Министерство образования Республики Беларусь

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Кафедра физики

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2м.3

ИЗМЕРЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ И МОДУЛЯ СДВИГА ТВЕРДЫХ ТЕЛ МЕТОДОМ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ

МЕТОДИЧЕСКОЕ УКАЗАНИЕ

Минск 2022

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2м.3

ИЗМЕРЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ И МОДУЛЯ СДВИГА ТВЕРДЫХ ТЕЛ МЕТОДОМ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Цель работы:

1. Изучить динамику вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси.
2. Изучить деформацию сдвига и кручения.
3. Изучить динамику и кинематику свободных незатухающих гармонических крутильных колебаний.
4. Определить моменты инерции тела относительно различных осей и модуль сдвига материала проволоки методом крутильных колебаний.

МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ

При вращательном движении вокруг неподвижной (фиксированной) оси твердого тела его инертные свойства характеризуется моментом инерции.

Момент инерции *I* твердого тела относительно некоторой неподвижной оси (осевой момент инерции) – скалярная физическая величина, являющаяся наряду с массой количественной мерой инертности этого тела при его вращательном движении вокруг данной оси, и равная:

$$I = \int\limits_{(V)} dm(\vec{r}) \cdot r_{\perp}^2, \qquad (1)$$

где $dm(\vec{r})$ – масса малого элемента тела, находящегося в точке с радиус-вектором $\vec{r}$; $r_{\perp}$ – расстояние от этого элемента до оси (рис. 1).

В СИ $[I]$ = кг·м^2.

Из определения (1) следует, что момент инерции является величиной аддитивной, т. е. момент инерции твердого тела относительно некоторой неподвижной оси равен сумме моментов инерции всех частей этого тела относительно той же оси.

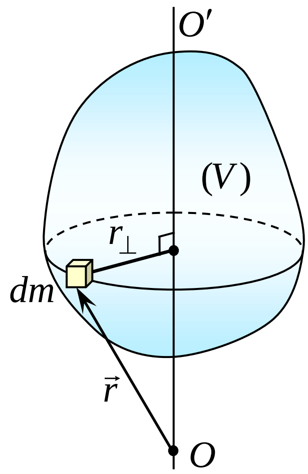


Рис. 1

Момент инерции твердого тела относительно некоторой неподвижной оси зависит от распределения его массы относительно выбранной оси, т. е. от массы тела, его геометрической формы и размеров, а также от взаимного расположения оси и данного тела. Поэтому одно и то же тело относительно различных осей обладает разными моментами инерции.

Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси *Oz* имеет вид:

$$I \cdot \beta_z = \sum_{i=1}^{n} M_{i\,z}^{\text{внеш}}, \qquad (2)$$

где I – момент инерции тела относительно Oz; $\beta_z = \dfrac{d\omega_z}{dt}$ – проекция на ось Oz его углового ускорения, ω_z – проекция угловой скорости тела на ось Oz; $M_{iz}^{\text{внеш}}$ – момент i-й внешней силы относительно оси Oz; n – число внешних сил, действующих на тело.

Моментом силы M_z **относительно неподвижной оси** Oz называется проекция на эту ось момента силы $\vec{M}_O$ относительно точки O, принадлежащей данной оси.

Момент силы $\vec{M}_O$ **относительно точки** O определяется как векторное произведение радиус-вектора $\vec{r}$, проведенного из точки O в точку приложения силы $\vec{F}$, и вектора этой силы:

$$\vec{M}_O = \left[\vec{r}, \vec{F}\right]. \qquad (3)$$

По определению (2.2) векторы $\vec{r}$, $\vec{F}$ и $\vec{M}_O$ образуют правовинтовую систему (рис. 2.2), т. е. вектор $\vec{M}_O$ перпендикулярен плоскости, в которой лежат векторы $\vec{r}$ и $\vec{F}$, а направление $\vec{M}_O$ можно определить по правилу правой руки: если четырьмя пальцами правой руки по кратчайшему углу поворачивать первый множитель вектор $\vec{r}$ ко второму множителю вектору $\vec{F}$, то отогнутый большой палец укажет направление вектора $\vec{M}_O$.

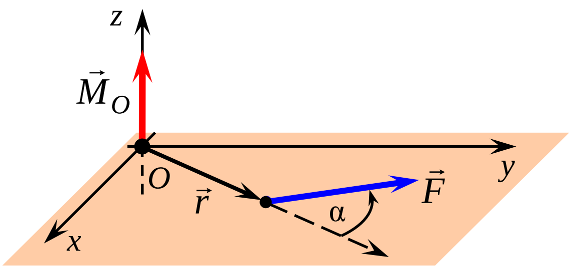


Рис. 2

Модуль M_O равен:

$$M_O = r \cdot F \cdot \sin\alpha,$$

где α – величина угла между векторами $\vec{r}$ и $\vec{F}$.

