины потенциала диполя в нескольких точках вдоль дуги, изменяя угол в пределах $\theta \in [60^\circ, 90^\circ]$ (рис.9).
8. Данные внести в таблицу
9. Следуя указаниям ПРИЛОЖЕНИЯ1 «ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ, п.2» построить средствами *MS Excel* : а) точечную диаграмму зависимости $\varphi(\theta)$ по экспериментальным данным, б) точечную диаграмму, гладкая кривая с маркерами, вида $\varphi(\theta) = A \cos(\theta)$ по рассчитанным значениям функции $\cos(\theta)$.
10. Сделать заключение, о расположении маркеров экспериментальных данных по отношению к расчетной линии функции $\cos(\theta)$.
11. Отключить лабораторную установку от сети 220 В.

Таблица 1

№	θ , град	r , м	$\varphi(r)$, мВ	r , м	θ , град	$\varphi(\theta)$, мВ	$A \cos(\theta)$, мВ
1.	80	0,20		0,2	60		
2.	80	0,21		0,2	65		
...	80	0,30		0,2	90		

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Дать определение основных характеристик электростатического поля.
2. Дать определение силовой линии. С какими характеристиками вектора напряженности \vec{E} она связана?
3. Дать определение эквипотенциальной поверхности. Как она количественно связана с потенциалом электрического поля φ ?
4. Доказать ортогональность эквипотенциальных поверхностей и линий напряженности.
3. Показать, что линейный интеграл $\int_L \vec{E} \cdot d\vec{l}$ не зависит от формы кривой, соединяющей две точки поля. Записать условие потенциальности поля.
4. Получить в общем виде связь между напряженностью \vec{E} и потенциалом φ .
5. Вывести выражение для потенциала диполя в дальней зоне (6).
6. Обосновать справедливость использования полей стационарных токов для исследования электростатических полей.
7. Пояснить принцип работы используемых макетов. Изобразить картины эквипотенциальных и силовых линий диполя на одном рисунке.

ЛИТЕРАТУРА

1. Курс общей физики : учебное пособие : в 5 книгах / И. В. Савельев. – Москва : АСТ : Астрель, 2008. – 5 кн.
2. Курс физики : учебное пособие для втузов / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – Москва : Высшая школа, 1989. – 607 с.
3. Физика : учебник / И. И. Наркевич, Э. И. Волмянский, С. И. Лобко. – Минск : Новое знание, 2004. – 680 с.

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Так как графическое изображение функции двух переменных $\varphi(r, \theta)$ в виде поверхности является сложным, то для упрощения ситуации зафиксируем угол, например, как $\theta = 80^\circ$ и рассмотрим построение графика функции одной переменной $\varphi(r)$. На макете выберем фиксированное направление вектора \vec{r} (рис.8) и произведем зондовые измерения величины потенциала диполя в нескольких точках вдоль этого направления.

Экспериментальные данные должны изменяться по степенному закону $\varphi(r) \sim r^{-2}$, поэтому воспользуемся процедурой построения графиков (диаграмм) в приложении *MS Excel*:

- 1.1. Ввести данные в виде столбцов для r и φ . Выделить курсором полученные столбцы. Данные измерений даны в качестве примера.
- 1.2. Выбрать «Вставка точечной диаграммы».
- 1.3. Кликнуть по точкам диаграммы и выбрать «добавить линию тренда». В открывшемся меню выбрать «степенная» и «показать уравнение».

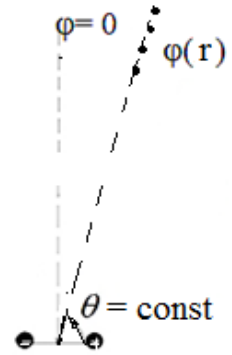
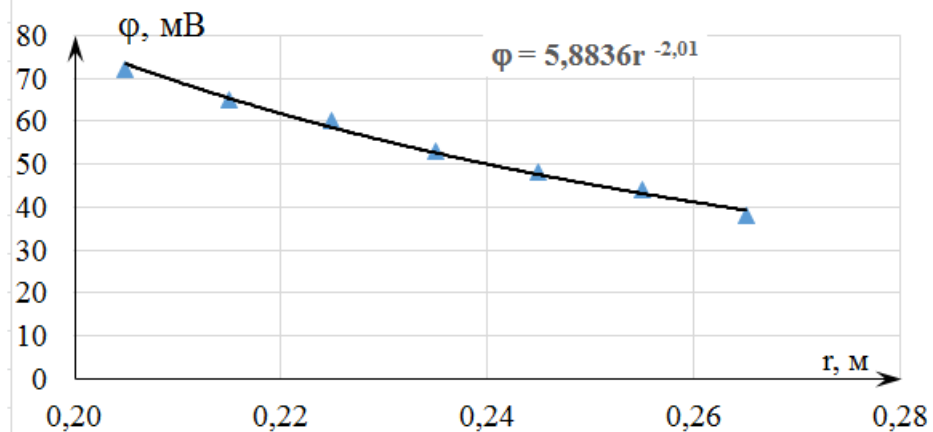


