

基于比例微分优化准则的拓扑优化方法

赵龙彪¹ 高亮¹ 陈志敏² 邱浩波¹

1. 华中科技大学数字制造装备与技术国家重点实验室, 武汉, 430074

2. 中国舰船研究设计中心, 武汉, 430064

摘要:在优化准则法的基础上, 提出一种基于比例微分控制思想的优化准则方法(proportional and differential optimality criterion, PDOC), 并将其运用到拓扑优化设计中。针对优化准则法求解速度慢以及因误差的未知性所引起的超调现象, PDOC 法通过引入比例微分控制来改进迭代算子, 构造更合理的数值迭代公式以加快收敛。利用加入比例微分控制的求解算法, 计算新的材料密度分布, 以预测误差的变化趋势, 提前抑制误差, 有效避免求解过程中的震荡和超调现象, 进而提高求解速度。最后, 通过实验验证了 PDOC 方法的有效性和正确性。

关键词:拓扑优化; 优化准则法; 迭代算子; 比例微分控制

中图分类号: TH11; TU311

文章编号: 1004—132X(2011)03—0345—06

A Proportional and Differential Optimality Criterion Method for Topology Optimization

Zhao Longbiao¹ Gao Liang¹ Chen Zhimin² Qiu Haobo¹

1. The State Key Laboratory of Digital Manufacturing Equipment and Technology

Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, 430074

2. China Ship Development and Design Center, Wuhan, 430064

Abstract: Based on optimality criterion method, a proportional and differential optimality criterion (PDOC) method was proposed and applied in topology optimization design. Since the phenomenon of low efficiency and overshoot caused by the uncertain deviation, this method introduced the proportional and differential control to improve the iteration operator, and constructed more reasonable iteration formula to accelerate the convergence. A new algorithm was utilized to calculate the density distribution of new material, so the trend of deviation can be predicted and corrected in advance. Finally, experimental results indicate that PDOC method is feasible and efficient.

Key words: topology optimization; optimality criteria method; iteration operator; proportional and differential control

0 引言

拓扑优化是在一个确定的区域内寻求满足设计约束的最优拓扑结构的优化方法。设计目标和约束可以为重量、频率、强度等。其主要求解思路是将寻求结构的最优拓扑结构问题转化为在给定的设计空间内寻求最优材料的分布问题^[1]。它是

一种能帮助设计者选择合适的初始拓扑结构的有效方法, 在概念设计阶段具有十分重要的指导意义。

在拓扑优化的众多模型求解方法中, 优化准则法(optimality criteria method, OC)^[2]是根据满足各种约束条件(应力、位移、频率等)的最佳准则, 从可行的设计中找出最佳方案的方法, 以充分发挥材料的刚度、强度和稳定性的潜力, 实现等强度、等应变能的最佳传导应力路径。最早的优化准则法包括互应变能法(constant mutual energy design)、应力比法(stress ratio method)和满应力

收稿日期: 2010—04—15

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50705032); 教育部新世纪优秀人才计划资助项目(NCET—08—0232); 国家高技术研究发展计划(863 计划)资助项目(2007AA04Z120)

[6] Albert R, Jeong H, Barabasi A L. Diameter of the World-Wide Web[J]. Nature, 1999, 401(9): 130.

[7] 刘夫云, 祁国宁, 车宏安. 复杂网络中简单路径搜索算法及其应用研究[J]. 系统工程理论与实践, 2006(4): 9-13.

(编辑 马尧发)

作者简介: 徐新胜, 男, 1976 年生。中国计量学院工业工程研究所副教授。主要研究方向为先进制造技术、大规模定制、产品数据管理等。发表论文 30 余篇。何晓柯, 女, 1978 年生。浙江大学之江学院机电工程系讲师。李丹, 女, 1986 年生。中国计量学院工业工程研究所硕士研究生。严天宏, 男, 1971 年生。中国计量学院机械电子研究所教授。程鑫, 男, 1983 年生。中国计量学院工业工程研究所硕士研究生。

