

기공수 과제 #2

20192208 김형훈

2024-09-24

2장 1절

4번 문제

1

점 0과 1을 지나는 기울기가 3인 직선

답은 $y = 3x + 1$

2

점 4와 2를 지나는 기울기가 $\frac{1}{4}$ 인 직선

답은 $y = \frac{1}{4}x + 1$

3

점 -1, 1을 지나는 기울기가 2인 직선

답은 $y = 2x + 3$

4

점 $a, a^2 - 2$ 를 지나는 기울기가 $2a$ 인 직선

답은 $y = 2ax - a^2 - 2$

5번 문제

1

$$\frac{f(t)-f(0)}{t-0} = \frac{2t-0}{t} = 2$$

답은 2

2

$$\frac{f(t)-f(0)}{t-0} = \frac{\sqrt{t}}{t}$$

답은 $\frac{\sqrt{t}}{t}$

3

$$\frac{f(t)-f(0)}{t-0} = \frac{t^2-2+2}{t} = \frac{t^2}{t} = t$$

답은 t

4

$$\frac{f(t)-f(0)}{t-0} = \frac{t^2+t}{t} = t + 1$$

답은 $t + 1$

2장 2절

3번 문제

2

$$y' = \frac{0-2x}{(x^2-1)^2}$$

$$x \text{가 } 2 \text{일 때 } \frac{0-2*2}{(2^2-1)^2} = \frac{-4}{9}$$

$$\text{답은 } -\frac{4}{9}$$

2장 4절

4번 문제

1

$$y' = 14x^6 + 15x^4 - 1$$

$$y'' = 84x^5 + 60x^3$$

2

$$y' = 40x^9 + 18x^5 + 21x^2$$

$$y'' = 360x^8 + 90x^4 + 42x$$

3

$$y' = \sum_{k=1}^n (3k+1)kx^{k-1}$$

$$y'' = \sum_{k=2}^n (3k+1)k(k-1)x^{k-2}$$

4

$$y' = a$$

$$y'' = 0$$

7번 문제

$$y' = 3x^2, y' = 2x + 1$$

$$3x^2 = 2x + 1$$

$$3x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$(3x + 1)(x - 1) = 0$$

$$\text{답은 } -\frac{1}{3}, 1$$

2장 5절

7번 문제

$n = 1$ 일 때

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(xf(x)) = xf'(x) + f(x)$$

$n = n + 1$ 일 때

$$\frac{d^{n+1}y}{dx^{n+1}} = \frac{d}{dx}\left(\frac{d^ny}{dx^n}\right)$$

$$= \frac{d}{dx}(xf^{(n)}(x) + nf^{(n-1)}(x))$$

$$= f^{(n)}(x) + xf^{(n+1)}(x) + nf^{(n)}(x)$$

$$= xf^{(n+1)}(x) + (n+1)f^{(n)}(x)$$

따라서 $\frac{d^ny}{dx^n} = xf^{(n)}(x) + nf^{(n-1)}(x)$ 는 성립한다.

2장 6절

2번 문제

1

$$y' = \frac{0-4x}{(x^2-1)^2}$$

$$x \text{가 } 2 \text{일 때 } \frac{-8}{9}$$

$$\text{답은 } -\frac{8}{9}$$

2

$$y' = \frac{-2x(2x+3)-2(4-x^2)}{(2x+3)^2}$$

$$x \text{가 } 9 \text{일 때 } -\frac{224}{441} = -\frac{32}{63}$$

$$\text{답은 } -\frac{32}{63}$$

3

$$y' = \frac{-2(6x-1)(x^3+1)+2(3x^2-x+1)(3x^2)}{(x^3+1)^2}$$

$$x \text{가 } 0 \text{일 때 } \frac{2}{1}$$

$$\text{답은 } 2$$

4

$$y' = \frac{2x(3x+1)-3(x^2+3)}{(3x+1)^2}$$

$$x \text{가 } 4 \text{일 때 } \frac{47}{169}$$

$$\text{답은 } \frac{47}{169}$$

2장 7절

1번 문제

1

$$2x - 8yy' = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = y' = \frac{x}{4y}$$

2

$$\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}y^{-\frac{1}{2}}y' = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = y' = -\frac{x^{-\frac{1}{2}}}{y^{-\frac{1}{2}}} = -\sqrt{\frac{y}{x}}$$