В СИ [М] = Н·м = Дж.

Сдвиг – это деформация, при которой все плоские слои твердого тела, параллельные некоторой неподвижной плоскости (плоскости сдвига), смещаются параллельно друг другу, не искривляясь и не изменяясь в размерах. Таким образом, при деформации сдвига происходит изменение формы образца без изменения его объема. Деформации сдвига подвергается брусок в форме прямоугольного параллелепипеда с закрепленной нижней гранью под действием силы $\vec{F}$, равномерно распределенной по поверхности верхней грани (S), параллельной плоскости сдвига (рис. 3). При этом между любыми соседними слоями бруска, параллельными плоскости сдвига, а также в местах контакта верхней и нижней грани с внешними телами, вызывающими деформацию, возникают силы упругости ($\vec{F}_{\text{у}} = -\vec{F}$), действие которых

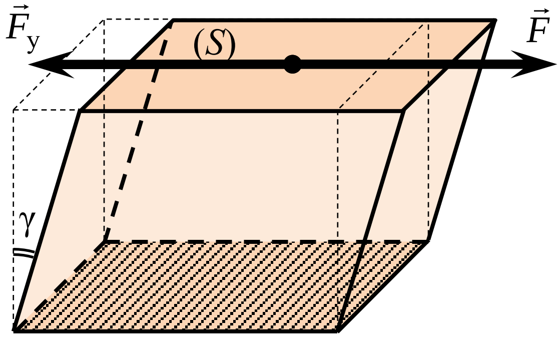


Рис. 3

принято характеризовать **механическим напряжением**. Поскольку $\vec{F}_{\text{у}} \parallel (S)$, то в любом параллельном плоскости сдвига сечении твердого тела площадью S возникает **механическое тангенциальное (касательное) напряжение** σ_τ, равное:

$$\sigma_\tau = \frac{F_{\text{у}}}{S} = \frac{F}{S}. \tag{4}$$

В СИ $[\sigma_\tau]$ = Па.

Деформация сдвига характеризуется **углом сдвига** γ (см. рис. 3) и величиной $\text{tg}\gamma$ – **относительным сдвигом**. В СИ $[\gamma]$ = радиан.

В пределах упругой деформации ($\text{tg}\gamma \approx \gamma$) в случае изотропного материала твердого тела по **закону Гука** тангенциальное напряжение σ_τ прямо пропорционально относительному сдвигу (углу сдвига) γ:

$$\sigma_\tau = G \cdot \gamma, \tag{5}$$

где G – **модуль сдвига**, характеризующий упругие свойства вещества при деформации сдвига.

Модуль сдвига G зависит только от свойств материала.

В СИ $[G]$ = Па.

Кручение – вид деформации, характеризующийся взаимным поворотом поперечных сечений стержня (проволоки) под действием внешних сил с отличным от нуля моментом этих сил относительно оси стержня. Наиболее часто встречающимся на практике является кручение прямого стержня круглого сечения, один из концов которого закреплен (рис. 4).

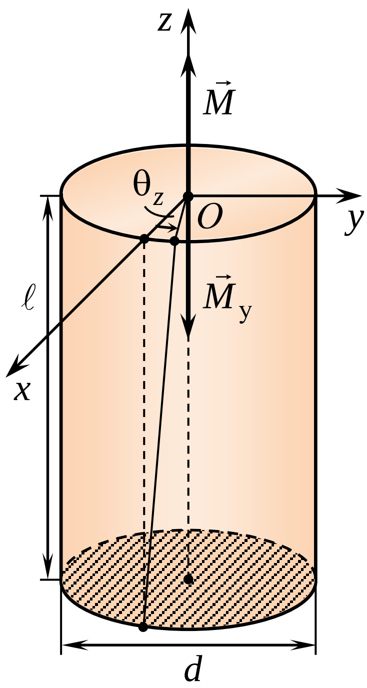


Рис. 4

В результате действия момента внешних сил $\vec{M}$ в поперечных сечениях стержня вследствие молекулярного взаимодействия возникают тангенциальные напряжения, создающие противодействующий момент упругих сил $\vec{M}_{\text{у}}$, а сечения стержня, расстояние между которыми равно ℓ, поворачиваются одно относительно другого на угол θ_z. Если отсчет угла θ_z ведется в направлении, образующем с направлением положительной полуоси Oz правовинтовую систему, то θ_z считается положительным ($\theta_z > 0$); в противном случае – отрицательным
($\theta_z < 0$).

В стадии абсолютно упругой деформации угол θ_z мал и по закону Гука момент $M_{\text{у}z}$ упругих сил относительно оси Oz прямо пропорционален углу θ_z:

$$M_{\text{у}z} = -f \cdot \theta_z, \tag{6}$$

где f – положительная постоянная для данного стержня (проволоки) величина, называемая его модулем кручения.