法(fully stressed design)^[3]。目前,学者们已经对 OC 法有了比较深入的探讨,Meske 等^[4]对 OC 法的健壮性和快速收敛性进行了研究,并应用在结构的固有频率优化上。Logo 等^[5]把 OC 法应用在随机拓扑优化设计问题上。Chiandussi 等^[6]把遗传路径加入到 OC 法中。

优化准则法的每一次迭代都是根据上一次迭代中各单元的材料密度和敏度信息,按照固定法则来计算各单元新的材料密度。在求解过程中,搜索效率不高,容易产生局部震荡和难以收敛的现象,会降低求解的速度。鉴于此,本文在传统 OC 法的基础上,基于 SIMP 密度函数插值模型,以结构的柔度最小化为目标函数,借助比例微分控制的思想,提出了比例微分优化准则法(proportional and differential optimality criterion method, PDOC),改进了迭代算子,给出了设计变量的迭代更新方案。在提高搜索效率的同时,加快了优化速度,并使得求解更容易收敛。

1 结构拓扑优化设计基础

1.1 结构拓扑优化模型

结构拓扑优化的目的是确定设计域中材料的最优分布。为实现材料的最优分布,需要进行材料密度的连续化插值。变密度法是为假定单元的密度和材料物理属性(如许用应力、弹性模量)之间的某种对应关系,以连续变量的密度函数形式显式地表达这种对应关系。变密度法主要的密度—刚度插值方式有带惩罚指数的固体各向同性微结构模型 SIMP^[7]和材料属性的理性近似模型 RAMP^[8]两种,本文以 SIMP 模型为例讨论连续体结构拓扑优化模型。

SIMP 模型主要通过引入惩罚因子,在材料的弹性模量和单元相对密度之间建立起一种显式的非线性对应关系。其目的是当设计变量的值在(0,1)之间时,对中间密度值进行惩罚,使其逐渐向0/1两端聚集,这样可以使连续变量的拓扑优化模型能很好地逼近原来0—1离散变量的优化模型。

SIMP 材料模型的数学表达形式:

$$E^p(x_j) = E^{\min} + x_j^p(E^0 - E^{\min}) \quad (1)$$

$$\mathbf{K} = \sum_{j=1}^n E^p(x_j) \mathbf{K}_j = \sum_{j=1}^n [E^{\min} + x_j^p(E^0 - E^{\min})] \mathbf{K}_j \quad (2)$$

式中, x_j 为一般设计变量,表示离散单元的相对密度; p 为 SIMP 模型中对中间密度材料的惩罚因子; E^0 、 E^{\min} 分别为固体和空洞部分材料的弹性模量; E^p 为插值后的弹性

模量; \mathbf{K} 为插值以后的刚度矩阵; \mathbf{K}_j 为第 j 个单元固体材料的刚度矩阵。

惩罚因子的作用是当设计变量的值在[0,1]之间时,通过逐渐增加 p 的值对设计变量的中间值进行惩罚,随着 p 值的增大,设计逐渐接近0/1设计。为有效压缩中间密度材料,要求 $p > 2$ ^[9]。结构拓扑优化过程中,通过不断地优化迭代计算,来保留对结构传力路径有利的单元,删除对结构传力路径作用不大的单元,从本质上讲,结构拓扑优化问题是一个单元集合的增减问题。对于连续体拓扑优化模型,对每个单元 j 的增减操作变成对 $x_j(j=1,2,\dots,n)$ 值的加减操作,并且使其值在[0,1]之间变化。

以结构拓扑优化中比较典型的最小柔度问题为例,在 SIMP 材料插值方法的基础上,拓扑优化模型为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{X} &= (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in \mathbf{R}^n \\ \min: C &= \mathbf{F}^T \mathbf{U} = \mathbf{U}^T \mathbf{K} \mathbf{U} = \\ &\sum_{j=1}^n \mathbf{u}_j^T \mathbf{k}_j \mathbf{u}_j = \sum_{j=1}^n (x_j)^p \mathbf{u}_j^T \mathbf{k}_0 \mathbf{u}_j \\ \text{s. t. : } V &= \sum_{j=1}^n x_j V_1 = f V_0 \leq V^* \\ \mathbf{F} &= \mathbf{K} \mathbf{U} \\ x_j &\in [0, 1] \quad j = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中, C 为目标函数,定义 C 为结构的总体柔度; \mathbf{F} 为单元载荷向量; \mathbf{U} 为单元位移列阵; \mathbf{K} 为结构总体刚度矩阵; V_1 为每个单元的设计域的初始体积; V_0 为设计域的初始体积; V 为优化后的结构体积; f 为优化体积比; \mathbf{u}_j 为单元位移列向量。

