

Министерство образования Республики Беларусь
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Кафедра физики

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2м.4

**ИЗМЕРЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ
МАХОВОГО КОЛЕСА
И СИЛЫ ТРЕНИЯ В ОПОРЕ**

МЕТОДИЧЕСКОЕ УКАЗАНИЕ

Минск 2022

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2м.4

ИЗМЕРЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ МАХОВОГО КОЛЕСА И СИЛЫ ТРЕНИЯ В ОПОРЕ

Цель работы:

1. Определить момент инерции махового колеса относительно оси вращения.
2. Определить силу трения в опорных стойках оси.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ РАБОТЫ

Моментом инерции твердого тела относительно некоторой оси oo' (рис.1) называют величину

$$I = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \Delta m_i R_i^2, \quad (1)$$

где Δm_i - масса i - й материальной точки, на которые мысленно разбито тело ($1 \leq i \leq n$), R_i - ее расстояние до выбранной оси. Если масса Δm_i сосредоточена в элементарном объеме ΔV_i , а плотность вещества в окрестности рассматриваемой точки тела ρ_i , то $\Delta m_i = \rho_i \Delta V_i$ и вместо (1) можно записать

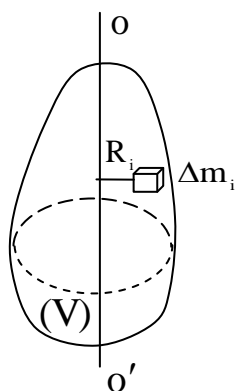


Рис. 1

$$I = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \rho_i R_i^2 \Delta V_i \equiv \int_{(V)} \rho R^2 dV. \quad (2)$$

Предлагаемый метод экспериментального определения момента инерции твердого тела основан на законе изменения механической энергии системы $E_{кин} + U_{вз}$ в процессе изучаемого движения:

$$\Delta(E_{кин} + U_{вз}) = A_{внеш} + A_{внутр}^{нкс}, \quad (3)$$

где $E_{кин}$ - кинетическая энергия системы, $U_{вз}$ - ее собственная потенциальная энергия взаимодействия частиц системы друг с другом, $A_{внеш}$ - суммарная работа всех внешних сил, действующих на систему, $A_{внутр}^{нкс}$ - суммарная работа всех внутренних неконсервативных сил.

Если среди внешних сил имеются как консервативные, так и неконсервативные, то суммарная работа консервативных сил, если она не равна тождественно нулю, может быть представлена как убыль некоторой функции координат материальных точек системы $U = U(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n)$, называемой потенциальной энергией системы во внешнем силовом поле. Например, система n материальных точек, находящихся вне однородного шара массой M , обладает в его гравитационном поле потенциальной энергией вида

$$U = U(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n) = -GM \sum_{i=1}^n \frac{m_i}{|\vec{r}_i|} + C, \quad (4)$$

где m_i и \vec{r}_i – соответственно масса i – й материальной точки и ее радиус – вектор, проведенный из центра шара, C – произвольная постоянная. С помощью выражения (4) легко показать, что в пределах небольших высот потенциальная энергия тела массой m поверхности Земли равна

$$U(h) = mgh, \quad (5)$$

где g – ускорение свободного падения у поверхности Земли, h – высота центра инерции тела над произвольно выбранным у поверхности Земли нулевым уровнем потенциальной энергии (это достигается фиксацией в (4) численного значения константы C).

Представляя теперь $A_{\text{внеш}}$ в виде

$$A_{\text{внеш}} = -\Delta U + A_{\text{внутр}}^{\text{нкс}}, \quad (6)$$

где $-\Delta U$ – убыль потенциальной энергии системы во внешнем поле, $A_{\text{внутр}}^{\text{нкс}}$ – суммарная работа внешних неконсервативных сил, вместо (3) получаем

$$\Delta(E_{\text{кин}} + U_{\text{вз}} + U) = A_{\text{внеш}}^{\text{нкс}} + A_{\text{внутр}}^{\text{нкс}}, \quad (7)$$

величину

$$E = E_{\text{кин}} + U_{\text{вз}} + U \quad (8)$$

называют полной механической энергией системы во внешнем поле.

Предлагаемый в данной работе метод определения момента инерции махового колеса основан на использовании закона изменения полной механической энергии системы в поле силы тяжести. В рассматриваемом случае на систему груз + маховик действуют внешние консервативные силы тяжести и реакции опоры, а также неконсервативные силы сопротивления воздуха и трения в опорных стойках махового колеса. Пренебрегая работой силы сопротивления воздуха и работой внутренних неконсервативных сил, пользуясь уравнением (7), запишем:

$$\Delta E = A_{\text{тр}}, \quad (9)$$

где $A_{\text{тр}}$ – работа силы трения в опоре.