Можно показать, что модуль кручения f однородной проволоки с круглым сечением выражается через модуль сдвига G материала этой проволоки как:

$$f = \frac{\pi d^4 G}{32\ell}, \tag{7}$$

где d – диаметр поперечного сечения проволоки;
ℓ – ее длина.

В данной лабораторной работе моменты инерции тела относительно различных осей и модуль сдвига проволоки определяются методом крутильных колебаний при помощи крутильного маятника.

Крутильный маятник – механическая колебательная система, представляющая собой тело, подвешенное в однородном поле силы тяжести на вертикальной тонкой упругой нити и способное вращаться лишь вокруг неподвижной оси, расположенной вдоль этой нити.

Крутильным маятником является прямоугольная рамка, центры противоположных сторон которой прикреплены к вертикально зафиксированным стальным проволокам (рис. 5).

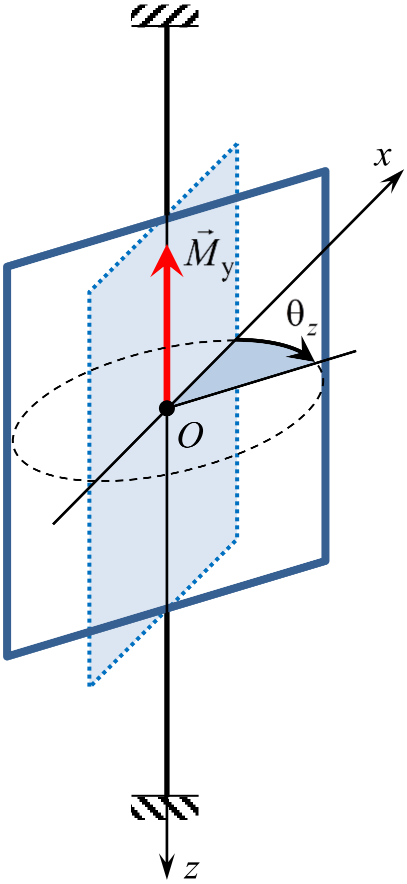


Рис. 5

Положение рамки в пространстве в любой момент времени однозначно определяется **углом поворота** θ_z между плоскостью рамки в равновесном положении и плоскостью рамки в отклоненном положении. При повороте рамки на угол θ_z проволоки подвеса подвергаются деформации кручения, и в них возникают тангенциальные напряжения, создающие противодействующий закручиванию момент $\vec{M}_{\text{у}}$ упругих сил.

В отсутствие сопротивления среды и с учетом равенства нулю момента действующей на рамку силы тяжести относительно точки O основное уравнение динамики (2) вращения рамки вокруг неподвижной оси подвеса Oz имеет вид:

$$I \cdot \beta_z = M_{\text{у}z}, \tag{8}$$

где I – момент инерции рамки относительно оси Oz; β_z – проекция на ось Oz ее углового ускорения; $M_{\text{у}z}$ – момент упругих сил относительно оси Oz.

Принимая во внимание $\beta_z = \dfrac{d\omega_z}{dt} = \dfrac{d^2\theta_z}{dt^2}$ и равенство (2.6), уравнение (8) записывается как:

$$I \cdot \frac{d^2\theta_z}{dt^2} = -f \cdot \theta_z. \tag{9}$$

Уравнение (9) приводится к каноническому виду:

$$\frac{d^2\theta_z}{dt^2} + \frac{f}{I} \cdot \theta_z = 0 \tag{10}$$

и вводится обозначение:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{f}{I}}. \tag{11}$$

При подстановке равенства (11) в выражение (10), получается **динамическое (дифференциальное) уравнение свободных незатухающих гармонических крутильных колебаний**:

$$\frac{d^2\theta_z}{dt^2} + \omega_0^2 \cdot \theta_z = 0. \tag{12}$$

Уравнение (12) является однородным линейным дифференциальным уравнением 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Из курса математического анализа следует, что решением уравнения (12) может являться следующая функция $\theta_z = \theta_z(t)$, которая называется **кинематический закон свободных незатухающих гармонических крутильных колебаний**:

$$\theta_z(t) = A \cdot \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0\right), \tag{13}$$

где A и φ_0 – некоторые постоянные, значения которых находятся из начальных условий – известных в начальный момент времени угла поворота и угловой скорости рамки.

В уравнении (13) величина A – **амплитуда колебаний** – абсолютное значение максимального угла поворота рамки, аргумент тригонометрической функции $\varphi(t) = \omega_0 t + \varphi_0$ – **фаза колебаний**, φ_0 – **начальная фаза** (значение фазы в начальный момент времени $t_0 = 0$), ω_0 – **собственная циклическая частота**, значение которой согласно равенству (11) определяется свойствами крутильного маятника.

