

基于移动渐进算法 (MMA) 的箱形梁结构拓扑优化设计研究

秦东晨 朱强 杨梦琳

(郑州大学机械工程学院, 河南郑州, 450001)

摘要: 起重机械的主要性能很大程度上取决于其箱形梁结构。在对箱形梁进行全面的受力分析的基础上, 建立了桥式起重机箱形梁结构的拓扑优化数学模型, 并采用有限元软件 Patran/Nastran 和 MMA 算法程序对其进行了结构优化设计。最终, 得到了满意的结果。

关键词: 箱形梁, 拓扑优化设计, 有限元, Patran/Nastran, MMA

引言

箱形梁是机械当中的一种重要结构件, 其性能对于机器的整机特性有着重要的影响。起重机是机械工业和冶金工业等领域广泛应用的机械, 在国民生产中占有重要的位置。作为起重机的关键组成部分, 箱形梁的重量占整个起重机的60%左右^[1], 在保证起重机整机性能的基础上, 如何最大程度地减轻箱形梁的重量是起重机主要的优化设计目标。本文建立了桥式起重机箱形梁的优化设计数学模型^[2], 并采用移动近似算法 (MMA)^[3]对起重机的箱形梁参数进行优化设计, 达到了提高整机性能, 减少了能源及物料消耗的目的。

1 移动渐进算法 (MMA) 的基本思想

在有限元软件 Patran/Nastran 中, 结构优化的方法多采用 Homogenization 方法^[4-6], 优化的对象是梁的板厚, 高度和宽度, 这种算法对梁中间的加强筋板的位置和数量没有作多大的改变, 虽然对于整个箱形梁结构来说, 加强筋板的重量所占比例不大, 但还是有优化的必要的。本文所用到的改进的 MMA(Method of Moving Asymptotes) 算法程序就是针对主梁内部的加强筋板来做优化的^[7-8], 它可以使筋板的分布更加合理。其方法和思想是: 对结构响应函数在当前设计点处进行一阶倒变量泰勒展开, 进行凸线性显式化近似, 用一系列凸显式化子问题来近似原问题, 然后用对偶方法或初始对偶内点算法求解凸线性显式化子问题, 用移动近似子问题的解来不断逼近原问题的解。

一般非线性优化问题可表示为:

$$\text{Find: } \mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T \in \mathbb{R}^n,$$

$$\mathbf{y} = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}^T \in \mathbb{R}^n, z \in \mathbb{R}$$

$$\text{Minimize: } f_0(\mathbf{x}) + a_0 z + \sum_{i=1}^m (c_i y_i + \frac{1}{2} d_i y_i^2)$$

1) 河南省基础研究计划项目 (082300410170) 资助;

2) E-mail: dcqin@zzu.edu.cn

$$\begin{aligned}
 \text{Subject to: } & f_i(\mathbf{x}) - a_i z - y_i \leq 0, \quad i=1, \dots, m \\
 & x_j^{\min} \leq x_j \leq x_j^{\max}, \quad j=1, \dots, n \\
 & y_i \geq 0, \quad z \geq 0, \quad i=1, \dots, m
 \end{aligned} \tag{1}$$

其中: x 为设计变量, y 、 z 为附加设计变量。 f_0, f_1, \dots, f_m 为连续可微函数, x_j^{\min} , x_j^{\max} 为实数, 且有 $x_j^{\min} \leq x_j^{\max}$, a_0 , a_i 为实数, $a_0 > 0$, $a_i \geq 0$, c_i, d_i 为实数, $c_i \geq 0, d_i \geq 0$, $c_i + d_i \geq 0$, m 为设计约束数目, n 为设计变量数目。

移动渐进算法的数学存在性基础是: 由目标函数和约束条件组成的拉格朗日函数出发, 依据 KKT (Karush-Kuhn-Tucker) 条件得到优化问题解的存在性。