1.2 优化准则法

优化准则法(OC)是根据工程经验、力学概念以及数学规划的最优条件,预先建立某种准则,通过相应的迭代方法,获得满足这一准则的设计方案,作为问题的最优解的一种优化方法。在实际运用中,OC法可以并行处理设计空间的所有单元,快速地发现应力传递的主要路径,能够求解超大规模设计变量的拓扑优化问题。

优化准则法中应用最成功的是 Kuhn—Tucker 条件。下式所示的是不等式约束的多元函数极值问题,其中 $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ 为设计变量,受到 m 个不等式约束。

$$\left. \begin{aligned} \min_{\mathbf{X}=(x_1, x_2, \dots, x_n)^T} &: f(\mathbf{X}) \\ \text{s. t. : } g_j(\mathbf{X}) &\leq 0 \quad j = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

上述不等式约束的多元函数的极值条件为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial f(\mathbf{X}^*)}{\partial x_i} + \sum_{j=1}^m \mu_j \frac{\partial g_j(\mathbf{X}^*)}{\partial x_i} &= 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \\ \mu_j g_j(\mathbf{X}^*) &= 0 \quad \mu_j \geq 0; j = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

拓扑优化问题是典型的不等式约束的多元函数极值问题,它通过 Kuhn-Tucker 条件构造多元函数的极值条件函数,通过求极值条件函数间接求多元函数的极值点。优化准则法从一个空间的初始设计点 $x^{(k)}$ 出发,着眼于每次迭代应满足的优化条件,依据迭代式:

$$x_j^{(k+1)} = (D_j^{(k)})^\zeta x_j^{(k)} \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (6)$$

$$D_j^{(k)} = \frac{U^T K_j U_j \Delta E}{(\rho x_j^{p-1}) \Lambda^{(k)} V_j} = \max(0, -\frac{\partial C}{\partial x_j}) \frac{1}{\Lambda^{(k)} V_j} \quad (7)$$

式中, ζ 为阻尼因子 ($0 < \zeta < 1$); k 为迭代步数; V_j 为体积比。

得到一个改进的设计 $x^{(k+1)}$ 。式(6)中常常引入一些经验系数来调整优化过程的收敛性和稳定性,如步长因子、阻尼因子等。

总体来讲,OC 法简单明了、易于理解,但其设计变量更新来源于一种启发式的迭代方式,在实际的应用中还存在着一些缺陷:

(1)设计变量的更新通过预定的迭代控制策略进行搜索,总是按照预先规定的路线进行,这种搜索具有盲目性,效率不高,会降低求解速度。

(2)求解通用性较差,对于复杂的目标函数,不容易构造设计变量的迭代公式,搜索过程中的指导信息只有当前结果和目标结果的偏差,所以容易出现震荡和难以收敛的现象。

(3)一般比较适用于单目标函数、单约束条件下的优化问题求解,多目标问题需要推导不同的优化准则,难以适用于复杂问题的求解。

针对这些情况,我们在 OC 法的基础上,通过引入比例微分控制(PD)的思想,改进其迭代算子,并给出设计变量的迭代更新方案,提出了 PDOC 方法,并将其用于拓扑优化中,以求在传统 OC 法优势基础上,进一步加快收敛,提高求解速度,改善优化效果。

2 PDOC 方法及算法实现

2.1 PD 控制基础

其思想来源于工程控制中广泛应用的比例、积分和微分控制方法,简称 PID 控制。PID 控制在实际中又可以根据情况简化为 PI 控制和 PD 控制。

(1)比例控制(proportional control)。比例控制是一种最简单的控制方式。其控制器的输出与输入误差信号成比例关系,可适当缩放信号的幅值。控制器中,比例项的引入,能够放大误差的幅值。

