
ЭЛЕМЕНТАРНАЯ ТЕОРИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ

Под погрешностью понимается некоторая величина, характеризующая точность результата. Существует три вида погрешностей:

- 1) неустраняемая погрешность (возникающая из-за неточности исходной информации, например, неточности измерений);
- 2) погрешность метода;
- 3) погрешность вычислений (возникающая из-за округлений).

Основная задача теории погрешностей – указание области неопределенности результата.

1.1 Понятие об относительной и абсолютной погрешностях числа

Значащими цифрами числа называются все цифры в его записи, начиная с первой ненулевой слева, например:

- 1) $x = 2,396029$ – все цифры (и 0!) значащие;
- 2) $x = 0,00267$ – значащие только 2, 6, 7; первые три нуля – незначащие, ибо они служат вспомогательной цели – определению положения цифр 2, 6, 7, поэтому может быть принята запись $x = 2,67 \cdot 10^{-3}$;

- 3) $x = 2270000$ или $x = 2,27 \cdot 10^6$ (в первой записи все семь цифр значащие, во второй – значащие только 2, 2, 7).

Если известно, что c – число точное и $c = 3200$, то для него нельзя использовать запись $c = 3,2 \cdot 10^3$, ибо тем самым два нуля переводятся в разряд незначащих цифр.

Пусть x – точное значение величины, а x^* – ее приближенное значение.

*Абсолютной погрешностью числа x^** называется величина Δx^* , удовлетворяющая условию $|x - x^*| \leq \Delta x^*$.

Относительной погрешностью называется некоторая величина δx^* , удовлетворяющая условию $\left| \frac{x - x^*}{x^*} \right| \leq \delta x^*$.

Точность результата лучше характеризует его относительная погрешность. Например, рассмотрим два числа $\pi^* = 3,14$ и $l^* = 256795$. Известно, что $\pi = 3,14159265\dots$. Значит $\Delta \pi^* = 0,0016$ (при записи Δx^* и δx^* , как правило, берут две значащие цифры). Тогда относительная погрешность

$$\delta \pi^* = \frac{0,0016}{3,14} = 0,0005 \quad \text{или} \quad 0,05\%. \quad \text{Известно, что } \Delta l^* = 1, \text{ значит}$$

$$\delta l^* = \frac{1}{256795} \approx 0,0000039 \quad \text{или} \quad 0,00039\%. \quad \text{Хотя } \Delta \pi^* \ll \Delta l^*, \text{ само } l^* \text{ определено}$$

точнее числа π^* .

Замечание. Абсолютная и относительная погрешности числа принято округлять в большую сторону, т.к. при округлениях границы неопределенности числа, как правило, увеличиваются. По этой причине вычисления ведут с одним-двумя запасными знаками.

1.2 Верные значащие цифры числа

Значащая цифра a_i приближенного числа, записанного в виде десятичной дроби, называется *верной*, если абсолютная погрешность данного приближения не превосходит единицы того разряда, в котором записана цифра a_i .

Например, в приближенном числе $x = 2,718 \pm 0,006$ цифры 1, 7, 2 верные ($0,006 \leq 0,01$; $0,006 \leq 0,1$; $0,006 \leq 1$), а цифра 8 является сомнительной, т.к. неравенство $0,006 \leq 0,001$ неверно.

Замечание. Напомним, что в процессе округления чисел, если старший отбрасываемый разряд меньше 5, то предшествующая ему цифра в числе не меняется, если же старший отбрасываемый разряд больше 5, то предшествующая ему цифра в числе увеличивается на 1.

1.3 Погрешность результатов арифметических операций

Имеют место следующие формулы точного подсчета погрешностей:

1. $\Delta(a \pm b) = \Delta a + \Delta b$; $\delta(a \pm b) = \frac{a\delta_a + b\delta_b}{a \pm b}$.
2. $\Delta(a \cdot b) = ab(\delta_a + \delta_b) = b\Delta a + a\Delta b$; $\delta(ab) = \delta_a + \delta_b$.
3. $\Delta\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{a}{b}(\delta_a + \delta_b)$.
4. $\Delta(a^2) = 2a\Delta a$, $\Delta(a^3) = 3a^2 \cdot \Delta a$, ..., $\Delta(a^m) = ma^{m-1} \cdot \Delta a$, $\delta(a^m) = m \cdot \delta_a$
где m – рациональное число.