MMA 算法的表达式为:

$$\begin{aligned}
 \text{Find: } & \mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T \in \mathbb{R}^n, \\
 & \mathbf{y} = \{y_1, y_2, \dots, y_m\}^T \in \mathbb{R}^m, z \in \mathbb{R} \\
 \text{Minimize: } & \tilde{f}_0^{(k)}(\mathbf{x}) + a_0 z + \sum_{i=1}^m (c_i y_i + \frac{1}{2} d_i y_i^2) \\
 \text{Subject to: } & \tilde{f}_i^{(k)}(\mathbf{x}) - a_i z - y_i \leq 0, \quad i=1, \dots, m \\
 & \alpha_j^{(k)} \leq x_j \leq \beta_j^{(k)}, \quad j=1, \dots, n \\
 & y_i \geq 0, \quad z \geq 0, \quad i=1, \dots, m
 \end{aligned} \tag{2}$$

$$\text{其中: } \tilde{f}_i^{(k)}(\mathbf{x}) = f_i(\mathbf{x}^{(k)}) + \sum_{j=1}^n \left(\frac{p_{ij}^{(k)}}{\mu_j^{(k)} - x_j} + \frac{q_{ij}^{(k)}}{x_j - l_j^{(k)}} \right) -$$

$$\sum_{j=1}^n \left(\frac{p_{ij}^{(k)}}{\mu_j^{(k)} - x_j^{(k)}} + \frac{q_{ij}^{(k)}}{x_j^{(k)} - l_j^{(k)}} \right), \quad i=0, 1, \dots, m$$

$$p_{ij}^{(k)} = (\mu_j^{(k)} - x_j^{(k)})^2 \left(\left(\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(\mathbf{x}^{(k)}) \right)^+ + k_{ij}^{(k)} \right)$$

$$q_{ij}^{(k)} = (x_j^{(k)} - l_j^{(k)})^2 \left(\left(\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(\mathbf{x}^{(k)}) \right)^- + k_{ij}^{(k)} \right)$$

$$\alpha_{ij}^{(k)} = \max\{x_j^{\min}, 0.9l_j^{(k)} + 0.1x_j^{(k)}\}$$

$$\beta_{ij}^{(k)} = \min\{x_j^{\max}, 0.9\mu_j^{(k)} + 0.1x_j^{(k)}\}$$

$$\left(\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(x^{(k)})\right)^+ = \begin{cases} 0, & \frac{\partial f_i}{\partial x_j}(x^{(k)}) \\ \frac{\partial f_i}{\partial x_j}(x^{(k)}) \end{cases}$$

$$\left(\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(x^{(k)})\right)^- = \begin{cases} 0, & -\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(x^{(k)}) \\ -\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(x^{(k)}) \end{cases}$$

MMA算法的计算步骤可归纳为:

- (1) 选择初始计算点 $(x^{(1)}, y^{(1)}, z^{(1)})$;
- (2) 计算该迭代点处的目标函数和约束函数各自的函数值 $f_i(x^{(k)})$ 和梯度值 $\nabla f_i(x^{(k)})$, $i=1, \dots, m$;
- (3) 构造移动近似子问题 (2) 来逐步逼近原问题 (1), 并随着迭代步的变化而更新设计变量的上下界 $\mu_j^{(k)}$ 和 $l_j^{(k)}$;
- (4) 用初始对偶算法求解子问题 (2), 得到问题 (1) 的近似解。