(2)微分控制(differential control)。在微分控制中,控制器的输出与输入误差信号的微分(即

误差的变化率)成正比关系。控制器中,微分项的引入,能够预测误差变化的趋势。

(3)比例微分控制(proportional and differential control)。单一的比例控制或者微分控制都不能完全解决问题,只有同时具有比例、微分控制的控制器,才能够提前使抑制误差的控制作用等于零,甚至为负值,从而避免被控量的严重超调。

因此,对有较大惯性或滞后的被控对象,比例微分(PD)控制器能改善系统在调节过程中的动态特性,通过引入比例项,放大误差的增幅;增加微分项,便能预测误差变化的趋势。这样,具有比例、微分环节的控制器的控制作用等于零,甚至为负值,从而避免了被控量的严重超调。

2.2 PDOC 方法介绍

传统 OC 法迭代公式计算简单、易于数值实现,但其收敛速度不够。在实际的数值试验中,为加快迭代法的收敛速度,可以通过多级定常迭代的构造迭代公式,如:

$$x^{(k+1)} = \varphi_k(x^{(k)}, x^{(k+1)}, \dots, x^{(k-l+1)}) \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (8)$$

即在计算 $x^{(k+1)}$ 时考虑前面 l 个迭代值,这样的迭代法称为 l 级定常迭代法。如果 φ_k 与 k 无关,迭代公式可表达成以下形式:

$$x^{(k+1)} = \varphi(x^{(k)}, x^{(k+1)}, \dots, x^{(k-l+1)}) \quad (9)$$

$$k = l, l+1, l+2, \dots$$

多级迭代法在数值计算过程中比单级迭代法需要保存更多的信息,增加了存储量。所以一般 l 不宜太大,常在计算 $x^{(k+1)}$ 时考虑前面 2 个迭代式。迭代式如下:

$$x^{(k+1)} = \varphi(x^{(k)}, x^{(k-1)}) \quad k = 2, 3, \dots \quad (10)$$

在实际优化问题中,求解的非线性方程组结构复杂,很难通过确切的数学推导过程构造二级定常迭代法。这与控制系统中的很多情况类似,我们可以把 $x^{(k+1)}$ 看作是控制系统 $\varphi(x^{(k)}, x^{(k-1)})$ 的输出变量,而 $x^{(k)}, x^{(k+1)}, \dots, x^{(k-l+1)}$ 为控制系统的输入变量。控制系统 $\varphi(x^{(k)}, x^{(k-1)})$ 是一个黑匣子,无法得知其内在的控制机理。在控制工程中,当被控对象的结构和参数不能完全明确,或得不到精确的数学模型,而控制理论的其他技术难以采用时,系统控制器的结构和参数必须依靠经验和现场调试来确定,这时最适合应用 PD 控制方法。PD 控制器就是根据系统的误差,利用比例、微分计算出控制量进行控制的。输入误差信号可以用差分形式表达如下:

$$e^{(k)} = x^{(k)} - x^{(k-1)} \quad (11)$$

结合优化准则迭代方法和微分控制的思想,可以构造比例微分迭代公式如下:

$$x_j^{(k+1)} = (D_j^{(k)})^\zeta x_j^{(k)} + \alpha(x_j^{(k)} - x_j^{(k-1)}) \quad (12)$$

式中, α 为微分项的影响因子,简称微分参数。

称这种结合优化准则迭代方法和微分控制思想的二级定常迭代法为 PDOC 方法。

考虑迭代算子的移动极限和收敛效果,可以把迭代算子改进为

$$x_j^{(k+1)} = \begin{cases} \min\{(1+m)x_j^{(k)}, 1\} \\ \text{if } \min\{(1+m)x_j^{(k)}, 1\} \leq \alpha(x_j^{(k)} - x_j^{(k-1)}) + \\ (D_j^{(k)})^\zeta x_j^{(k)} \\ \alpha(x_j^{(k)} - x_j^{(k-1)}) + (D_j^{(k)})^\zeta x_j^{(k)} \\ \text{if } \max\{(1-m)x_j^{(k)}, x_{\min}\} < \alpha(x_j^{(k)} - x_j^{(k-1)}) + \\ (D_j^{(k)})^\zeta x_j^{(k)} < \min\{(1+m)x_j^{(k)}, 1\} \\ \max\{(1-m)x_j^{(k)}, x_{\min}\} \\ \text{if } \alpha(x_j^{(k)} - x_j^{(k-1)}) + (D_j^{(k)})^\zeta x_j^{(k)} \leq \\ \max\{(1-m)x_j^{(k)}, x_{\min}\} \end{cases} \quad (13)$$