Период T_0 незатухающих гармонических колебаний выражается через собственную циклическую частоту ω_0 как:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}, \tag{14}$$

а учитывая равенство (11), получается выражение для **периода** T_0 свободных незатухающих гармонических крутильных колебаний:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I}{f}}. \tag{15}$$

где I – момент инерции рамки относительно оси Oz;
f – модуль кручения проволоки.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Установка (рис. 6) представляет собой крутильный маятник и состоит из рамки 1, подвешенной на упругих нитях (стальных проволоках) подвеса 2. Угол поворота θ_z маятника (рамки) от его положения равновесия определяется по шкале 3.

Отклонив маятник от положения равновесия, и предоставив системе свободное движение, наблюдаются крутильные колебания вокруг оси подвеса. Полное число колебаний N (или периодов) и время t, за которое эти колебания совершаются, регистрируются автоматически и указываются соответственно на индикаторах ПЕРИОД 4 и ВРЕМЯ 5.

ВНИМАНИЕ! Для измерения времени t крутильных колебаний числом N, кнопку СТОП 6 нужно нажать, когда индикатор ПЕРИОД 4 показывает $N-1$ колебание.

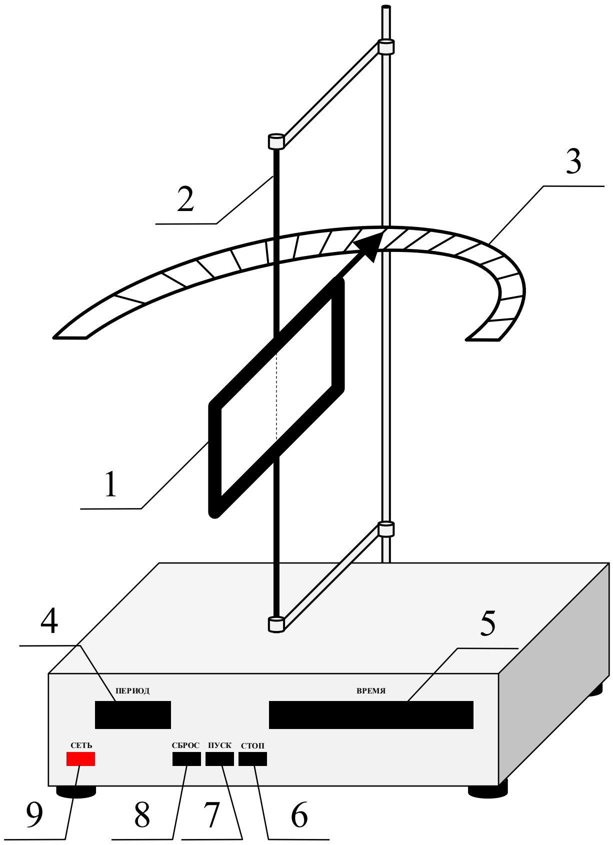


Рис. 6

В рамку 1 (см. рис. 6) можно поочередно устанавливать эталонный диск и тело в форме прямоугольной пластины, момент инерции которого относительно оси подвеса, нужно определить. При этом предусмотрена возможность нескольких различных положений тела относительно оси подвеса.

Период T_0 колебаний крутильного маятника определяется по измеренным значениям числа колебаний N и времени t, за которое эти колебания совершаются:

$$T_0 = \frac{t}{N}. \qquad (16)$$

На измерении периода крутильных колебаний маятника основан метод определения момента инерции исследуемого тела и модуля сдвига материала проволоки.

Согласно выражению (15) период $T_\text{р}$ крутильных колебаний пустой рамки маятника равен:

$$T_\text{р} = 2\pi\sqrt{\frac{I_\text{р}}{f}}, \qquad (17)$$

где $I_\text{р}$ – момент инерции пустой рамки относительно оси подвеса.

Если в рамку маятника установить эталонный диск, то, учитывая свойство аддитивности момента инерции, период $T_\text{э}$ колебаний маятника с эталонным диском, составляет:

$$T_э = 2\pi\sqrt{\frac{I_р + I_э}{f}}, \qquad (18)$$

где $I_р + I_э$ – момент инерции рамки с эталонным диском относительно оси подвеса;
$I_э$ – момент инерции эталонного диска относительно оси подвеса.

Период $T_э$ колебаний маятника с установленным в рамку телом в форме прямоугольной пластины, учитывая аддитивность момента инерции, вычисляется по формуле:

$$T_т = 2\pi\sqrt{\frac{I_р + I_т}{f}}, \qquad (19)$$

где $I_р + I_т$ – момент инерции рамки с телом относительно оси подвеса;
$I_т$ – момент инерции тела относительно оси подвеса.