2 桥式起重机箱形主梁结构及载荷情况

图1为主梁跨中箱形截面的尺寸及特性, 图2为桥式起重机主梁结构及主要载荷。

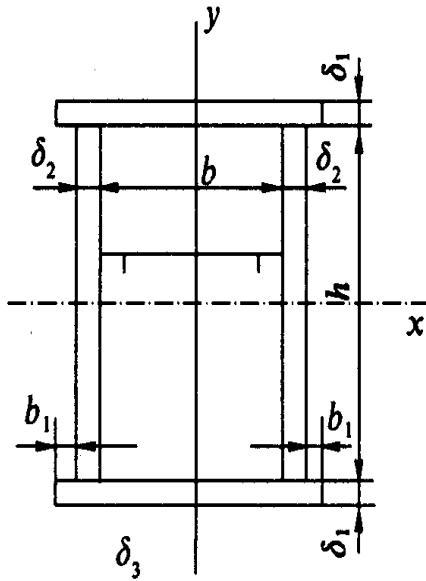


图1 主梁跨中箱形截面的尺寸

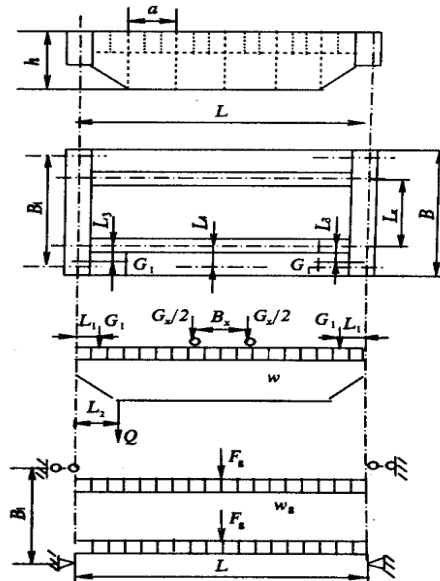


图2 桥式起重机主梁结构及主要载荷

图1和图2中, L 为起重机跨度, h 为主梁高度, a 为大加强筋板的间距, Bx 为小车轮距, b 为左右腹板内间距, b_1 为盖板伸在外面的宽度, δ_1 和 δ_{11} 为上下盖板的厚度, δ_2 为腹板的厚度, δ_3 和 δ_{31} 为大小加强筋板的厚度。

3 数学模型的建立

3.1 设计变量和目标函数的选取

箱形梁结构的优化设计选取重量为设计目标, 跨度 L 、主梁高度 h 、左右腹板内间距 b , 盖板

伸在外面的宽度 b_1 已知, 分别选取上下盖板的厚度 δ_1 和 δ_{11} , 腹板的厚度 δ_2 , 大小加强筋板的厚度 δ_3 和 b_{31} 为设计变量, 用向量表示为:

$$X = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5]^T = [\delta_1, \delta_{11}, \delta_2, \delta_3, \delta_{31}]^T$$

以主梁重量为目标可以建立目标函数为:

$$\begin{aligned} F(X) &= L\rho(\delta_1 + \delta_{11})(b + 2\delta_2 + 2b_1) + 2h\delta_2 + bh\delta_3/a + Lw_2 \\ &= L\rho(b + 2x_3)(x_1 + x_2) + 2b_1x_1 + 2hx_3 + bhx_4/a + Lw_2 \end{aligned}$$

式中: ρ ——材料比重; w_2 ——主梁附加组成构件的均布质量; α ——大隔板的距离,

它与腹板高度的比值根据腹板局部稳定性要求确定, 一般取为 $\alpha/h = 1 \sim 2$. 于小加强筋板面积比较小, 因此忽略不计。

3.2 约束条件的确定

为了保证起重机的正常运转和工作, 主梁应满足强度、刚度、稳定性的要求, 可得如下几种约束条件。

(1) 正应力约束条件

$$\sigma = \frac{M_{\max}^V}{W_x} + \frac{M_{\max}^H}{W_y} \leq [\sigma_p]$$

其中, M_{\max}^V ——运行起动、制动时, 由水平惯性力在主梁中引起的最大水平弯矩,

M_{\max}^H ——固定载荷和移动载荷在主梁中所引起的最大铅垂弯矩,

W_x , W_y ——分别为主梁截面沿 x 轴和 y 轴的截面模量。

(2) 动载荷位于跨度中央时腹板的强度计算

$$\tau = \frac{Q_{\max} \cdot S^*}{2I_x \cdot t_6} + \frac{T_{\max}}{2S \cdot t_3} \leq [\tau]_v$$