Пусть в начальный момент времени $t_0 = 0$ подвешенный груз массой m (рис. 2) Находится на высоте h (от наиболее низкого положения, до которого может опуститься груз. Тогда, учитывая возможность произвольного выбора нулевого уровня потенциальной энергии, начальная энергия рассматриваемой системы, в пренебрежении массой нити, будет равна

$$E_0 = mgh_i + \Pi, \quad (10)$$

где Π – сумма потенциальной энергии махового колеса со шкивом в поле силы тяжести и собственной потенциальной энергии системы. Считая, что изменение последней в процессе движения пренебрежимо мало, в нижней точке для полной энергии получаем

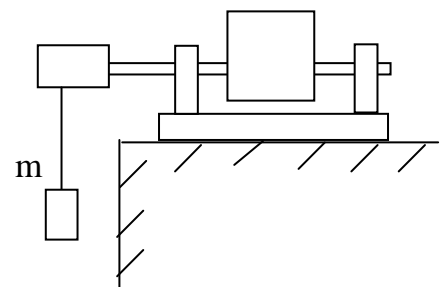


Рис.2

$$E = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} + \Pi, \quad (11)$$

где v – скорость подвешенного тела в нижней точке, ω – угловая скорость вращения шкива в соответствующий момент времени, I – момент инерции махового колеса относительно оси вращения. Тогда, согласно (9), для $\Delta E = E - E_0$ получим

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} - mgh_i = -fh, \quad (12)$$

где f – сила трения в опоре (предполагается, что в процессе движения $f = \text{const}$).

Силу трения можно вычислить, снова используя уравнение (9). Вращаясь по инерции, маховое колесо поднимает груз на высоту $h_2 < h_1$. При этом согласно (9),

$$mgh_2 - \left(\frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} \right) = -fh_2, \quad (13)$$

Складывая (12) и (13), получаем

$$mgh_2 - mgh_1 = -f(h_1 + h_2), \quad (14)$$

откуда

$$f = mg \frac{h_1 - h_2}{h_1 + h_2}. \quad (15)$$

Так как, по предположению, движение груза равноускоренное, то в нижней точке

$$v = \frac{2h_1}{t}, \quad (16)$$

где t – время опускания груза. Поскольку нить сматывается со шкива без проскальзывания, то для угловой скорости в момент t имеем

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{2h_1}{rt}, \quad (17)$$

где r – радиус шкива.

Подставляя (15) – (17) в уравнение (12), и учитывая, что $r = \frac{d}{2}$, где d – диаметр шкива, после преобразований получаем искомую формулу для момента инерции:

$$I = \frac{md^2}{4} \left[\frac{gt^2 h_2}{h_1(h_1 + h_2)} - 1 \right]. \quad (18)$$

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Определить при помощи технических весов массу подвешиваемого груза m .
2. Измерить штангенциркулем диаметр шкива d .
3. Намотать на шкив нить с прикрепленным к свободному концу грузом. Установить груз на высоте h_1 . Высоту h_1 отсчитать от наиболее низкого положения, на которое может опускаться груз.

4. По секундомеру определить время движения груза от верхней точки до нижнего положения.
5. Определить высоту h_2 , на которую поднимется груз за счет инерции маховика.
6. По формулам (15) и (18) рассчитать силу трения в опоре и момент инерции махового колеса.
7. Провести измерения для трех различных подвешенных грузов.
8. Вычислить погрешности измерений величин f и I .

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие физические понятия используются в данной работе? Дайте их определение.
2. Сформулируйте закон изменения полной механической энергии системы во внешнем поле.
3. Какие силы называются консервативными? Эквивалентны ли понятия консервативных и потенциальных сил?
4. Запишите кинематические законы равноускоренного движения материальной точки по прямой и окружности, а также формулу, связывающую линейную и угловую скорости частицы при ее движении по окружности.
5. Получить, пользуясь выражением (4), формулу (5), приняв за нулевой уровень потенциальной энергии поверхность Земли.
6. Обосновать вывод формулы для f и I . Сформулировать все необходимые для этого предположения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.1. – М.: Наука, 1989, §§ 19-22,38,39,41,45,46.
2. Детлаф, А. А. Курс физики: учеб. пособие для втузов / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – 7-е изд., стер. – М. : Академия, 2008. – 718 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

При обработке результатов измерений учитываются только систематические погрешности.

1. По данным таблицы измерений и расчета вычислить средние значения прямых измерений (результат которых непосредственно считывается со шкалы прибора) физических величин.
2. Полученные в п. 1 средние значения физических величин округлить так, чтобы в записи числа было столько же разрядов, сколько их есть в записи соответствующих абсолютных погрешностей, и результаты внести в таблицу.

ВНИМАНИЕ! Последняя цифра записи среднего значения физической величины должна соответствовать тому же разряду, что и последняя цифра в записи ее результата измерения и абсолютной погрешности этой величины.

3. В расчетную формулу подставить таблицу средние значения прямых измерений величин из таблицы и вычислить среднее значение косвенного измерения (результат которого вычисляется по расчетной формуле, связывающей результаты только прямых измерений).

4. В формулу для вычисления относительной погрешности $\varepsilon_{\text{в}}$ результаты измерений подставить из таблицы средние значения величин, абсолютные погрешности и вычислить значение относительной погрешности $\varepsilon_{\text{в}}$.