计算机视觉第二次实验 实验报告

人工智能 92 陈睿阳 2173214280

一、 图像的参数化几何变换原理

a) 图像的几何变换，从某种意义上来讲是将原图中的一个点映射到新的图像中的一个点，即确立一个函数关系：$f(x, y) \to (x', y')$. 对于计算机而言，要处理给定的几种变换，就是要做线性变换（这个很容易理解，因为 x’和 y’均可以写成 x 与 y 的线性组合），自然而然就想到了矩阵.

i. 下面简单推导一下：

假设 x', y'与 x, y 存在以下关系

$$\begin{cases} x' = ax + by + c \\ y' = dx + ey + f \end{cases}$$

其中$a \sim e$可能是输入参量的非线性函数

但它们不影响x, y与x', y'的线性性质

则可将矩阵写成：

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

这是一个很重要的性质，因为我们会发现

对于不同的几何变换，我们只需要更改右一矩阵的参数即可.

ii. 下面不加证明地给出从平移变换到仿射变换这五种变换的变换矩阵（其实就是把方程组写成矩阵的形式）:

1. 平移变换

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \delta x \\ 0 & 1 & \delta y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

2. 旋转变换

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos\beta & sin\beta & 0 \\ -sin\beta & cos\beta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

3. 欧式变换（平移加旋转）

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos\beta & sin\beta & \delta x \\ -sin\beta & cos\beta & \delta y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

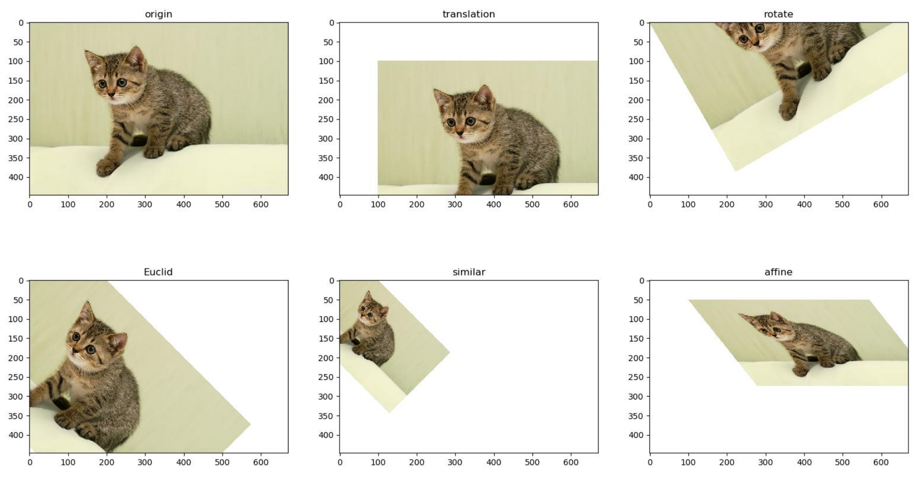
4. 相似变换

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ 0 & \beta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

5. 仿射变换

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

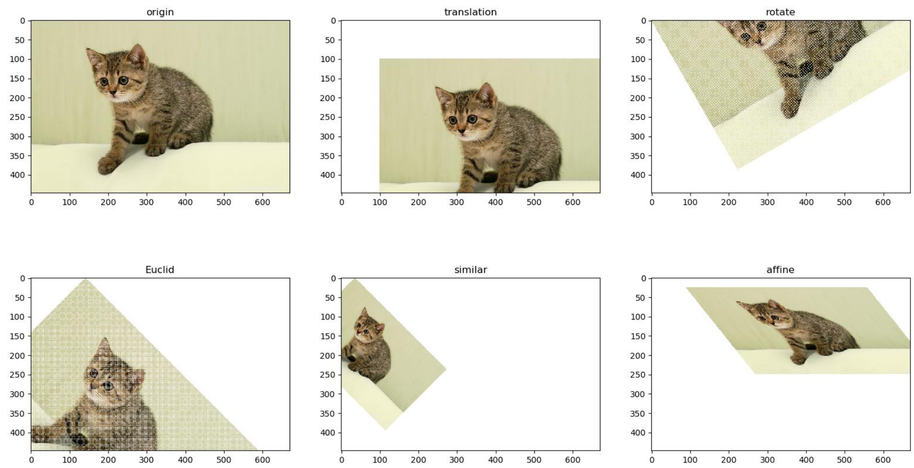
iii. 下面给出几何变换的结果图



1. 上图从左到右、从上到小是对如左上所示的小猫，依次进

行平移、旋转、欧式变换、相似变换以及仿射变换的结果，具体参数详见附录的 geo_inverse.py 文件.

