Flervariabelanalys, MMG300, del 2

2024 05 28, 14:00-18:00

Hjälpmedel: Inga
Kursansvarig: David Witt Nyström, 0763238804

Betygsgränser: 0-11 (U), 12-17 (G), 18-25 (VG)

---

1. Formulera och bevisa Greens formel.

   (3p)

2. Visa att om F är ett kontinuerligt vektorfält i ett öppet sammanhängande område $\Omega \subseteq \mathbb{R}^2$ och kurvintegralerna $\int_\gamma F \cdot dr$ är oberoende av vägen, då är F konservativt.

   (3p)

3. Beräkna arean av området D som begränsas av kurvan γ med parametrisering $r(t) = \left(\sin(t) + \frac{\cos(2t)}{10}, \cos(t) + \frac{\sin(2t)}{5}\right), 0 \leq t \leq 2\pi$.

   (4p)

4. Bestäm för vilka reella x som potensserien
$$\sum_{k=1}^{\infty} \sin(1/k)(x+3)^{k^2}$$
   konvergerar.

   (4p)

5. Beräkna flödet av fältet $F(x,y,z) = (x\sin(y) + z^2, yz^2 - x^2, -z\sin(x) + y^2)$ ut ur kroppen $K : 0 \leq z \leq x + y + 2, x^2 + y^2 \leq 1$.

   (4p)

6. Beräkna arbetet som $F(x,y) = \left(\frac{1}{1+x^2} + 2y, x + \frac{1}{1+y^4}\right)$ utför längs kurvan γ med parametrisering $r(t) = \left(\cos(t), \frac{\sin(t)}{2}\right), 0 \leq t \leq \pi$.

   (4p)

7. Visa att funktionsserien
$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(kx)}{\max(k, e^{k(x-1)})}$$
   konvergerar likformigt på $[1/2, \infty)$.

   (3p)

Lycka till!
David