1.4 Правило подсчета верных цифр

1. При сложении и вычитании приближенных чисел младший сохраненный десятичный разряд результата должен являться старшим среди десятичных разрядов, выражаемых последними верными значащими цифрами исходных данных.
2. При умножении и делении в результате следует сохранить столько значащих цифр, сколько их в приближенном данном с наименьшим числом верных значащих цифр.
3. При возведении приближенного числа в квадрат или куб в результате следует сохранить столько значащих цифр, сколько верных значащих цифр имеет основание степени.
4. При извлечении квадратного и кубического корней из приближенного числа в результате следует сохранить столько значащих цифр, сколько верных значащих цифр имеет подкоренное число.

5. При вычислении промежуточных результатов следует сохранить на одну-две значащие цифры больше, чем рекомендуют правила 1 – 4. В окончательном результате эти «запасные» цифры отбрасываются.
6. Если данные можно брать с произвольной точностью, то для получения результата с m верными цифрами исходные данные следует брать с таким числом цифр, которое согласно предыдущим правилам обеспечивает $m+1$ верную цифру в результате.

Эти правила применимы, если данные содержат только верные цифры, а число операций невелико.

Пример 1.1. Вычислить значение выражения $114,568 + 12,5 \cdot 0,82$, все цифры которого – верные.

Решение. Найдем произведение $12,5 \cdot 0,82$. Воспользуемся правилами 2 и 5. В результате нужно оставить две значащие цифры, так как две верные значащие цифры содержат данное с наименьшим их числом, но произведение – результат промежуточный, поэтому оставим одну «запасную» цифру. Итак, $12,5 \cdot 0,82 = 10,25 \approx 10,3$.

Найдем сумму $114,568 + 10,3$. Воспользуемся правилами 1, 5 и 6. По правилу 6 предварительно округлим первое слагаемое до одной цифры после запятой, получим $114,6$. Далее, $114,6 + 10,3 = 124,9$. Так как во втором слагаемом цифра 3 «запасная», то в окончательном результате цифра, стоящая в разряде десятых, отбрасывается по правилу округления. *Ответ:* 125.

Пример 1.2. Вычислить значение $x = \frac{(a+b) \cdot c}{a \cdot b - c}$, если все цифры данных $a = 28,35$, $b = 16,23$ и $c = 1,7$ верные.

Решение. Используя правило 1, получим: $a + b = 44,58$. Так как c содержит две верные цифры и умножение $(a + b)$ на c – действие промежуточное, то в произведении согласно правилам 2 и 5 нужно сохранить три значащие цифры (цифра младшего разряда «запасная»): $(a + b) \cdot c = 75,786 \approx 75,8$.

В произведении $a \cdot b$ согласно правилам 2 и 5 нужно сохранить пять значащих цифр (последняя цифра «запасная»): $a \cdot b \approx 460,12$. Разность $a \cdot b - c$ будет содержать два знака после запятой согласно правилам 1 и 5: $a \cdot b - c \approx 458,42$. Цифра 2 разряда сотых будет «запасной».

Вычислим: $x = \frac{75,8}{458,42} \approx 0,165$.

Согласно правилам 2 и 5 в результате x должен содержать две значащие цифры. *Ответ:* $x = 0,17$.

Пример 1.3. Определить, какое равенство точнее: $\frac{9}{11} = 0,818$, $\sqrt{18} = 4,24$.

Решение. Находим значения данных выражений с большим числом десятичных знаков: $a_1 = \frac{9}{11} = 0,818\dots$, $a_2 = \sqrt{18} = 4,2426\dots$

Затем вычисляем предельные абсолютные погрешности, округляя их с избытком: $\Delta_{a_1} = |0,81818 - 0,818| \leq 0,00019$, $\Delta_{a_2} = |4,2426 - 4,24| \leq 0,0027$.

Предельные и относительные погрешности составляют:

$$\delta_{a_1} = \frac{\Delta_{a_1}}{a_1} = \frac{0,00019}{0,818} = 0,00024 = 0,024\%, \quad \delta_{a_2} = \frac{\Delta_{a_2}}{a_2} = \frac{0,0027}{4,24} = 0,00064 = 0,064\%.$$

Так как $\delta_{a_1} < \delta_{a_2}$, то равенство $\frac{9}{11} = 0,818$ является более точным.

Пример 1.4. Округлить сомнительные цифры числа, оставив верные знаки, определить абсолютную погрешность результата: $2,3544$, $\delta = 0,2\%$.