Решая систему уравнений (17), (18) и (19) относительно момента инерции $I_т$ тела и модуля кручения *f*, получается соответственно:

$$I_т = I_э \cdot \frac{T_т^2 - T_р^2}{T_э^2 - T_р^2}, \qquad (20)$$

$$f = I_э \cdot \frac{4\pi^2}{T_э^2 - T_р^2}. \qquad (21)$$

Из равенств (7) и (21) модуль сдвига *G* материала проволоки выражается в виде:

$$G = I_э \cdot \frac{128\pi\ell}{d^4\left(T_э^2 - T_р^2\right)}. \qquad (22)$$

Эталонный диск устанавливается в рамку маятника так, что ось подвеса проходит через центр диска перпендикулярно его плоскости. В этом случае момент инерции эталонного диска относительно оси подвеса вычисляется по формуле:

$$I_э = \frac{mD^2}{8}, \qquad (23)$$

где *m* – масса эталонного диска;
D – его диаметр.

Подставляя равенство (23) в выражения (20) и (23), соответственно получается:

$$I_т = \frac{mD^2}{8} \cdot \frac{T_т^2 - T_р^2}{T_э^2 - T_р^2}, \qquad (24)$$

$$G = \frac{16\pi mD^2\ell}{d^4\left(T_э^2 - T_р^2\right)}. \qquad (25)$$

Если при определении по формуле (16) периодов $T_{\text{р}}$, $T_{\text{э}}$ и $T_{\text{т}}$ измерять время $t_{\text{р}}$, $t_{\text{э}}$ и $t_{\text{т}}$ одинакового во всех случаях числа колебаний $N_{\text{р}} = N_{\text{э}} = N_{\text{т}} = N$ (например $N = 5$), то из равенства (24) и (25) соответственно следует расчетная формула для нахождения момента инерции $I_{\text{т}}$ тела относительно оси подвеса и модуля сдвига G материала проволоки:

$$I_{\text{т}} = \frac{mD^2}{8} \cdot \frac{t_{\text{т}}^2 - t_{\text{р}}^2}{t_{\text{э}}^2 - t_{\text{р}}^2}, \tag{26}$$

$$G = \frac{16\pi m D^2 \ell N^2}{d^4 \left(t_{\text{э}}^2 - t_{\text{р}}^2\right)}, \tag{27}$$

где m – масса эталонного диска; D – его диаметр; $t_{\text{р}}$, $t_{\text{э}}$ и $t_{\text{т}}$ – время одинакового во всех случаях числа колебаний соответственно пустой рамки, рамки с эталонным диском и рамки с исследуемым телом; d – диаметр поперечного сечения проволоки; ℓ – ее длина; N – число колебаний (одинаковое во всех случаях $N_{\text{р}} = N_{\text{э}} = N_{\text{т}} = N$).

ПОДГОТОВКА ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ К РАБОТЕ И МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

1. Определить значения инструментальных абсолютных погрешностей Δm, ΔD, $\Delta t_{\text{р}}$, $\Delta t_{\text{э}}, \Delta t_{\text{т}}$, $\Delta \ell$, Δd и полученные результаты внести в соответствующие ячейки строк средних значений «ср. 1», «ср. 2» табл. 1 и строки «ср.» табл. 2.

Таблица 1

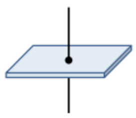
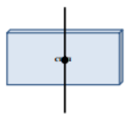
Положение оси относительно тела	№ п/п	m,	Δm,	D,	ΔD,	$t_{\text{р}}$,	$\Delta t_{\text{р}}$,	$t_{\text{э}}$,	$\Delta t_{\text{э}}$,	$t_{\text{т}}$,	$\Delta t_{\text{т}}$,	$I_{\text{т}}$,	$\Delta I_{\text{т}}$,	ε_I, %
	1.1													
	1.2		–		–		–		–		–	–	–	–
	1.3													
	ср. 1													
	2.1													
	2.2		–		–		–		–		–	–	–	–
	2.3													
	ср. 2													

Таблица 2

№ п/п	m,	Δm,	D,	ΔD,	ℓ,	$\Delta \ell$,	d,	Δd,	N	$t_{\text{р}}$,	$\Delta t_{\text{р}}$,	$t_{\text{э}}$,	$\Delta t_{\text{э}}$,	G,	ΔG,	ε_G, %
1																
2		–		–		–		–			–		–	–	–	–
3																
ср.																

ВНИМАНИЕ! Значения физических величин выражаются в единицах СИ и, как правило, представляются в стандартном виде. При этом множитель 10^n (n – порядок числа) выносится в заголовок соответствующего столбца таблицы.

2. Измерить массу m эталонного диска (значение m указано на диске) и полученный результат внести в соответствующие ячейки строк № 1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3 табл. 1 и строк № 1, 2, 3 табл. 2.

