Типовой расчет

Функции $f(x)$ задана в виде таблицы - известны значения $f(x_j)$ в 26 равноотстоящих точках x_j (узлах сетки с постоянным шагом h) на отрезке $[a,b]$: $a = x_0 < x_1 < x_2 < ... < x_{25} = b.$

Требуется аппроксимировать функцию на заданном отрезке средствами пакета Mathematica:

- выбрать и применить соответствующую встроенную функцию пакета;
- записать уравнение полученной аппроксимирующей функции;
- вывести график аппроксимирующей функции на отрезке $[a-h,b+h]$ и значения исходной функции в узлах.

Задание 1. Постройте интерполяционный многочлен степени $n=25$ для функции $f(x)$, выведите его график и оцените его поведение на отрезке.

Постройте многочлены меньшей степени на отрезке, используя не все узлы сетки:

- используете значения функции в нечетных узлах (n=12);
- используете значения функции в каждом 3- узле (n=8);
- используете значения функции в каждом 5- узле (n=5).

Сравните результаты и сделайте выводы о зависимость погрешности интерполирования от числа узлов. .

Задание 2. Постройте сплайн, аппроксимирующий функцию $f(x)$ по значениям в узлах, выведите его график и сравните его с графиком интерполяционного многочлена степени, построенного по тем же узлам.

Задание 3. Постройте для функции $f(x)$ многочлены наилучшего среднеквадратичного приближения $P_n^*(x)$ степени n = 1,2. Вычислите для каждого многочлена сумму квадратов отклонения в узлах, сравните их значения и сделайте выводы. Выведите графики узлов и многочленов $P_n^*(x)$, аппроксимирующих функцию.

Задание 4. Вычислите для таблично заданной функции определенный интеграл $\int_a^b f(x)dx$ следующими методами:

- методами левых и правых прямоугольников;
- методом трапеций;
- методом Симпсона.

Сравните полученные приближенные значения интеграла и сделайте выводы о точности результата.

Варианты заданий

1	2	3
0.3 -1.10525 0.348 -1.07996 0.396 -1.1225 0.444 -1.05986 0.492 -1.06783 0.54 -0.978257 0.588 -0.955469 0.636 -0.846209 0.684 -0.794931 0.732 -0.671395 0.78 -0.593028 0.828 -0.459459 0.876 -0.354877 0.924 -0.214726 0.972 -0.0844691 1.02 0.0593841 1.068 0.215 1.116 0.360097 1.164 0.540909 1.212 0.685119 1.26 0.891074 1.308 1.03252 1.356 1.26364 1.404 1.40065 1.452 1.65703 1.5 1.7881	-1.3 4.82322 -1.228 3.33765 -1.156 2.70397 -1.084 1.98662 -1.012 1.66705 -0.94 1.24847 -0.868 1.05544 -0.796 0.788668 -0.724 0.659343 -0.652 0.482783 -0.58 0.391398 -0.508 0.274337 -0.436 0.209228 -0.364 0.134515 -0.292 0.0904061 -0.22 0.0477204 -0.148 0.0227273 -0.076 0.00561353 -0.004 0.0000164801 0.068 0.00449221 0.14 0.0203209 0.212 0.0442608 0.284 0.0853837 0.356 0.128405 0.428 0.201112 0.5 0.264957	-0.5 0.535916 -0.42 0.485126 -0.34 0.437118 -0.26 0.371678 -0.18 0.301733 -0.1 0.207338 -0.02 0.073557 0.06 0.155576 0.14 0.283913 0.22 0.390199 0.3 0.497748 0.38 0.592501 0.46 0.69812 0.54 0.789936 0.62 0.898493 0.7 0.990582 0.78 1.10445 0.86 1.19854 0.94 1.31926 1.02 1.4165 1.1 1.54526 1.18 1.64652 1.26 1.78436 1.34 1.89036 1.42 2.03825 1.5 2.14963
4	5	6
-0.5 0.419945 -0.412 0.395988 -0.324 0.391402 -0.236 0.374437 -0.148 0.375642 -0.06 0.364857 0.028 0.371704 0.116 0.366656 0.204 0.379343 0.292 0.379948 0.38 0.399032 0.468 0.405545 0.556 0.43196 0.644 0.444969 0.732 0.480039 0.82 0.500438 0.908 0.545871 0.996 0.574811 1.084 0.632645 1.172 0.67142 1.26 0.743887 1.348 0.793733 1.436 0.882993 1.524 0.944755 1.612 1.05247 1.7 1.12614	-1.2 0.397688 -1.112 0.40388 -1.024 0.429882 -0.936 0.442532 -0.848 0.47711 -0.76 0.497096 -0.672 0.541939 -0.584 0.570401 -0.496 0.627532 -0.408 0.665761 -0.32 0.737406 -0.232 0.786648 -0.144 0.874982 -0.056 0.936111 0.032 1.04284 0.12 1.1159 0.208 1.24167 0.296 1.32531 0.384 1.469 0.472 1.55989 0.56 1.71796 0.648 1.81039 0.736 1.9764 0.824 2.06229 0.912 2.22705 1. 2.29658	-0.5 1.6313 -0.412 1.47756 -0.324 1.38862 -0.236 1.25078 -0.148 1.17048 -0.06 1.05118 0.028 0.982116 0.116 0.8818 0.204 0.824781 0.292 0.742362 0.38 0.697 0.468 0.630556 0.556 0.595805 0.644 0.543107 0.732 0.517675 0.82 0.476544 0.908 0.459175 0.996 0.427691 1.084 0.417327 1.172 0.393931 1.26 0.389793 1.348 0.373315 1.436 0.374944 1.524 0.3646 1.612 0.371874 1.7 0.367249