Рис. 8

Результаты представлены на диаграмме *MS Excel* в виде множества дискретных маркеров. На этой же диаграмме построен график гиперболы вида $5,883r^{-2,01}$, что соответствует степенной линии тренда. Наблюдаем хорошее согласие экспериментальных данных с законом изменения функции одной переменной $\varphi(r) = k \cdot p \cos(\theta) \cdot r^{-2}$, угол θ в этих измерениях является фиксированным.

r, м	φ, мВ,
0,200	70
0,210	61
0,220	59
0,230	53
0,240	44
0,250	40
0,260	38



2. Далее, зафиксируем модуль радиус-вектора $r = \text{const}$ и рассмотрим функцию одной переменной $\varphi(\theta)$, а именно,

$$\varphi(\theta) \approx \left(k \cdot \frac{p}{r^2} \right) \cdot \cos(\theta).$$

На макете выберем дугу, отвечающую неизменному радиусу r в дальней зоне, и произведем экспериментальные зондовые измерения величины потенциала диполя в нескольких точках вдоль дуги, изменяя угол в пределах $\theta \in [60^\circ, 90^\circ]$ (рис.9).

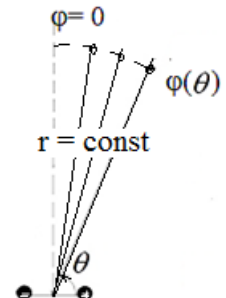


Рис.9

Для проверки соответствия экспериментальных данных закону $\varphi(\theta)$ воспользуемся процедурой построения графиков (диаграмм) в приложении *MS Excel*:

- 2.1. Ввести данные в виде столбцов для θ и φ . Выделить курсором полученные столбцы (в качестве примера – (рис.10)).
- 2.2. Выбрать «Вставка точечной диаграммы».
- 2.3. Результаты представлены на диаграмме *MS Excel* в виде множества дискретных маркеров треугольной формы. Для того чтобы убедиться в принадлежности этого множества функции вида $\varphi(\theta) = A \cos(\theta)$ необходимо:
- 2.4. вычислить значение величины A из условия: измеренное значение потенциала при $\theta = 60^\circ$ (максимальное значение $\varphi_{\max} = \varphi(60^\circ)$ равно $A \cdot \cos(60^\circ) = A \cdot \frac{1}{2}$

$$\varphi(60^\circ) = \varphi_{\max} = \frac{A}{2},$$

$$A = 2 \cdot \varphi(60^\circ) = 2\varphi_{\max};$$

- 2.5. ввести второй блок данных $(\theta, \cos(\theta), 456\cos(\theta))$ (в качестве примера – (рис.10)).
- 2.6. выбрать «Вставка точечной диаграммы, гладкая кривая с маркерами». Далее, кликнуть на диаграмме *выбрать данные*, выделить второй блок (рис.10) и выбрать только $(\theta, 456\cos(\theta))$.

Построенная таким образом линия должна проходить близко к маркерам треугольной формы, что свидетельствует о хорошем согласии экспериментальных данных с законом изменения функции одной переменной

$$\varphi(\theta) = A \cos(\theta),$$

где $A = \left(k \frac{p}{r^2}\right)$.

Величина радиус-вектора r в этих измерениях является *фиксированной*.

θ	φ , мВ	θ	$\cos(\theta)$	$456\cos(\theta)$
85	45	85	0,08715	39,7404
80	76	80	0,1736	79,1616
75	110	75	0,2588	118,0128
70	148	70	0,342	155,952
65	187	65	0,4226	192,7056
60	228	60	0,5	228

Рис.10