Решение. Пусть $a = 2,3544$, $\delta_a = 0,2\%$. Тогда $\Delta_a = a \cdot \delta_a = 0,00471$. В данном числе верными являются три цифры, поэтому округляем его, сохраняя эти три цифры: $a_1 = 2,35$, $\Delta_{a_1} = 0,0044 + 0,00471 = 0,00911 < 0,01$.

Значит, и в округленном числе $2,35$ все три цифры верны.

Пример 1.5. Вычислить и определить погрешности результата:

а) $X = \frac{m^2 n^3}{\sqrt{k}}$, где $m = 28,3(\pm 0,02)$, $n = 7,45(\pm 0,01)$, $k = 0,678(\pm 0,003)$;

б) $N = \frac{(n-1)(m+n)}{(m-n)^2}$, где $n = 3,0567(\pm 0,0001)$, $m = 5,72(\pm 0,02)$.

Решение. а) Находим $m^2 = 800,9$, $n^3 = 413,5$, $\sqrt{k} = 0,8234$.

$$X = \frac{800,9 \cdot 413,5}{0,8234} = 402200 = 4,02 \cdot 10^5.$$

Далее, имеем $\delta_m = \frac{0,02}{28,3} = 0,00071$, $\delta_n = \frac{0,01}{7,45} = 0,00135$, $\delta_k = \frac{0,003}{0,678} = 0,00443$,

откуда $\delta_X = 2\delta_m + 3\delta_n + 0,5\delta_k = 0,00142 + 0,00405 + 0,00222 = 0,00769 = 0,77\%$,

$$\Delta_X = 4,02 \cdot 10^5 \cdot 0,0077 = 3,1 \cdot 10^3.$$

Ответ. $X = 4,02 \cdot 10^5 (\pm 3,1 \cdot 10^3)$, $\delta_X = 0,77\%$.

б) Имеем $n-1 = 2,0567(\pm 0,0001)$,

$$m+n = 5,72(\pm 0,02) + 3,0567(\pm 0,0001) = 8,777(\pm 0,0201),$$

$$m-n = 5,72(\pm 0,02) - 3,0567(\pm 0,0001) = 2,663(0,0201),$$

$$N = \frac{2,0567 \cdot 8,777}{2,663^2} = \frac{2,0567 \cdot 8,777}{7,092} = 2,545 \approx 2,55,$$

$$\delta_N = \frac{0,0001}{2,0567} + \frac{0,0201}{8,777} + 2 \cdot \frac{0,0201}{2,663} = 0,000049 + 0,00229 + 2 \cdot 0,00755 =$$

$$= 0,00234 + 0,01510 = 0,0174 = 1,74\%, \quad \Delta_N = 2,55 \cdot 0,0174 = 0,044.$$

Ответ. $N \approx 2,55(\pm 0,044)$, $\delta_N = 1,74\%$.

Пример 1.6. Вычислить, пользуясь правилами подсчета верных цифр:

$$V = \pi h^2 \left(R - \frac{h}{3} \right), \text{ где } h = 11,8, R = 23,67.$$

Решение. Находим $V = 3,142 \cdot 11,8^2 (23,67 - 3,933) = 3,142 \cdot 11,8^2 \cdot 19,737 = 3,142 \cdot 139,2 \cdot 19,737 = 437,37 \cdot 19,737 = 8630 \approx 8,63 \cdot 10^3$.

1.5 Индивидуальные задания

- 1) Определить, какое равенство точнее.
- 2) Округлить сомнительные цифры числа, оставив верные знаки, определить абсолютную погрешность результата.
- 3) Вычислить и определить погрешности результата.
- 4) Вычислить, пользуясь правилами подсчета верных цифр.