7	8	9
0.5 1.25066 0.552 1.29388 0.604 1.38282 0.656 1.41156 0.708 1.49275 0.76 1.51117 0.812 1.58776 0.864 1.59938 0.916 1.6742 0.968 1.68197 1.02 1.75758 1.072 1.76405 1.124 1.84283 1.176 1.85019 1.228 1.93443 1.28 1.94466 1.332 2.03664 1.384 2.0516 1.436 2.15368 1.488 2.17516 1.54 2.28988 1.592 2.31975 1.644 2.44992 1.696 2.49015 1.748 2.63894 1.8 2.69173	0.5 0.443179 0.56 0.469718 0.62 0.509651 0.68 0.523462 0.74 0.551931 0.8 0.551792 0.86 0.566707 0.92 0.551781 0.98 0.551341 1.04 0.521204 1.1 0.503945 1.16 0.458602 1.22 0.42344 1.28 0.363326 1.34 0.309594 1.4 0.235574 1.46 0.163046 1.52 0.0764054 1.58 −0.014687 1.64 −0.112269 1.7 −0.221226 1.76 −0.327705 1.82 −0.45336 1.88 −0.566363 1.94 −0.707094 2. −0.823971	0.5 2.02 0.56 1.76786 0.62 1.62903 0.68 1.45588 0.74 1.36486 0.8 1.2375 0.86 1.17442 0.92 1.07609 0.98 1.03061 1.04 0.951923 1.1 0.918182 1.16 0.853448 1.22 0.827869 1.28 0.773438 1.34 0.753731 1.4 0.707143 1.46 0.691781 1.52 0.651316 1.58 0.639241 1.64 0.603659 1.7 0.594118 1.76 0.5625 1.82 0.554945 1.88 0.526596 1.94 0.520619 2. 0.495
10	11	12
1. 1.01 1.04 0.915311 1.08 0.865912 1.12 0.789222 1.16 0.750595 1.2 0.6875 1.24 0.656868 1.28 0.604248 1.32 0.57966 1.36 0.535251 1.4 0.515306 1.44 0.477431 1.48 0.461103 1.52 0.428497 1.56 0.415023 1.6 0.386719 1.64 0.375521 1.68 0.350765 1.72 0.341401 1.76 0.319602 1.8 0.311728 1.84 0.292415 1.88 0.285763 1.92 0.268555 1.96 0.262911 2. 0.2475	0.5 8.19358 0.54 7.07926 0.58 6.43005 0.62 5.65999 0.66 5.22464 0.7 4.6644 0.74 4.35966 0.78 3.93554 0.82 3.71504 0.86 3.38366 0.9 3.21991 0.94 2.95423 0.98 2.83008 1.02 2.61247 1.06 2.51677 1.1 2.33529 1.14 2.26054 1.18 2.10686 1.22 2.04784 1.26 1.91597 1.3 1.86899 1.34 1.75452 1.38 1.71689 1.42 1.61652 1.46 1.58626 1.5 1.49745	0.1 0.46648 0.156 0.53563 0.212 0.599255 0.268 0.641507 0.324 0.690263 0.38 0.720694 0.436 0.76207 0.492 0.785497 0.548 0.822419 0.604 0.841076 0.66 0.875012 0.716 0.890145 0.772 0.921945 0.828 0.934329 0.884 0.964532 0.94 0.974688 0.996 1.00366 1.052 1.01196 1.108 1.03995 1.164 1.04666 1.22 1.07387 1.276 1.07921 1.332 1.10578 1.388 1.10991 1.444 1.13594 1.5 1.13899