$$\sigma_{\text{合}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma_p]$$

(3) 竖直静刚度约束条件

$$f = \frac{(Gx + Q)L^3}{96EI_x} \leq [f]_v$$

(4) 板的高厚比值约束条件

$$\frac{h}{\delta_2} \leq m_1$$

式中 m_1 根据起重机设计手册选取, 不同型号的起重机 m_1 取值不同。

其它约束忽略不计。

4 优化结果与分析

运用有限元软件 Patran/Nastran 对 30/5t 和 180/30t 的起重机箱形主梁进行优化计算，得到的结果如下表 1 所示。

表 1 起重机箱形主梁第一次优化结果比较

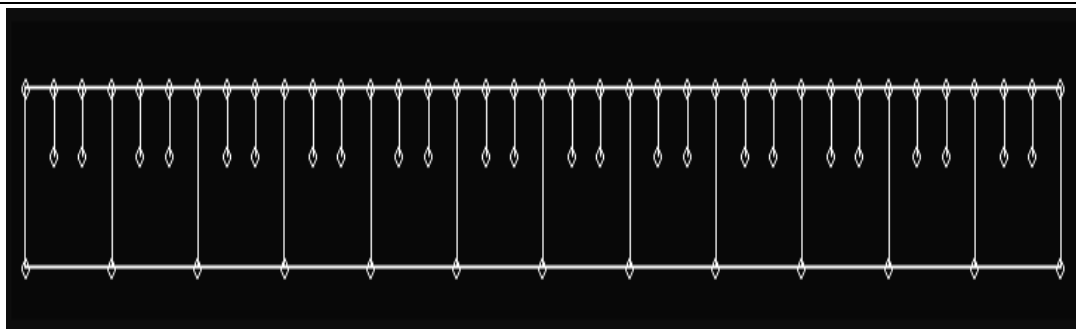
设计参数 \ 跨度	19.5(30t)		25.5(180t)	
	原值	优化值	原值	优化值
$\delta 1$	16	16.4	20	16
$\delta 11$	16	5.2	20	10
$\delta 2$	10	8	16	12
$\delta 3$	10	4	16	6
$\delta 31$	10	4	16	4
F(X)	6956.43	4848.14	39506.7	24362.2
减轻值百分比	30.31%		38.33%	

在以往的起重机箱形梁的结构优化中，优化的对象往往是梁的板厚，高度和宽度，对梁中间的加强筋板的位置和数量没有作多大的改变，虽然对于整个箱形梁结构来说，加强筋板的重量所占比例不大，但还是有优化的必要的。本文将 Nastran 的优化后的结果调入 MMA 算法程序进行再次优化，优化后的结果和第一次优化后的结果相比较如下表 2 所示。

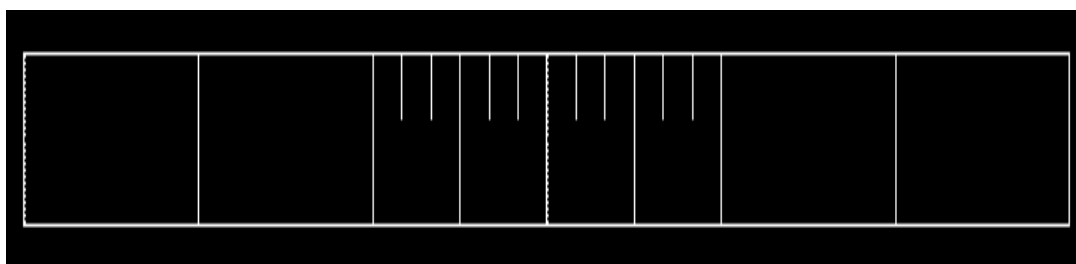
表 2 起重机箱形主梁第二次优化结果比较

跨度	19.5(30t)		25.5(180t)	
参数	F(X)	减轻比	F(X)	减轻比
第一次优化	4848.14	30.31%	24362.2	38.33%
第二次优化	4646.34	4.16%	23441.2	3.78%