<p>1. 1) $\sqrt{44} = 6,63; \frac{19}{41} = 0,463$. 2) $2,8546; \delta = 0,3\%$.</p> <p>3) а) $X = \frac{ab}{\sqrt[3]{c}}, a = 3,85(\pm 0,01), b = 2,0435(\pm 0,0004), c = 962,6(\pm 0,1);$ б) $X = \left(\frac{(a+b) \cdot c}{m-n} \right)^2, a = 4,3(\pm 0,05), b = 17,21(\pm 0,02), c = 8,2(\pm 0,05),$ $m = 12,417(\pm 0,003), n = 8,37(\pm 0,005).$</p> <p>4) $S = \frac{h^2}{18} : \frac{a^2 + 4ab + b^2}{(a+b)^2}, a = 1,141, b = 3,156, h = 1,14$</p>	<p>2. 1) $\sqrt{30} = 5,48; \frac{7}{15} = 0,467$. 2) $17,2834; \delta = 0,3\%$.</p> <p>3) а) $X = \frac{\sqrt{a} \cdot b}{c}, a = 228,6(\pm 0,06), b = 86,4(\pm 0,02), c = 68,7(\pm 0,05);$ б) $X = \frac{(a+b) \cdot m^3}{c-d}, a = 13,5(\pm 0,02), b = 3,7(\pm 0,02), c = 34,5(\pm 0,02),$ $m = 4,22(\pm 0,004), d = 23,725(\pm 0,005).$</p> <p>4) $M = \frac{(a+b)h^3}{4} + \frac{(a+b)h}{12}, a = 8,53, b = 6,271, h = 12,48.$</p>	<p>3. 1) $\sqrt{10,5} = 3,24; \frac{4}{17} = 0,235$. 2) $34,834; \delta = 0,1\%$.</p> <p>3) а) $X = \frac{\sqrt{ab}}{c}, a = 3,845(\pm 0,004), b = 16,2(\pm 0,05), c = 10,8(\pm 0,1);$ б) $X = \frac{(a+b) \cdot m}{(c-d)^2}, a = 2,574(\pm 0,001), b = 11,7(\pm 0,04), c = 10,536(\pm 0,002),$ $m = 0,56(\pm 0,005), d = 6,32(\pm 0,008).$</p> <p>4) $N = \frac{(a+b)^2}{2h} + \frac{(a^2 + b^2)h}{5}, a = 0,562, b = 0,2518, h = 0,68.$</p>
---	--	--

<p>4. 1) $\sqrt{10} = 3,16$; $\frac{15}{7} = 2,14$. 2) $0,34484$; $\delta = 0,4\%$.</p> <p>3) а) $X = \frac{a^2 b}{c}$, $a = 3,456(\pm 0,002)$, $b = 0,642(\pm 0,0005)$, $c = 7,12(\pm 0,004)$; б) $X = \frac{(a+b) \cdot m}{\sqrt{c-d}}$, $a = 23,16(\pm 0,02)$, $b = 8,23(\pm 0,005)$, $c = 145,5(\pm 0,08)$, $m = 0,28(\pm 0,006)$, $d = 28,6(\pm 0,1)$.</p> <p>4) $V = \frac{h}{3} \cdot S \cdot \left(1 + \frac{a}{A} + \frac{a^2}{A^2} \right)$, $a = 8,51$, $A = 23,42$, $S = 45,8$, $h = 3,81$.</p>	<p>5. 1) $\sqrt{4,8} = 2,19$; $\frac{6}{7} = 0,857$. 2) $10,8441$; $\delta = 0,5\%$.</p> <p>3) а) $X = \frac{ab^3}{c}$, $a = 0,643(\pm 0,0005)$, $b = 2,17(\pm 0,002)$, $c = 5,843(\pm 0,001)$; б) $X = \frac{(a-b) \cdot c}{\sqrt{m+n}}$, $a = 27,16(\pm 0,006)$, $b = 5,03(\pm 0,01)$, $c = 3,6(\pm 0,02)$, $m = 12,375(\pm 0,004)$, $n = 86,2(\pm 0,05)$.</p> <p>4) $S = \frac{h^2}{18} \cdot \frac{a^2 + 4ab + b^2}{(a+b)^2}$, $a = 22,08$, $b = 31,11$, $h = 21,1$.</p>
<p>6. 1) $\sqrt{6,8} = 2,61$; $\frac{12}{11} = 1,091$. 2) $8,24163$; $\delta = 0,2\%$.</p> <p>3) а) $X = \frac{ab}{c^2}$, $a = 0,3575(\pm 0,0002)$, $b = 2,63(\pm 0,01)$, $c = 0,854(\pm 0,0005)$; б) $X = \frac{a+b}{\sqrt{(c-d)m}}$, $a = 16,342(\pm 0,001)$, $b = 2,5(\pm 0,03)$, $c = 38,17(\pm 0,002)$, $m = 3,6(\pm 0,04)$, $d = 9,14(\pm 0,005)$.</p> <p>4) $V = \frac{1}{6} \pi h (3a^2 + h^2)$, $a = 2,456$, $h = 1,76$.</p>	<p>7. 1) $\sqrt{22} = 4,69$; $\frac{2}{21} = 0,095$. 2) $24,5643$; $\delta = 0,1\%$.</p> <p>3) а) $V = \frac{\pi^2}{4} D d^2$, $\pi = 3,14$, $D = 54(\pm 0,5)$, $d = 8,235(\pm 0,001)$; б) $S = \frac{1}{64} \pi \sqrt{D^4 - d^4}$, $D = 36,5(\pm 0,1)$, $d = 26,35(\pm 0,005)$, $\pi = 3,14$.</p> <p>4) $a = c^2 \left(1 + \frac{2\beta}{c} + \frac{\gamma^2}{c^2} \right)$, $c = 2,435$, $\beta = 0,15$, $\gamma = 1,27$.</p>