ВНИМАНИЕ! Последняя цифра записи результата измерения физической величины и ее среднего значения должна соответствовать тому же разряду, что и последняя цифра в записи абсолютной погрешности этой величины. Поэтому в заголовках столбцов физической величины и ее абсолютной погрешности (например m и Δm) множители 10^n должны иметь одинаковый показатель степени n.

3. Измерить диаметр D эталонного диска и полученный результат внести в соответствующие ячейки строк № 1.1, 2.1 табл. 1 и строку № 1 табл. 2.

4. Повторить дважды п. 3 и полученные результаты внести в соответствующие ячейки строк № 1.2, 1.3, 2.2, 2.3 табл. 1 и строк № 2, 3 табл. 2.

5. Измерить диаметр d проволоки и полученный результат внести в соответствующую ячейку строки № 1 табл. 2.

6. Повторить дважды п. 5 и полученные результаты внести в соответствующие ячейки строк № 2 и 3 табл. 2.

7. Измерить длину ℓ проволоки и полученный результат внести в соответствующую ячейку строки № 1 табл. 2.

8. Повторить дважды п. 7 и полученные результаты внести в соответствующие ячейки строк № 2 и 3 табл. 2.

9. Подключить лабораторную установку к сети 220 В.

10. Включить кнопку СЕТЬ 9 на передней панели установки (см. рис. 2.6).

11. **Для измерения времени t крутильных колебаний числом N надо отклонить рамку от положения равновесия на угол $+25^0$, нажать кнопку СБРОС 8 на передней панели установки (см. рис. 6) и отпустить рамку. Если требуется измерить время N крутильных колебаний, то кнопку СТОП 6 нужно нажать, когда индикатор ПЕРИОД 4 показывает $N-1$ колебание.**

12. В соответствии с п. 11 измерить время $t_р$ для N = 5 крутильных колебаний пустой рамки (угол поворота не должен превышать 25^0). Результат измерений внести в соответствующие ячейки строк № 1.1, 2.1 табл. 1 и строки № 1 табл. 2.

13. Повторить дважды п. 12 и полученные результаты внести в соответствующие ячейки строк № 1.2, 1.3, 2.2, 2.3 табл. 1 и строк № 2, 3 табл. 2.

14. Установить в рамку маятника эталонный диск. В соответствии с п. 11 измерить время $t_э$ для N = 5 крутильных колебаний рамки с эталонным диском. Результат измерений внести в соответствующие ячейки строк № 1.1, 2.1 табл. 1 и строки № 1 табл. 2.

15. Повторить дважды п. 14 и полученные результаты внести в соответствующие ячейки строк № 1.2, 1.3, 2.2, 2.3 табл. 1 и строк № 2, 3 табл. 2.

16. Вместо эталонного диска установить в рамку маятника исследуемое тело в форме прямоугольной пластины так, чтобы ось подвеса проходила через центр пластины перпендикулярно к ее поверхности. В соответствии с п. 11 измерить время $t_т$ для N = 5 крутильных колебаний рамки с телом. Результат измерений внести в соответствующую ячейку строки № 1.1 табл. 1.

17. Повторить дважды п. 16 и полученные результаты внести в соответствующие ячейки строк № 1.2 и 1.3 табл. 1.

18. Установить в рамку маятника исследуемое тело в форме прямоугольной пластины так, чтобы ось подвеса проходила через центр пластины параллельно ее поверхности. В соответствии с п. 11 измерить время $t_т$ для $N = 5$ крутильных колебаний рамки с телом. Результат измерений внести в соответствующую ячейку строки № 2.1 табл. 1.

19. Повторить дважды п. 18 и полученные результаты внести в соответствующие ячейки строк № 2.2 и 2.3 табл. 1.

20. Извлечь исследуемое тело из рамки маятника.

21. Выключить кнопку СЕТЬ 9 на передней панели установки.

22. Отключить лабораторную установку от сети 220 В.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Дать определение момента инерции твердого тела относительно некоторой неподвижной оси. Какова единица измерения момента инерции?
2. От чего зависит момент инерции твердого тела относительно неподвижной оси?
3. Записать формулу момента инерции сплошного однородного диска относительно оси, проходящей через его центр перпендикулярно его плоскости.
4. Записать основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси *Oz* и дать определения входящих в него величин.
5. Из основного уравнения динамики вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси *Oz* получить динамическое (дифференциальное) уравнение свободных незатухающих гармонических крутильных колебаний.
6. Записать кинематический закон свободных незатухающих гармонических крутильных колебаний. Какова его связь с динамическим (дифференциальным) уравнением свободных незатухающих гармонических крутильных колебаний?
7. Дать определения основным характеристикам гармонических колебаний: амплитуда, фаза, частота, циклическая частота, период.
8. Записать формулу периода крутильных гармонических колебаний.
9. Как получить расчетную формулу момента инерции тела в этой работе?
10. Как изменится модуль сдвига *G* в таком типе установке, если: а) увеличить длину проволоки в 1,5 раза; б) уменьшить диаметр проволоки в 2 раза; в) заменить эталонное тело на другое, из материала с плотностью в 3 раза больше?
11. Из формулы (2.1) получите формулы моментов инерции различных однородных тел (диска, цилиндра, шара, конуса, прямоугольного параллелепипеда относительно разных осей (задача конкретизируется преподавателем)). Сравните вычисленные по полученным формулам значения момента инерции прямоугольного параллелепипеда с результатами эксперимента.

ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев, И. В. Курс общей физики : учеб. пособие для вузов по техн. (550000) и технол. (650000) направлениям. В 3 т. / И. В. Савельев. – 9-е изд., стер. – СПб. : Лань, 2007. – Т. 1 – 340 с.

2. Детлаф, А. А. Курс физики: учеб. пособие для втузов / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – 7-е изд., стер. – М. : Академия, 2008. – 718 с.

3. Грабовский, Р. И. Курс физики: учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по естественнонаучным и техническим направлениям и специальностям / Р. И. Грабовский. – 12-е изд., стер. – СПб : Лань, 2012. – 607 с.

Ташлыкова-Бушкевич, И. И. Физика : учеб. пособие. В 2 ч. / И. И. Ташлыкова-Бушкевич. – Минск : БГУИР, 2006. – Ч. 1 – 232 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

При обработке результатов измерений учитываются только систематические погрешности.

1. По данным табл. 1 и табл. 2 вычислить средние значения прямых измерений (результат которых непосредственно считывается со шкалы прибора) физических величин m, D, ℓ, $d, N, t_р, t_э, t_т$.

2. Полученные в п. 1 средние значения физических величин округлить так, чтобы в записи числа было столько же разрядов, сколько их есть в записи соответствующих абсолютных погрешностей, и результаты внести в соответствующие ячейки строк «ср. 1», «ср. 2» табл. 1 и строки «ср.» табл. 2.

ВНИМАНИЕ! Последняя цифра записи среднего значения физической величины должна соответствовать тому же разряду, что и последняя цифра в записи ее результата измерения и абсолютной погрешности этой величины.

3. В расчетную формулу (26) подставить из строки «ср. 1» табл. 1 средние значения прямых измерений величин m, D, $t_р$, $t_э$, $t_т$ и вычислить среднее значение косвенного измерения (результат которого вычисляется по расчетной формуле, связывающей результаты только прямых измерений) момента инерции $I_{т1}$ тела в форме прямоугольной пластины относительно оси, проходящей через центр пластины перпендикулярно к ее поверхности.

4. В формулу для вычисления относительной погрешности ε_I измерения момента инерции:

$$\varepsilon_I = \left|\frac{1}{m}\right|\Delta m + \left|\frac{2}{D}\right|\Delta D + \left|\frac{2t_т}{t_т^2 - t_р^2}\right|\Delta t_т + \left|\frac{-2t_р}{t_т^2 - t_р^2} + \frac{2t_р}{t_э^2 - t_р^2}\right|\Delta t_р + \left|\frac{-2t_э}{t_э^2 - t_р^2}\right|\Delta t_э \qquad (28)$$

подставить из строки «ср. 1» табл. 1 средние значения величин m, D, $t_р$, $t_э$, $t_т$, их абсолютные погрешности Δm, ΔD, $\Delta t_р$, $\Delta t_э$, $\Delta t_т$ и вычислить значение относительной погрешности $\varepsilon_{I_{т1}}$ измерения момента инерции $I_{т1}$.

5. В формулу для вычисления абсолютной погрешности ΔI измерения момента инерции:

$$\Delta I = I \cdot \varepsilon_I \tag{29}$$

подставить полученные в пп. 4, 5 значения момента инерции $I_{т1}$, относительной погрешности $\varepsilon_{I_{т1}}$ ($\varepsilon_{I_{т1}} < 1$) и вычислить значение абсолютной погрешности $\Delta I_{т1}$ измерения момента инерции $I_{т1}$.

6. Величину абсолютной погрешности $\Delta I_{т1}$ округлить до двух значащих цифр, если первая из них равна единице, и до одной значащей цифры во всех остальных случаях. Полученный результат внести в соответствующую ячейку строки «ср. 1» табл. 1.

7. Полученное в п. 3 среднее значение момента инерции $I_{т1}$ округлить так, чтобы в записи числа было столько же разрядов, сколько их есть в записи абсолютной погрешности $\Delta I_{т1}$, и результат внести в соответствующую ячейку строки «ср. 1» табл. 1.