b) 图像的前向变换以及逆向变换的从本质上来讲，是映射与反映射的关系. 前向变换是将原图中的一个点映射到新的图像中的一个点，而逆向变换是寻找新的图像某一点是由原图中哪一点映射而来的. 听起来可能觉得它们差不多，但是它们却有本质的区别，下面用一个例子说明：



i. 上图是将前述几何变换采用前向变换的结果，内插方法为最近邻插值. 显而易见的是在旋转以及欧式变换的结果中，均出现了白色的花纹. 白色花纹代表在其中的点没有找到原图中对应的点. 那为什么在后向变换中没有这个问题，前向变换中就出现了呢？其实很简单，举个例子就很容易解释清楚了：

1. 假设原图中存在两点$(2,3),(4,5)$，这两点经过旋转变换映射到目标图像的$(2.3,3.1),(1.7,2.6)$两点，由最近邻可知，这两点实际上会映射到目标图像的$(2,3)$处. 但注意旋转变换是不改变点的密度的，所以如果原图中的多个点映射到新的图像中的同一个点，那必然会导致像素点密度减少，也就是信息的丢失，白色花纹便代表着这种信息丢失（像素点的值没有被更新，还是 255）.

2. 后向变换为什么不会出现这种情况呢？因为后向变换是给定目标图像中的某点，找在原图中的最近邻，不管怎么样目标图像中的点都会被遍历到，不会出现前向变换中只遍历部分点的情况.

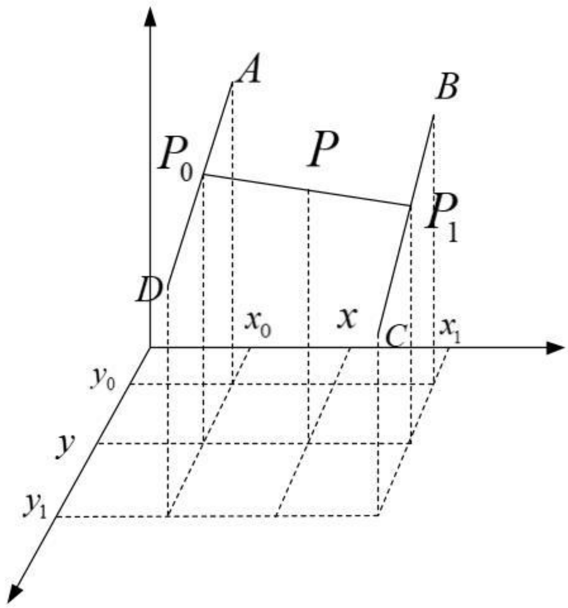
ii. 用数学的思想来看可以参考单射、满射等概念. 在这个例子中前向映射是满射，但不是单射；后向映射是满射也是单射，故是双射，双射保证了图像信息的完整性.

c) 图像的下抽样原理与内插方法原理

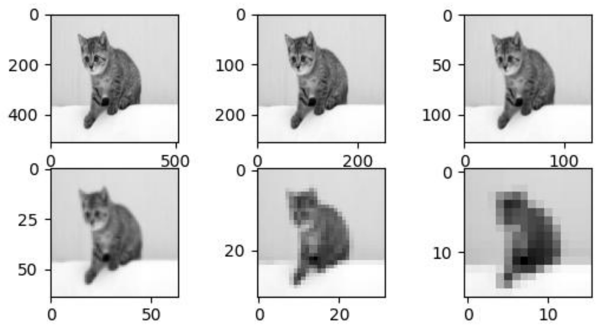
i. 图像的下抽样原理简单来说就是滤波加抽样，对一幅图像首先要进行高斯滤波使其平滑，平滑过后采取去偶数行、列的策略进行下取样，这样可以保证取样的结果与真实缩放的结果更加相似.