式中, m 为移动极限 ($0 < m < 1$); ζ 为阻尼因子 ($0 < \zeta < 1$); x_{\min} 为材料密度的下限值, $x_{\min} = 0.0001$; Λ 为拉格朗日乘子。

在每一步迭代中,确保体积约束满足的拉格朗日乘子 Λ 是变化的,在第 k 步,可以采用二分法求解 Λ :

(1) 定义 $\Lambda_{\min}^{(0)} = 0, \Lambda_{\max}^{(0)} = 100\,000$; 计算当前的体积比 $V^{(k)}$; 使 $V^{(k)} \Lambda_{\min}^{(0)} < V^*, V^{(k)} \Lambda_{\max}^{(0)} > V^*$ 。

(2) 计算 $\Lambda^{(i)} = (\Lambda_{\min}^{(i)} + \Lambda_{\max}^{(i)})/2$ 。

(3) 更新拉格朗日乘子 Λ : 如果 $V^{(k)} < V^*$, 则 $\Lambda_{\max}^{(i+1)} = \Lambda^{(i)}$; 如果 $V^{(k)} > V^*$, 则 $\Lambda_{\min}^{(i+1)} = \Lambda^{(i)}$ 。 $i = i + 1$ 。

(4) 重复步骤 (2) 和步骤 (3), 直到满足 $|V^{(k)} - V^*| \leq \delta$ ($\delta = 0.0001$)。

2.3 PDOC 算法实现

图 1 为基于 PDOC 法拓扑优化设计的算法流程图,可以采用 MATLAB 实现算法,步骤如下:

(1) 有限元模型的前处理,主要包括网格划分、定义约束和载荷。

(2) 初始化设计变量,定义单元的初始材料密度,默认的值均为 0.5。

(3) 有限元分析求解,计算出各单元的敏度和刚度,并进行敏度分析与过滤。

(4) 根据上一步迭代更新的各单元材料密度,采用 PDOC 法计算各单元新的材料密度和结构柔度。

(5) 判断是否达到优化设计目标。如果未达到优化设计目标,则转步骤 (3) 继续优化;如果达到优化设计目标,则转步骤 (6)。一般终止设计目标有两种情况:一是材料密度总和达到最小约束界限;二是结构的整体柔度值的改变量达到预定界限。

(6) 输出结果,结束。

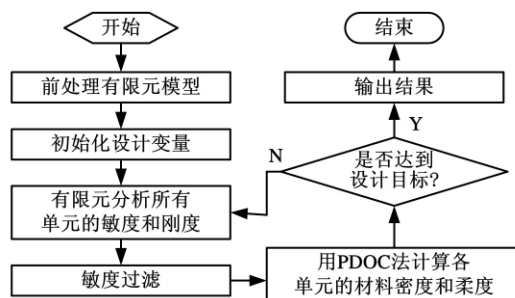


图 1 PDOC 法拓扑优化求解流程图

3 实例分析

3.1 悬臂梁刚度优化

图 2 所示为悬臂梁刚度优化问题的设计域示意图,其设计空间长 $A = 60\text{mm}$,高 $B = 20\text{mm}$ 。材料的弹性模量为 207GPa ,泊松比为 0.3 ,体积比为 0.5 。结构左侧的竖边受 X 和 Y 方向的自由度约束,右侧中间位置受垂直向下的 10kN 载荷作用。