8. Полученное в п. 4 значение относительной погрешности $\varepsilon_{I_{т1}}$ перевести в проценты, округлить до десятых и результат внести в соответствующую ячейку строки «ср. 1» табл. 1.

9. Записать результат измерения момента инерции $I_{т1}$ в стандартном виде и изобразить доверительный интервал (пример приведен на рис. 7).

$$I_{т1} = \left(1{,}7 \pm 0{,}3\right) \cdot 10^{-4}\ кг \cdot м^2, \qquad \varepsilon_{I_{т1}} = 17{,}6\ \%.$$

Рис. 7

10. Выполнить аналогичные, указанным в пп. 3–9, действия для определения момента инерции $I_{т2}$ тела в форме прямоугольной пластины относительно оси, проходящей через центр пластины параллельно ее поверхности.

11. В расчетную формулу (27) подставить из строки «ср. » табл. 2 средние значения прямых измерений величин m, D, ℓ, d, N, $t_р$, $t_э$ и вычислить среднее значения косвенного измерения модуля сдвига G материала проволоки.

12. В формулу для вычисления относительной погрешности ε_G измерения модуля сдвига:

$$\varepsilon_G = \left|\frac{1}{\ell}\right|\Delta\ell + \left|\frac{1}{m}\right|\Delta m + \left|\frac{2}{D}\right|\Delta D + \left|\frac{4}{d}\right|\Delta d + \left|\frac{-2t_э}{t_э^2 - t_р^2}\right|\Delta t_э + \left|\frac{2t_р}{t_э^2 - t_р^2}\right|\Delta t_р \tag{30}$$

подставить из строки «ср.» табл. 2 средние значения величин m, D, ℓ, d, $t_р$, $t_э$, их абсолютные погрешности Δm, ΔD, $\Delta\ell$, Δd, $\Delta t_р$, $\Delta t_э$ и вычислить значение относительной погрешности ε_G измерения модуля сдвига G.

13. В формулу для вычисления абсолютной погрешности ΔG измерения модуля сдвига:

$$\Delta G = G \cdot \varepsilon_G \tag{31}$$

подставить полученные в пп. 11, 12 значения модуля сдвига *G*, относительной погрешности ε_G ($\varepsilon_G < 1$) и вычислить значение абсолютной погрешности ΔG измерения модуля сдвига *G*.

14. Величину абсолютной погрешности ΔG округлить до двух значащих цифр, если первая из них равна единице, и до одной значащей цифры во всех остальных случаях. Полученный результат внести в соответствующую ячейку строки «ср.» табл. 2.

15. Полученное в п. 11 среднее значение модуля сдвига *G* округлить так, чтобы в записи числа было столько же разрядов, сколько их есть в записи абсолютной погрешности ΔG, и результат внести в соответствующую ячейку строки «ср.» табл. 2.

16. Полученное в п. 12 значение относительной погрешности ε_G перевести в проценты, округлить до десятых и результат внести в соответствующую ячейку строки «ср.» табл. 2.

17. Записать результат измерения модуля сдвига *G* материала проволоки в стандартном виде и изобразить доверительный интервал.

ЗАДАНИЕ

1. Изучить лабораторную установку и методику измерений.
2. Следуя указаниям в подразделе «**Подготовка лабораторной установки к работе и методика измерений**» определить значения инструментальных абсолютных погрешностей Δm, ΔD, $\Delta t_{\text{р}}$, $\Delta t_{\text{э}}$, $\Delta t_{\text{т}}$, $\Delta \ell$, Δd, провести прямые измерения величин m, D, ℓ, d, N, $t_{\text{р}}$, $t_{\text{э}}$, $t_{\text{т}}$ и полученные результаты внести в табл. 2.1 и табл. 2.2.
3. Выключить кнопку СЕТЬ 9 на передней панели установки.
4. Отключить лабораторную установку от сети 220 В.
5. Следуя указаниям раздела «**ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ**» определить моменты инерции $I_{\text{т}1}$ и $I_{\text{т}2}$ тела в форме прямоугольной пластины относительно двух различных осей и модуль сдвига *G* материала проволоки.
6. Сравнить полученные экспериментально значения $I_{\text{т}1}$ и $I_{\text{т}2}$ на предмет их равенства: если доверительные интервалы моментов инерции $I_{\text{т}1}$ и $I_{\text{т}2}$ имеют ненулевую область пересечения, то $I_{\text{т}1} = I_{\text{т}2}$; в противном случае – моменты инерций не равны между собой $I_{\text{т}1} \neq I_{\text{т}2}$. Дать объяснение.
7. Сравнить полученные экспериментально значение модуля сдвига *G* материала проволоки с табличным значением для стали по порядку величины.
8. Оформить отчет по данной лабораторной работе.