13	14	15
$\begin{pmatrix} -0.5 & -0.696613 \\ -0.42 & -0.542004 \\ -0.34 & -0.417593 \\ -0.26 & -0.2996 \\ -0.18 & -0.199443 \\ -0.1 & -0.104834 \\ -0.02 & -0.0203037 \\ 0.06 & 0.0579776 \\ 0.14 & 0.131683 \\ 0.22 & 0.197857 \\ 0.3 & 0.263676 \\ 0.38 & 0.320473 \\ 0.46 & 0.380329 \\ 0.54 & 0.429624 \\ 0.62 & 0.484838 \\ 0.7 & 0.527975 \\ 0.78 & 0.579496 \\ 0.86 & 0.617474 \\ 0.94 & 0.666001 \\ 1.02 & 0.699582 \\ 1.1 & 0.745647 \\ 1.18 & 0.775428 \\ 1.26 & 0.819442 \\ 1.34 & 0.8459 \\ 1.42 & 0.888186 \\ 1.5 & 0.911709 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0.2 & 0.343705 \\ -0.124 & 0.247422 \\ -0.048 & 0.132737 \\ 0.028 & 0.0917477 \\ 0.104 & 0.222257 \\ 0.18 & 0.317204 \\ 0.256 & 0.405191 \\ 0.332 & 0.47707 \\ 0.408 & 0.552849 \\ 0.484 & 0.613366 \\ 0.56 & 0.682797 \\ 0.636 & 0.735859 \\ 0.712 & 0.801345 \\ 0.788 & 0.848869 \\ 0.864 & 0.911679 \\ 0.94 & 0.954791 \\ 1.016 & 1.01569 \\ 1.092 & 1.05513 \\ 1.168 & 1.11462 \\ 1.244 & 1.1509 \\ 1.32 & 1.20934 \\ 1.396 & 1.24283 \\ 1.472 & 1.30048 \\ 1.548 & 1.33149 \\ 1.624 & 1.38853 \\ 1.7 & 1.41728 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0.2 & 0.0398739 \\ -0.124 & 0.0151449 \\ -0.048 & 0.00232526 \\ 0.028 & 0.000775957 \\ 0.104 & 0.010885 \\ 0.18 & 0.0317362 \\ 0.256 & 0.0647997 \\ 0.332 & 0.105358 \\ 0.408 & 0.159633 \\ 0.484 & 0.215989 \\ 0.56 & 0.288732 \\ 0.636 & 0.356672 \\ 0.712 & 0.444944 \\ 0.788 & 0.520637 \\ 0.864 & 0.621813 \\ 0.94 & 0.702119 \\ 1.016 & 0.814088 \\ 1.092 & 0.89659 \\ 1.168 & 1.01775 \\ 1.244 & 1.10065 \\ 1.32 & 1.22983 \\ 1.396 & 1.31182 \\ 1.472 & 1.44816 \\ 1.548 & 1.52829 \\ 1.624 & 1.67119 \\ 1.7 & 1.74876 \end{pmatrix}$