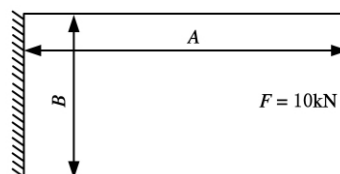
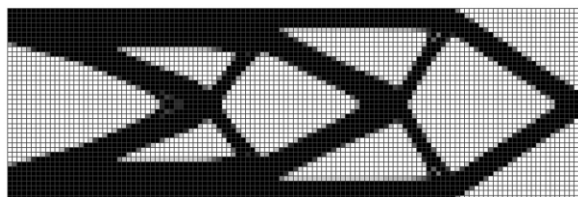


图 2 悬臂梁柔度最小化问题的设计域示意图

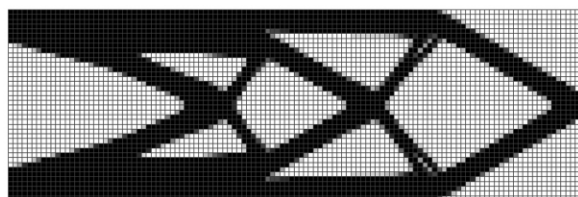
首先通过试验分析 PDOC 法中的微分参数对求解效果的影响。试验电脑 CPU 主频率为 2.0GHz ,内存为 2GB 。采用 MATLAB 语言实现算法。

网格划分为 120×40 ,单元数为 4800。分析式 (12) 可知,当 $\alpha \neq 0$ 时,即为 PDOC 方法,当 $\alpha = 0$ 时,PODC 方法即退化为 OC 法。经过测试发现,实际求解过程中,一般取 $0.5 < \alpha \leq 0.9$ 时,求解效果较好。为比较 PDOC 法与 OC 法的求解效果,我们仅取 $\alpha = 0$ 和 $\alpha = 0.8$ 作为典型代表进行对比分析。求解结果如图 3 所示,解的柔度进化曲线如图 4 所示。从求解结果可以看出,当采用 PDOC 法求解时,求解过程均比较稳定,经过 10 步迭代就能接近最优值 173.68,每步迭代耗 13.673s。当采用 OC 法求解时,大概需经过 20

步迭代才能接近最优值,每步迭代耗 13.452s。从优化过程看,PDOC 法比 OC 法有更快的收敛速度,更容易收敛;从优化结果看,PDOC 法比 OC 法能获得刚度更大的结构,在加快收敛的同时,提高了结构刚度。



(a) OC 法 ($\alpha=0, C=174.03$)



(b) PDOC 法 ($\alpha=0.8, C=173.68$)

图 3 网格划分 120×40 悬臂梁的解

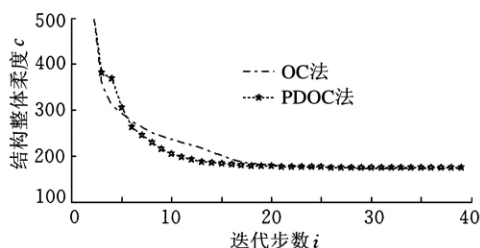


图 4 网格划分 120×40 的悬臂梁柔度进化曲线比较图

3.2 简支梁刚度优化

如图 5 所示的简支梁刚度优化问题的设计域示意图,其设计空间长 $A = 240\text{mm}$,高 $B = 40\text{mm}$ 。材料的弹性模量为 207GPa ,泊松比为 0.3 ,体积比为 0.5 。中间位置受垂直向下的 10kN 载荷作用。试验电脑 CPU 主频率为 2.0GHz ,内存为 2GB ,采用 MATLAB 语言实现算法。

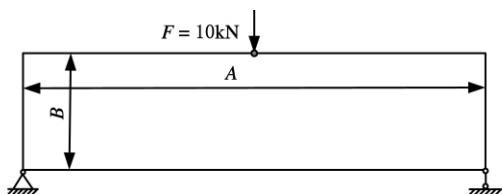
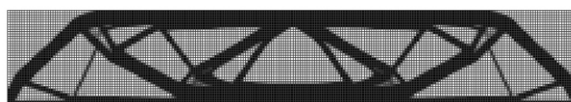