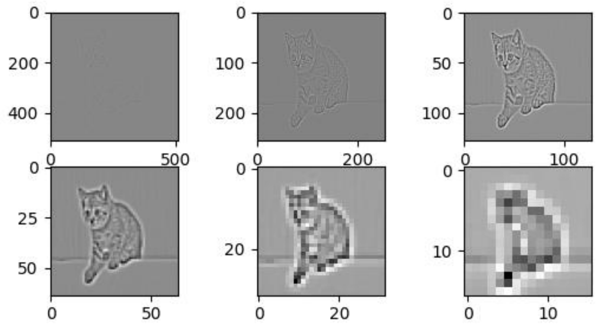
ii. 内插方法是对于非整数坐标像素点的处理，最近邻内插是选取距离坐标点最近的整数点，而双线性插值是根据两个维度的线

性函数决定取值，其原理图如下所示：



iii. 高斯金字塔与拉普拉斯金字塔的图片如下所示：





二、 特征检测

a) 高斯一阶微分

i. 如果要提取图像的边缘，一个最直观的想法是要提取图像颜色变化较大的区域，因为边缘往往对应着颜色的分界面，分界面两侧的像素差值可以用梯度来体现.

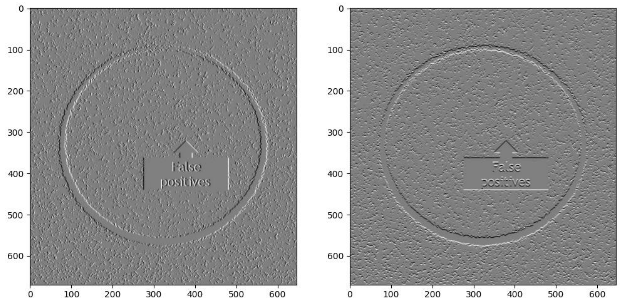
ii. 图像的高斯一阶微分即图像每一个像素的梯度以及幅角，梯度和幅角的又由在 x 方向以及 y 方向的偏导数决定，其关系如下：

$$\mathrm{magnitude} = \sqrt{g_x^2 + g_y^2}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{g_y}{g_x}\right)$$

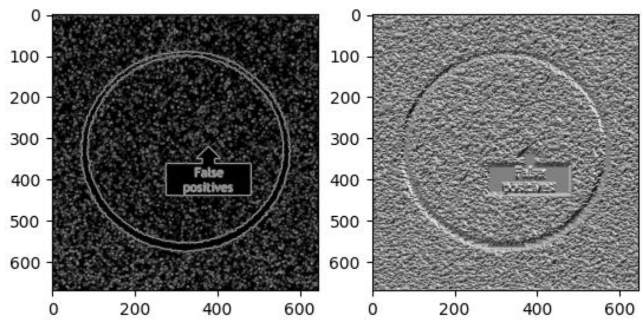
x 方向与 y 方向偏导数的求法不唯一，这里采用 Sobel 算子求取，即对原图分别用 x 方向与 y 方向的 Sobel 算子进行卷积.

iii. x 方向与 y 方向的偏导的结果分别如下所示：

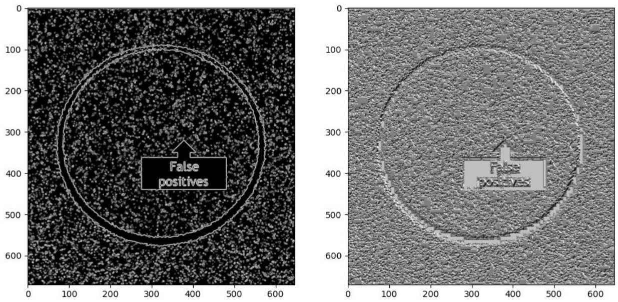


易见 x 方向的偏导更关注从左到右的变化，而 y 方向的偏导更关注从上到下的变化

iv. 梯度图如下所示：



v. 若要考虑不同方差对梯度图的影响，可以采用不同的高斯核对图像进行滤波，下图是将上图高斯核的 sigma 从 1 改到 0.01 的结果：



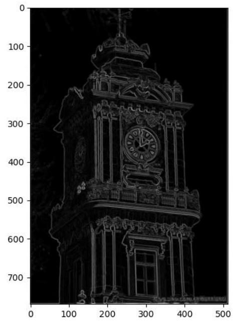
对比可以发现，高斯核方差对图像梯度的影响主要体现在梯度的精度，较大方差的高斯核会使图像更加模糊，梯度的区分度也就越小.