跨度为 19.5 的 30/5t 桥式起重机箱形主梁优化前与优化后的简图对比如图 3 所示。



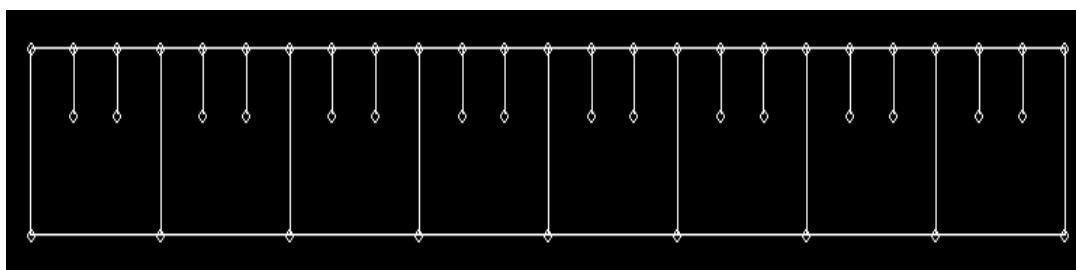
(b) 优化前箱形梁简图



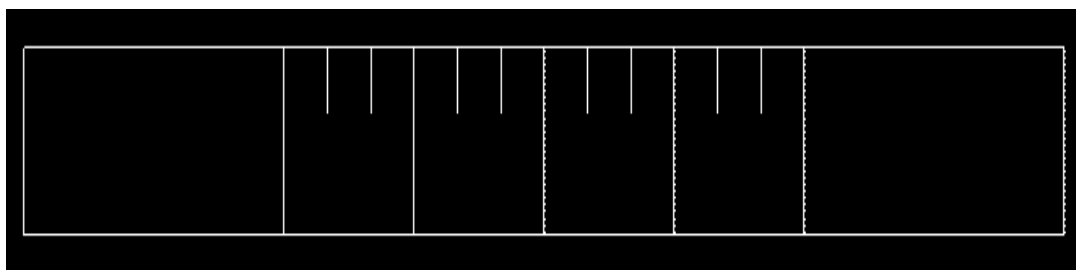
(b) 第二次优化后箱形梁简图

图3 30/5t 起重机箱形梁简化图

跨度为 25.5 的 180/30t 桥式起重机箱形主梁优化前与优化后的简图对比如图 4 所示:



(a) 优化前箱形梁简图



(b) 第二次优化后箱形梁简图

图4 180/30t 起重机箱形梁简化图

5 结论

通过对桥式起重机箱形主梁的优化设计,使起重机的重量大大降低,大小加强筋板的分布更

加合理,提高了整机的性能,节省了原材料,说明了有限元分析和拓扑优化设计方法确实能为设计人员提供产品的概念化设计,也可为产品的改进设计提供明确的思路,为厂家带来显著的经济和社会效益。同时,移动渐进算法(MMA)适用于大型结构优化设计问题,具有良好的收敛性和稳定性。

参 考 文 献

- 1 须雷.起重机的现代设计方法.起重运输机械, 1996, (8): 3~7
- 2 秦东晨, 袁华, 任泰安.复杂箱形梁初级优化设计的一种方法.郑州工业大学学报, 1997, 18 (4): 47~52
- 3 Svanberg K.. The method of moving asymptotes—a new method for structural optimization. Inter Journal for Numerical Methods in Engineering. 1987, 24:359- 73.
- 4 Bendsoe M. P., Sigmund O.. Topology Optimization: theory, methods and applications. Berlin: Springer, 2003.
- 5 B. Hassani, E.Hinton. A review of homogenization and topology optimization II—analytical and numerical solution of homogenization equations. Computer & Structure, 1998, (69):719- 738
- 6 Matteo B. . On the solution of the checkerboard problem in mixed-FEM topology optimization. Computers and Structures, 2008, (86): 1819~1829
- 7 E. L. Cardoso, J. S. O. Fonseca. Complexity control in the topology optimization of continuum structures. Journal of the Brazil Society of Mechanical Science and Engineering, 2003, 25 (3): 293~301
- 8 罗震, 陈立平, 黄玉盈, 张云清. 连续体结构的拓扑优化设计.力学进展, 2004, 34 (4): 463~476
- 9 田国富.孙书慧.程艳辉.桥式起重机箱形梁的优化设计.沈阳工业大学学报, 2000, 22 (6): 462~465
- 10 马爱军.周传月.王旭. Patran和Nastran有限元分析专业教程.北京: 清华大学出版社, 2004

A STUDY FOR STRUCTURAL TOPOLOGY OPTIMIZATION OF BOX GIRDER BASED ON METHOD OF MOVING ASYMPTOTES(MMA)

QIN Dongchen Zhu Qiang YANG Menglin

(School of Mechanical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

Abstract The crane performance depends largely on its box girder structure. Firstly, a comprehensive analysis to the box girder is given and an topology optimization model to the bridge crane girder structure is established. Secondly, the box girder is optimized with finite element software Patran/Nastran and MMA algorithm program. Finally, the satisfied results are obtained.

Key words Box girder, Topology optimization, Finite element, Patran/Nastran, MMA