图 5 简支梁柔度最小化问题的设计域示意图

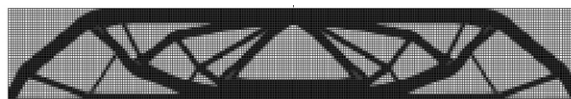
设定网格划分为 240×40 ,单元数为 9600。惩罚因子 $p=3$,体积比 $V^* = 0.5$,阻尼因子 $\zeta = 0.5$,移动极限 $m=0.3$,最大迭代步数为 40。

求解结果如图 6 所示,解的柔度进化曲线如图 7 所示。从求解结果可以看出,当采用 PDOC 法求解时,求解过程均比较稳定,经过 15 步迭代就能接近最优值 192.15 ,每步迭代耗 14.792s 。

当采用 OC 法求解时,大概需经过 25 步迭代才能接近最优值,每步迭代耗 14.358s 。从优化过程看,PDOC 法比 OC 法有更快的收敛速度,更容易收敛;从优化结果看,PDOC 法比 OC 法能获得刚度更大的结构,在加快收敛的同时,提高了结构刚度。



(a) OC 法 ($\alpha=0, C=193.35$)



(b) PDOC 法 ($\alpha=0.8, C=192.15$)

图 6 网格划分 240×40 简支梁的解

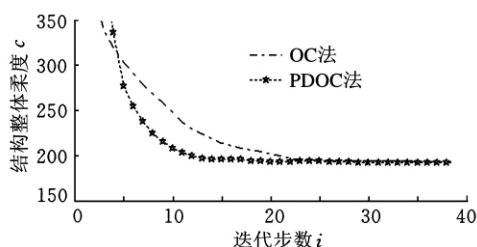


图 7 网格划分 240×40 的简支梁柔度进化曲线比较图

3.3 柔性位移反向器

柔性机构是通过其部分或全部具有柔性的构件变形而产生位移的机械结构,它的设计主要要求在输入端施加输入载荷以后,在输出端产生位移运动。柔性机构是多目标设计问题,优化的两个目标函数分别为机构的共有应变能 (mutual strain energy, MSE) 和结构的应变能 (strain energy, SE)^[10]。

本文以位移反相器的拓扑优化为例,验证 PDOC 方法的求解性能。拓扑优化的两个目标函数分别是最大化输出端的 MSE 以及最小化结构的 SE。设计的体积比为 30% 。设计域尺寸为 $80\mu\text{m} \times 80\mu\text{m}$,如图 8 所示。利用对称性,选取设计域的上半部分进行分析。在上半部分均布 80×40 个网格。材料弹性模量为 1MPa ,泊松比为 0.3 ,输入驱动力为 $f_{\text{in}} = 0.5\text{mN}$, u_{out} 为输出位移。在输入端口固定一个刚度为 $K_{\text{in}} = 1$ 的弹簧,输入能量通过输入驱动力和弹簧的刚性来表示。在输出端固定一个刚度为 $K_{\text{out}} = 1$ 的弹簧来模拟工件对机构的作用力。

求解结果如图 9 所示,解的 MSE 进化曲线如图 10 所示。从求解结果可以看出,当采用 PDOC 法求解时,求解过程均比较稳定,经过 15 步迭代就能接近最优值 $MSE = 0.82145$,每步迭

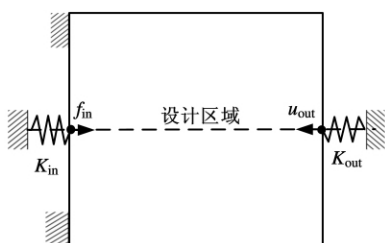
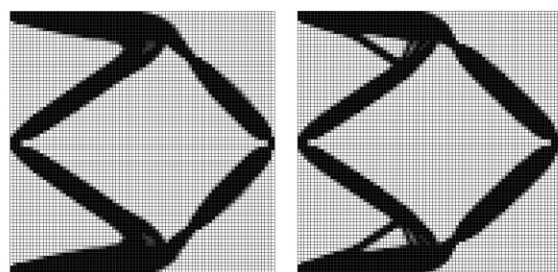