<p>8. 1) $\sqrt{9,8} = 3,13; \frac{23}{15} = 1,53.$ 2) $23,574; \delta = 0,2\%.$</p> <p>3) а) $Y = \frac{m^2 n}{c^3}, m = 1,6531(\pm 0,0003), n = 3,78(\pm 0,002), c = 0,158(\pm 0,0005);$</p> <p>б) $X = \frac{\sqrt{a-b} \cdot m}{c+d}, a = 9,542(\pm 0,001), b = 3,128(\pm 0,002),$ $c = 0,172(\pm 0,001), m = 2,8(\pm 0,03), d = 5,4(\pm 0,02).$</p> <p>4) $V = \frac{1}{15} \pi h (2D^2 + Dd + 0,75d^2), h = 84,2, D = 28,3, d = 42,08.$</p>
<p>9. 1) $\sqrt{83} = 9,11; \frac{6}{11} = 0,545.$ 2) $21,68563; \delta = 0,3\%.$</p> <p>3) а) $X = \sqrt{\frac{cd}{b}}, c = 0,7568(\pm 0,0002), d = 21,7(\pm 0,02), b = 2,65(\pm 0,01);$</p> <p>б) $X = \frac{\sqrt[3]{a-b}}{m(n-a)}, a = 10,82(\pm 0,03), b = 2,786(\pm 0,0006), m = 0,28(\pm 0,006),$ $n = 14,7(\pm 0,06).$</p> <p>4) $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$ где $p = \frac{a+b+c}{2}, a = 46,3, b = 29,72,$ $c = 37,654.$</p>
<p>10. 1) $\sqrt{52} = 7,21; \frac{17}{19} = 0,889.$ 2) $7,521; \delta = 0,12\%.$</p> <p>3) а) $f = \frac{Qe^3}{48E}, Q = 54,8(\pm 0,02), e = 2,45(\pm 0,01), E = 0,863(\pm 0,004);$</p> <p>б) $Q = \frac{(2n-l)^2 \cdot (x+y)}{x-y}, n = 2,0435(\pm 0,0001), x = 4,2(\pm 0,05),$ $y = 0,82(\pm 0,01).$</p> <p>4) $\gamma = \frac{\alpha b - \beta a}{b^2} - \frac{\beta(ab - \beta\alpha)}{b^2(b + \beta)}, a = 158,35, b = 61,21, \alpha = 5,27, \beta = 0,0562.$</p>
<p>11. 1) $\sqrt{44} = 6,63; \frac{21}{29} = 0,723.$ 2) $0,3567; \delta = 0,042\%.$</p> <p>3) а) $X = \frac{ab}{\sqrt[3]{c}}, a = 4,16(\pm 0,005), b = 12,163(\pm 0,002), c = 55,18(\pm 0,01);$</p> <p>б) $X = \left(\frac{(a+b) \cdot c}{m-n} \right)^2, a = 5,2(\pm 0,04), b = 15,32(\pm 0,01), c = 7,5(\pm 0,05),$ $m = 21,823(\pm 0,002), n = 7,56(\pm 0,003).$</p> <p>4) $S = \frac{h^2}{18} : \frac{a^2 + 4ab + b^2}{(a+b)^2}, a = 2,234, b = 4,518, h = 4,48.$</p>

