

7. Fault

학교

국민대학교

이름

이현호

1. Fault model 분석

본 라이트업에서 사용할 기호와 그에 대한 정의는 다음 [표 1] 과 같다.

| 기호 | 정의 |
|------------------------|-------|
| m | 평문 |
| c | 암호문 |
| d | 비밀키 |
| $\langle N, e \rangle$ | 공개키 쌍 |

[표 1] 기호 및 정의

Square-and-multiply 지수승 알고리즘은 [표 2]와 같다. [표 2]의 $d = (d_{t-1}, \dots, d_0)_2$ 에서 $d_i (0 \leq i < t-1)$ 값들은 0 또는 1의 값을 가진다. [표 2]에서 볼 수 있듯이 Square-and-multiply 지수승 알고리즘에서 3번 줄의 제곱 연산은 항상 수행하며 4번 줄의 조건문에 의해 $d_i = 1$ 일 때만 곱셈 연산을 수행한다.

입력 : $x \in (\mathbb{Z}/N\mathbb{Z})^\times$, $d = (d_{t-1}, \dots, d_0)_2$

출력 : $y = x^d$

1. $R_0 \leftarrow 1$, $R_1 \leftarrow x$

2. for $i = t-1$ down to 0 do

3. $R_0 \leftarrow R_0^2$

4. if $d_i = 1$ then

5. $R_0 \leftarrow R_0 \cdot R_1$

6. return R_0

[표 2] Square-and-multiply 지수승 알고리즘

만약 [표 2]의 반복문에서 $i = j$ 일 때 단 한번 제곱 연산을 skip 하였다면 반복문의 연산 결과 \hat{y}_j 는 [수식 1] 과 같다.

$$\hat{y}_j = \prod_{i=j+1}^{t-1} x^{d_i 2^{i-1}} \times \prod_{i=0}^j x^{d_i 2^i}$$

[수식 1]

[수식 1]의 결과로부터 [수식 2]의 결과를 도출해 낼 수 있다.

$$\hat{y}_j = \begin{cases} \hat{y}_{j-1} & \text{for } d_j = 0 \\ x^{2^{j-1}} \hat{y}_{j-1} & \text{for } d_j = 1 \end{cases}$$

[수식 2]

2. RSA 비밀키 복구

악의적인 공격자는 각 i 에 대해 3번 줄 연산을 한 번만 skip하여 2046개의 새로운 메시지를 얻었다는 것으로 보아 비밀키의 크기가 2046 비트라는 사실을 알 수 있다. 그렇다면 [표 2]에서 $t = 2046$ 일 것이다. 또한 $i = 2045$ 일 때 $R_0 = 1$ 이므로 R_0 을 제곱 연산을 한 값과 연산을 skip한 3번 줄 연산 결과는 $R_0^2 = R_0 = 1^2 = 1$ 으로 같다. 따라서 $\hat{y}_{2045} = x^d$ 임을 쉽게 알 수 있다.

$x^d \bmod N = m$ 이기 때문에 $\hat{y}_{2045} \bmod N = x^d \bmod N = m$ 이다. 또한 [수식 2]를 [수식 3]으로 응용 가능하다.

$$\hat{y}_j \bmod N = \begin{cases} \hat{y}_{j-1} \bmod N & \text{for } d_j = 0 \\ x^{2^{j-1}} \hat{y}_{j-1} \bmod N & \text{for } d_j = 1 \end{cases}$$

[수식 3]

$\hat{y}_{2045} \bmod N = m$ 이라는 사실과 [수식 3]를 이용하여 복구한 비밀키 d 는 다음과 같다.

$d =$

```
0b11101100110011001101000011001000100000100001001110010111110111100110001011111010011111001000
1001010000000100011111000000000111001101101100111000010100110000001001011100011110010111011110
010010101011011001100100110110011000010001100001011010111111100011000111000111100000001000110
000111011110001001110100000100001110101101101001111110001111110011000111101010000100111101110
000010111001100000101001100111111100111100011100011101101000111011010100101111100101101111001
000010110100100010111100011111100000111110101110111100110111100010001010000000010101101111
0000101000101011100010001110010101101100100101001111000101001100110110110001000100000111001000
000010111111100101111101001110011011101100011110100000111010001110110001111010110100110011001
101101110110101111010110111000111100000100011100000000000111000101111011000100001101010011011
0100010000010010101100100001101101100001100011111010011011110011011110101011000011011010010100
0010100100001000010111001101101110111100011011000000001000000010111001100011001100101011101101
0011100001110000100101011110001110011101001001011010000010110011101000011110100111011010110000
1110110000110100111000011111100110100100000100110101001110011001111000110110101100111101000000
010000000111011111100111001111101011111110101010001001100101110100111111001001000000110001101
01010100010000100011111100101100101110010101100100111001001101000001000101001001000000001111
1010110010111101100111100011100000000010100000110000011111100101100010111110100111010101010111
0011000101110000101001110011111010011110101111000100011001101011001000011100000100011010100111
1100111010101111000111000100110001100101100001010011010011111001000001001001010000000100101010
1101100110001111101111000101000111101101000110001010101001010010000001100000111001000010000010
1111000101011010000010000001010000000110101110010010000110101001011110001110011101001100101111
0111010100010110010110010111001010111000011111000100101111101010011000100000000100110001011111
10100010101100010111110100101110001011101100011110110100000011101100101001
```

3. 위의 복구한 d 를 이용해 $(d \times 123) \bmod 2^{128}$ 을 계산한 hex 값(Flag)은 다음과 같다.

b8 79 9d 16 92 c7 cc ad 1c 94 c1 e7 ce 0c 6c b3