Flervariabelanalys, MMG300, del 2

2022 05 31, 14:00-18:00

Kursansvarig: David Witt Nyström, 0767794288

Betygsgränser: 0-11 (U), 12-17 (G), 18-25 (VG)

---

1. Formulera och bevisa satsen om itererad integration över axelparallella rektanglar.

   (4p)

2. Formulera och bevisa Greens formel.

   (4p)

3. Avgör om serien
$$\sum_{k=1}^{\infty}(\arctan(1/\sqrt{2k}))^2$$
   är konvergent eller divergent.

   (3p)

4. Beräkna flödet av vektorfältet $F(x,y,z) = (x(y^2-z^2)+y^2, y(z^2-x^2)+z^2, z(x^2-y^2)+x^2)$ upp genom ytan $Y : x^2+y^2+z^6 = 1, z \geq 0$.

   (4p)

5. Visa att funktionsserien
$$\sum_{k=1}^{\infty} \sin\Big((-1)^k x/k\Big)$$
   är likformigt konvergent på intevallet $[-1,1]$ och att
$$lim_{x\to 0}\frac{\sum_{k=1}^{\infty}\sin\big((-1)^k x/k\big)}{x} = \sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^k}{k}.$$

   (3p)

6. Använd variabelbytet $x = u, y = v^3, z = w^3$ för att bestämma volymen av kroppen $K : x^2 + y^{2/3} + z^{2/3} \leq 1$.

   (4p)

7. Låt F och G vara två kontinuerliga vektorfält i $\mathbb{R}^2$. Visa att om
$$\int_\gamma F\cdot d\mathbf{r} = \int_\gamma G\cdot d\mathbf{r}$$
   för varje kurva γ, då är $F = G$.

   (3p)

Lycka till!
David