<p>12. 1) $\sqrt{27} = 5,19; \frac{50}{19} = 2,63.$ 2) $0,85637; \delta = 0,21\%.$</p> <p>3) а) $X = \frac{\sqrt{a} \cdot b}{c}, a = 315,6(\pm 0,05), b = 72,5(\pm 0,03), c = 53,8(\pm 0,04);$</p> <p>б) $X = \frac{(a+b) \cdot m^3}{c-d}, a = 18,5(\pm 0,03), b = 5,6(\pm 0,02), c = 26,3(\pm 0,01),$ $m = 3,42(\pm 0,003), d = 14,782(\pm 0,006).$</p> <p>4) $M = \frac{(a+b)h^3}{4} + \frac{(a+b)h}{12}, a = 6,44, b = 5,323, h = 15,44.$</p>
<p>13. 1) $\sqrt{31} = 5,56; \frac{13}{17} = 0,764.$ 2) $15,873; \delta = 0,42\%.$</p> <p>3) а) $X = \frac{\sqrt{ab}}{c}, a = 4,632(\pm 0,003), b = 23,3(\pm 0,04), c = 11,3(\pm 0,06);$</p> <p>б) $X = \frac{(a+b) \cdot m}{(c-d)^2}, a = 3,236(\pm 0,002), b = 15,8(\pm 0,03), c = 12,415(\pm 0,003),$ $m = 0,64(\pm 0,004), d = 7,18(\pm 0,006).$</p> <p>4) $N = \frac{(a+b)^2}{2h} + \frac{(a^2 + b^2)h}{5}, a = 0,834, b = 0,3523, h = 0,74.$</p>
<p>14. 1) $\sqrt{13} = 3,60; \frac{7}{21} = 0,318.$ 2) $0,3945; \delta = 0,16\%.$</p> <p>3) а) $X = \frac{a^2 b}{c}, a = 1,245(\pm 0,001), b = 0,121(\pm 0,0002), c = 2,34(\pm 0,003);$</p> <p>б) $X = \frac{(a+b) \cdot m}{\sqrt{c-d}}, a = 17,41(\pm 0,01), b = 1,27(\pm 0,002), c = 342,3(\pm 0,04),$ $m = 0,71(\pm 0,003), d = 11,7(\pm 0,1).$</p> <p>4) $V = \frac{h}{3} \cdot S \cdot \left(1 + \frac{a}{A} + \frac{a^2}{A^2} \right), a = 5,71, A = 32,17, S = 51,7, h = 2,42.$</p>
<p>15. 1) $\sqrt{18} = 4,243; \frac{17}{11} = 1,545.$ 2) $24,3618; \delta = 0,22\%.$</p> <p>3) а) $X = \frac{ab^3}{c}, a = 0,142(\pm 0,0003), b = 1,71(\pm 0,002), c = 3,727(\pm 0,001);$</p> <p>б) $X = \frac{(a-b) \cdot c}{\sqrt{m+n}}, a = 15,71(\pm 0,005), b = 3,28(\pm 0,02), c = 7,2(\pm 0,01),$ $m = 13,752(\pm 0,001), n = 33,7(\pm 0,03).$</p> <p>4) $S = \frac{h^2}{18} : \frac{a^2 + 4ab + b^2}{(a+b)^2}, a = 32,47, b = 11,42, h = 17,8.$</p>