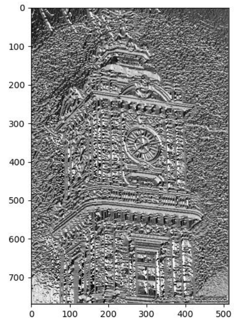
b) Canny 边缘检测

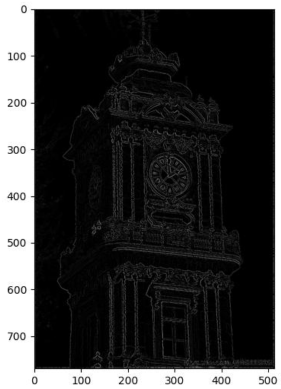
i. Canny 边缘检测的过程如下：

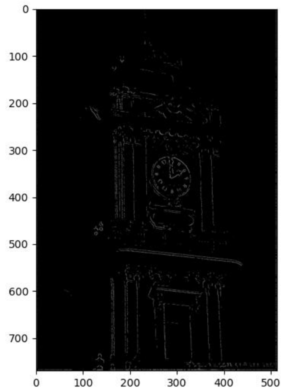
1. 对图像进行高斯滤波，使其平滑；
2. 求得图像的梯度，包括幅值以及幅角；
3. 对求得的梯度进行非极大抑制，这一步的目的是为了突出边缘；
4. 采用边缘链接，利用阈值进行筛选.

ii. 边缘检测的结果如下所示，图像依次为梯度图，非极大抑制的结果以及边缘链接的结果：









iii. 显然经过若干步骤后可以得到相当准确的边缘，对物体的描摹更加精确.

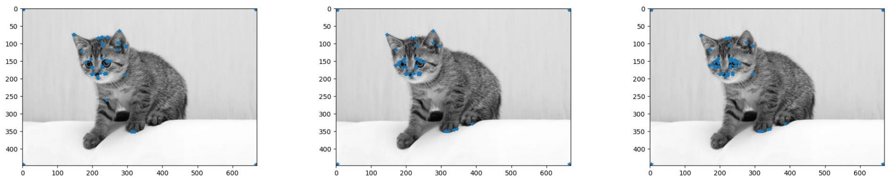
c) Harris 角点检测原理：如果存在任意方向上，都有着较大灰度变化，那么我们可以认为该窗口中存在角点。

i. 角点检测过程如下：

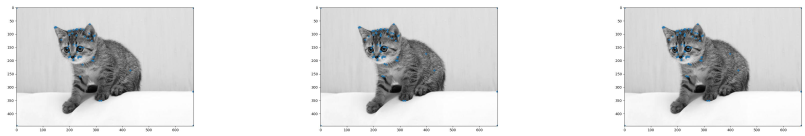
1. 计算原图像的 x，y 两个方向上的梯度；
2. 将 x*x，y*y，x*y 方向上的梯度做出乘积；
3. 对 2 中三个梯度值进行高斯加权，计算窗口对应的矩阵 M；
4. 计算(x,y)位置上的 Harris 响应值 R；

5. 进行非极大值抑制。

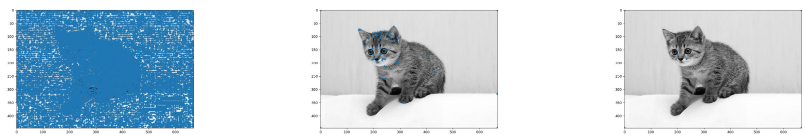
ii. 实验结果如下：



上图从左到右依次为均匀分布的窗口大小从 5*5 到 7*7 再到 9*9 的结果. 当窗口增大时，检测到的特征点就会增加.



上图从左到右依次为高斯窗口（sigma=1）大小从 5*5 到 7*7 再到 9*9 的结果，除了窗口增大检测到的特征点增加之外，sigma=1 的高斯窗口相比均匀分布的窗口能检测到更多的特征点.



上图依次为高斯窗口（size=7*7）sigma 从到 0.5 到 1 再到 2 的结果，sigma 越大，意味着更平滑的滤波效果，相比而言检测到的特征点就会越少.

注：打印图片不清晰，清晰的图片见电子版

iii. 结论：当角点检测中窗口越大时，就有更多的角点被检测出来，但是当窗口过大时，窗口内所包含的内容太多了，无法识别其

中的角点；当窗口变小时，图像中也会有一些角点没有被检测出来，因此只有当窗口选择和图像尺度比较匹配时，角点检测效果较为明显。

iv. 角点检测的不变形：具有旋转不变性，因为椭圆转过一定角度后的形状不变，即特征值不变，因此不同角度照片的角点检测出来的角点数量是相近的，提取的还是相同事物的边缘特征。

v. 角点检测的等变性：由于角点检测精度为像素级的，当图像尺度不发生改变时，角点检测出的角点数量是不变的，但是当进行图像缩放后，检测出的角点数量会随尺度变化和图像内容变化而发生改变。

vi. 角点检测的定位精度：由于角点位于两个边缘的交点处，可以做到精确定位（像素级），甚至能够达到亚像素的精度。