

Flervariabelanalys, MMG300, del 2

2021 06 01, 14:00-18:00

Kursansvarig: David Witt Nyström, 0767794288

Betygsgränser: 0-11 (U), 12-17 (G), 18-25 (VG)

1. Beräkna kurvintegralen av vektorfältet $F(x, y) = (\cos^3 x + 3y \sin^3 x, \cos^3 x + \sin^3 y)$ längs kurvan γ med parametrisering $r(t) = (10 \cos t, -\sin t)$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

(3p)

2. Bestäm huruvida serien

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{7k}{10k-2} \right)^{\sqrt{k}}$$

är konvergent eller divergent.

(3p)

3. Bestäm volymen av K , där

$$K := \{(x, y, z) : x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq 4 - x(1 + e^y)\}.$$

(4p)

4. Visa att funktionen $f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \sin(x/\sqrt{k})$ är kontinuerlig på hela \mathbb{R} .

(5p)

5. Beräkna flödet av vektorfältet $F(x, y, z) = (z, -y/2, x^2)$ upp genom ytan Y , där

$$Y := \{(x, y, z) : z = x + y^2, y^2 \leq x \leq y\}.$$

(4p)

6. Låt $(a_k)_{k=1}^{\infty}$ vara en positiv avtagande följd. Visa att om serien $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ är divergent, då är också serien $\sum_{k=1}^{\infty} a_{nk}$ divergent för alla naturliga tal $n \geq 1$.

(3p)

7. Visa att mängden

$$D := \{(x, y) : 0 < x < 1, \cos(1/x) - 1 < y < \sin(1/x) + 1\}$$

är mätbar.

(3p)

Lycka till!
David