<p>16. 1) $\sqrt{38} = 6,16$; $\frac{5}{3} = 1,667$. 2) $3,7542$; $\delta = 0,32\%$.</p> <p>3) а) $X = \frac{ab}{c^2}$, $a = 0,1756(\pm 0,0001)$, $b = 3,71(\pm 0,03)$, $c = 0,285(\pm 0,0002)$; б) $X = \frac{a+b}{\sqrt{(c-d)m}}$, $a = 12,751(\pm 0,001)$, $b = 3,7(\pm 0,02)$, $c = 23,76(\pm 0,003)$, $m = 1,7(\pm 0,01)$, $d = 8,12(\pm 0,004)$.</p> <p>4) $V = \frac{1}{6}\pi h(3a^2 + h^2)$, $a = 7,751$, $h = 3,35$.</p>
<p>17. 1) $\sqrt{14} = 5,48$; $\frac{49}{13} = 3,77$. 2) $83,736$; $\delta = 0,085\%$.</p> <p>3) а) $V = \frac{\pi^2}{4}Dd^2$, $\pi = 3,14$, $D = 72(\pm 0,3)$, $d = 3,274(\pm 0,002)$; б) $S = \frac{1}{64}\pi\sqrt{D^4 - d^4}$, $D = 41,4(\pm 0,2)$, $d = 31,75(\pm 0,003)$, $\pi = 3,14$.</p> <p>4) $a = c^2\left(1 + \frac{2\beta}{c} + \frac{\gamma^2}{c^2}\right)$, $c = 7,834$, $\beta = 0,21$, $\gamma = 3,71$.</p>
<p>18. 1) $\sqrt{7} = 2,64$; $\frac{13}{7} = 1,857$. 2) $2,8867$; $\delta = 0,43\%$.</p> <p>3) а) $Y = \frac{m^2n}{c^3}$, $m = 2,348(\pm 0,002)$, $n = 4,37(\pm 0,004)$, $c = 0,235(\pm 0,0003)$; б) $X = \frac{\sqrt{a-b} \cdot m}{c+d}$, $a = 8,357(\pm 0,003)$, $b = 2,48(\pm 0,004)$, $c = 1,315(\pm 0,0004)$, $m = 3,17(\pm 0,01)$, $d = 2,4(\pm 0,02)$.</p> <p>4) $V = \frac{1}{15}\pi h(2D^2 + Dd + 0,75d^2)$, $h = 84,2$, $D = 28,3$, $d = 42,08$.</p>
<p>19. 1) $\sqrt{12} = 3,46$; $\frac{19}{12} = 1,58$. 2) $0,096835$; $\delta = 0,32\%$.</p> <p>3) а) $X = \sqrt{\frac{cd}{b}}$, $c = 0,8345(\pm 0,0004)$, $d = 13,8(\pm 0,03)$, $b = 1,84(\pm 0,006)$; б) $X = \frac{\sqrt[3]{a-b}}{m(n-a)}$, $a = 9,37(\pm 0,004)$, $b = 3,108(\pm 0,0003)$, $m = 0,46(\pm 0,002)$, $n = 15,2(\pm 0,04)$.</p> <p>4) $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, где $p = \frac{a+b+c}{2}$, $a = 10,5$, $b = 34,18$, $c = 27,327$.</p>

<p>20. 1) $\sqrt{35} = 5,91; \frac{51}{11} = 4,64.$ 2) $0,66385; \delta = 0,34\%.$</p> <p>3) a) $f = \frac{Qe^3}{48E}, Q = 38,5(\pm 0,01), e = 3,35(\pm 0,02), E = 0,734(\pm 0,001);$</p> <p>б) $Q = \frac{(2n - l)^2 \cdot (x + y)}{x - y}, n = 1,1753(\pm 0,0002), x = 5,8(\pm 0,01),$ $y = 0,65(\pm 0,02).$</p> <p>4) $\gamma = \frac{\alpha b - \beta a}{b^2} - \frac{\beta(ab - \beta\alpha)}{b^2(b + \beta)}, a = 234,36, b = 81,26, \alpha = 7,31, \beta = 0,0761.$</p>
<p>21. 1) $\sqrt{22} = 4,69; \frac{18}{7} = 2,57.$ 2) $46,453; \delta = 0,15\%.$</p> <p>3) a) $X = \frac{ab}{\sqrt[3]{c}}, a = 7,27(\pm 0,01), b = 5,205(\pm 0,002), c = 87,32(\pm 0,03);$</p> <p>б) $X = \left(\frac{(a + b) \cdot c}{m - n} \right)^2, a = 2,13(\pm 0,01), b = 22,16(\pm 0,03), c = 6,3(\pm 0,04),$ $m = 16,825(\pm 0,004), n = 8,13(\pm 0,002).$</p> <p>4) $S = \frac{h^2}{18} : \frac{a^2 + 4ab + b^2}{(a + b)^2}, a = 5,813, b = 1,315, h = 2,56.$</p>
<p>22. 1) $\sqrt{17} = 4,12; \frac{17}{9} = 2,11.$ 2) $5,8425; \delta = 0,23\%.$</p> <p>3) a) $X = \frac{\sqrt{a} \cdot b}{c}, a = 186,7(\pm 0,04), b = 66,6(\pm 0,02), c = 72,3(\pm 0,03);$</p> <p>б) $X = \frac{(a + b) \cdot m^3}{c - d}, a = 11,8(\pm 0,02), b = 7,4(\pm 0,03), c = 26,7(\pm 0,03),$ $m = 5,82(\pm 0,005), d = 11,234(\pm 0,004).$</p> <p>4) $M = \frac{(a + b)h^3}{4} + \frac{(a + b)h}{12}, a = 9,05, b = 3,244, h = 20,18.$</p>
<p>23. 1) $\sqrt{11} = 3,32; \frac{16}{7} = 2,28.$ 2) $24,3872; \delta = 0,34\%.$</p> <p>3) a) $X = \frac{\sqrt{ab}}{c}, a = 7,312(\pm 0,004), b = 18,4(\pm 0,03), c = 20,2(\pm 0,08);$</p> <p>б) $X = \frac{(a + b) \cdot m}{(c - d)^2}, a = 4,523(\pm 0,003), b = 10,8(\pm 0,02), c = 9,318(\pm 0,002),$ $m = 0,85(\pm 0,003), d = 4,17(\pm 0,004).$</p> <p>4) $N = \frac{(a + b)^2}{2h} + \frac{(a^2 + b^2)h}{5}, a = 0,445, b = 0,4834, h = 0,87.$</p>

