**28. Признаки возрастания и убывания функции. Необходимое и достаточное условия существования экстремума.**

Пусть на отрезке [a,b] определена непрерывная функция , имеющая в интервале (a,b) конечную производную. Тогда:

1) Для того, чтобы функция была неубывающей (невозрастающей) на (a,b) необходимо и достаточно, чтобы  () ∀x∈(a,b).

2) Для того, чтобы функция была возрастающей (убывающей) на (a,b) необходимо и достаточно, чтобы  () ∀x∈(a,b).

*Необходимое условие существования экстремума:*

Если точка  является точкой экстремума функции , то либо , либо  не существует, либо

*Достаточное условие существования экстремума:*

1. (по первой производной)

Пусть функция  дифференцируема в некоторой окрестности точки , кроме, быть может, самой точки , в которой  непрерывна. Тогда в точке – строгий максимум, если при переходе через эту точку слева направо производная  меняет знак с плюса на минус. Если же при таком переходе производная  меняет знак с минуса на плюс, то в точке – строгий минимум.

1. (по второй производной)
2. Пусть функция  дважды непрерывно дифференцируема в некоторой окрестности точки и  (то есть – стационарная точка). Тогда если
3. , то – точка строгого локального минимума;
4. , то – точка строгого локального максимума;
5. , то для определения является ли точка точкой экстремума требуется дополнительное исследование.
6. (по производной высших порядков)

Пусть функция в точке  имеет производные до порядка n(n∈N) включительно и пусть в этой точке выполнены условия

Тогда, если n – четное число, то при  точка – точка строгого максимума, а при  точка  является точкой строгого локального минимума.

Если же n – нечетное число, то не является точкой экстремума.