图8 位移反相器的设计域示意图

代耗 9.876s。当采用 OC 法求解时,大概需经过 40 步迭代才能接近最优值 $MSE=0.78946$,每步迭代耗 9.435s。从优化过程看,PDOC 法比 OC 法有更快的收敛速度,更容易收敛;从优化结果看,PDOC 法比 OC 法能获得刚度更大的结构,因此,在多目标问题的拓扑优化求解中,PDOC 方法仍然具有较好的实际应用效果,在加快收敛的同时,提高了结构刚度。



(a)OC法($\alpha=0$, $MSE=0.78946$)
(b)PDOC法($\alpha=0.8$, $MSE=0.82145$)

图9 位移反相器简支梁的解

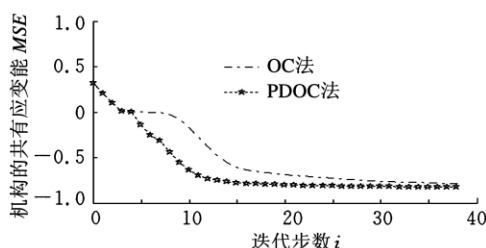


图10 位移反相器 MSE 进化曲线比较图

4 结语

本文在 PD 控制理论的基础上,提出了基于 PDOC 的拓扑优化方法。PDOC 法通过引入比例微分控制的思想来改进迭代算子,通过构造更合理的数值迭代公式以加快收敛,提高计算速度。引入比例、微分控制的求解算法,以预测误差的变化方向,提前抑制误差的作用,从而避免了被控量的超调现象和震荡现象,经过实例测试,采用改进后的 PDOC 方法进行拓扑优化,能够使优化求解过程经过 10 次左右迭代就能收敛,明显比 OC 法的搜索速度要快,同时还能够求出柔度更小且结构更清晰的解。另外,通过一个多目标优化实例测试,验证了 PDOC 方法在多目标拓扑优化问题

求解中的有效性。综上所述,PDOC 方法是一种比 OC 方法求解速度更快、求解结果更好的方法。

参考文献:

- [1] 罗震,陈立平,黄玉盈,等.连续体结构的拓扑优化设计[J].力学进展,2004,34(4):463-476.
- [2] Zhou M, Rozvany G I N. The COC Algorithm, Part II: Topological Geometrical and Generalized Shape Optimization[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1991, 89:197-224.
- [3] Levy R, Lavan O. Fully Stressed Design of Passive Controllers in Framed Structures for Seismic Loadings[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2006, 32(6):485-498.
- [4] Meske R, Lauber B, Schnack E. A New Optimality Criteria Method for Shape Optimization of Natural Frequency Problems[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2006, 31(4):135-140.
- [5] Logo J. New Type of Optimality Criteria Method in Case of Probabilistic Loading Conditions[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2007, 35(2):147-162.
- [6] Chiandussi G, Codegone M, Ferrero S. Topology Optimization with Optimality Criteria and Transmissible Loads [J]. Computers and Mathematics with Applications, 2009, 57:772-788.
- [7] Rietz A. Sufficiency of a Finite Exponent in SIMP (Power Law) Method[J]. Structural and Multidiscipline Optimization, 2001, 21:159-163.
- [8] Stolpe M, Svanberg K. An Alternative Interpolation Scheme for Minimum Compliance Topology Optimization[J]. Structural and Multidiscipline Optimization, 2001, 22:116-124.
- [9] 罗震,陈立平,黄玉盈,等.基于 RAMP 密度-刚度插值格式的结构拓扑优化[J].计算力学学报,2005,22(5):585-590.
- [10] Frecker M, Ananthasuresh G K, Nishiwaki S, et al. Topological Synthesis of Compliant Mechanisms Using Multi-criteria Optimization [J]. Mech. Des. Trans. ASME, 1997, 119(2):238-245.

(编辑 马尧发)

作者简介:赵龙彪,男,1986年生。华中科技大学机械科学与工程学院硕士研究生。主要研究方向为结构优化、拓扑优化。
高亮,男,1974年生。华中科技大学机械科学与工程学院教授、博士研究生导师。陈志敏,男,1982年生。中国舰船研究设计中心研究员。邱浩波,男,1974年生。华中科技大学机械科学与工程学院副教授。