<p>24. 1) $\sqrt{63} = 7,94$; $\frac{21}{13} = 1,54$. 2) $45,7832$; $\delta = 0,18\%$.</p> <p>3) а) $X = \frac{a^2 b}{c}$, $a = 0,327(\pm 0,005)$, $b = 3,147(\pm 0,0001)$, $c = 1,78(\pm 0,001)$; б) $X = \frac{(a+b) \cdot m}{\sqrt{c-d}}$, $a = 32,37(\pm 0,03)$, $b = 2,35(\pm 0,001)$, $c = 128,7(\pm 0,02)$, $m = 0,93(\pm 0,001)$, $d = 27,3(\pm 0,04)$.</p> <p>4) $V = \frac{h}{3} \cdot S \cdot \left(1 + \frac{a}{A} + \frac{a^2}{A^2} \right)$, $a = 7,28$, $A = 11,71$, $S = 21,8$, $h = 5,31$.</p>	<p>25. 1) $\sqrt{47} = 6,86$; $\frac{12}{7} = 1,71$. 2) $72,354$; $\delta = 0,24\%$.</p> <p>3) а) $X = \frac{ab^3}{c}$, $a = 0,258(\pm 0,0002)$, $b = 3,45(\pm 0,001)$, $c = 7,221(\pm 0,003)$; б) $X = \frac{(a-b) \cdot c}{\sqrt{m+n}}$, $a = 12,31(\pm 0,004)$, $b = 1,73(\pm 0,03)$, $c = 3,7(\pm 0,02)$, $m = 17,428(\pm 0,003)$, $n = 41,7(\pm 0,01)$.</p> <p>4) $S = \frac{h^2}{18} : \frac{a^2 + 4ab + b^2}{(a+b)^2}$, $a = 27,51$, $b = 21,78$, $h = 32,5$.</p>
<p>26. 1) $\sqrt{41} = 6,40$; $\frac{6}{7} = 0,857$. 2) $46,7841$; $\delta = 0,32\%$.</p> <p>3) а) $X = \frac{ab}{c^2}$, $a = 0,2731(\pm 0,0003)$, $b = 5,12(\pm 0,02)$, $c = 0,374(\pm 0,0001)$; б) $X = \frac{a+b}{\sqrt{(c-d)m}}$, $a = 31,456(\pm 0,002)$, $b = 7,3(\pm 0,01)$, $c = 33,28(\pm 0,003)$, $m = 5,8(\pm 0,02)$, $d = 6,71(\pm 0,001)$.</p> <p>4) $V = \frac{1}{6} \pi h (3a^2 + h^2)$, $a = 5,441$, $h = 6,17$.</p>	<p>27. 1) $\sqrt{87} = 9,33$; $\frac{23}{9} = 2,56$. 2) $23,7564$; $\delta = 0,44\%$.</p> <p>3) а) $V = \frac{\pi^2}{4} D d^2$, $\pi = 3,14$, $D = 31(\pm 0,01)$, $d = 7,345(\pm 0,001)$; б) $S = \frac{1}{64} \pi \sqrt{D^4 - d^4}$, $D = 52,6(\pm 0,01)$, $d = 48,39(\pm 0,001)$, $\pi = 3,14$.</p> <p>4) $a = c^2 \left(1 + \frac{2\beta}{c} + \frac{\gamma^2}{c^2} \right)$, $c = 4,539$, $\beta = 0,34$, $\gamma = 5,93$.</p>