3

$$2yy' + y' = 4x^3$$

$$y' = \frac{4x^3}{2y+1} \frac{dy}{dx} = y' = \frac{4x^3}{2y+1}$$

4

$$2(2x + y)(2 + 2y') = 2(x - 2y)(1 - 2y')$$

$$4(2x + y) + 2y'(2x + y) = 2(x - 2y) - 4y'(x - 2y)$$

$$6x + 8y = -4y'(x - 2y) - 2y'(2x + y)$$

$$-3x - 4y = 2xy' - 4yy' + 2xy' + yy'$$

$$-3x - 4y = 4xy' - 3yy' = y'(4x - 3y)$$

$$y' = -\frac{3x+4y}{4x-3y}$$

$$\frac{dy}{dx} = y' = -\frac{3x+4y}{4x-3y}$$

5

$$x + \frac{1}{x} = y + \frac{1}{y}$$

$$\frac{x^2-1}{x^2} = \frac{y^2-1}{y^2} y'$$

$$y' = \frac{y^2(x^2-1)}{x^2(y^2-1)}$$

$$\frac{dy}{dx} = y' = \frac{y^2(x^2-1)}{x^2(y^2-1)}$$

6

$$(x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}} = 2x - 1$$

$$\frac{1}{2}(x^2 + y^2)^{-\frac{1}{2}}(2x + 2yy') = 2$$

$$(x^2 + y^2)^{-\frac{1}{2}}(x + yy') = 2$$

$$x + yy' = 2\sqrt{x^2 + y^2}$$

$$y' = \frac{2\sqrt{x^2+y^2}-x}{y}$$

$$\frac{dy}{dx} = y' = \frac{2\sqrt{x^2+y^2}-x}{y}$$

5번 문제

1

$$x^5 + (2x)^5 = 33$$

$$33x^5 = 33$$

$x = 1$ 에서 교점을 가진다.

두 함수의 $x = 1$ 에서의 미분계수를 구하면

$$x = 1 \text{일 때 } y' = 2$$

$$5x^4 + 5y^4y' = 0$$

$$5y^4y' = -5x^4$$

$$y' = -\frac{x^4}{y^4}$$

$$x = 1, y = 2 \text{일 때 } y' = -\frac{1}{16}$$

답은 2, $-\frac{1}{16}$

2

$$y = \frac{1}{x+1}$$

$$\left(\frac{1}{x+1}\right)^3 = (x+1)^2$$

$$1 = (x+1)^5$$

$x = 0$ 에서 교점을 가진다.

두 함수의 $x = 0$ 에서의 미분계수를 구하면

$$y' = -\frac{1}{(x+1)^2}$$

$$x = 0 \text{일 때 } y' = -1$$

$$3y^2y' = 2(x+1)$$

$$y' = \frac{2(x+1)}{3y^2}$$

$$x = 0, y = 1 \text{일 때 } y' = \frac{2}{3}$$

답은 -1, $\frac{2}{3}$

2장 8절

1번 문제

1

$$x = \sqrt{y^3 + 1}$$

$$x^2 = y^3 + 1$$

$$y^3 = x^2 - 1$$

$$y = (x^2 - 1)^{\frac{1}{3}}$$

$$y' = \frac{1}{3}(x^2 - 1)^{-\frac{2}{3}}(2x)$$

답은 $\frac{1}{2}$

2

$$(f^{-1})'(12) = \frac{1}{f'(f^{-1}(12))}$$

$$f^{-1}(12) = x + \sqrt{x} = 12$$

$$x + \sqrt{x} - 12 = 0$$

$$(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 4) = 0$$

$$f^{-1}(12) = 9$$

$$f'(9) = 1 + \frac{1}{6} = \frac{7}{6}$$

답은 $\frac{6}{7}$

3

$$(f^{-1})'(1) = \frac{1}{f'(f^{-1}(1))}$$

$$f^{-1}(1) = x^3 + 2x - 2 = 1$$

$$x^3 + 2x - 3 = 0$$

$$(x - 1)(x^2 + x + 3) = 0$$

$$f^{-1}(1) = 1$$

$$f'(1) = 3 + 2 = 5$$

답은 $\frac{1}{5}$

4

$$y = x^{-\frac{1}{3}}$$

$$y' = -\frac{1}{3}x^{-\frac{4}{3}}$$

답은 $-\frac{1}{48}$