

## OR 과제 - 3

20192208 김형훈

2025-04-03

## 4.6-2

수식을 다시 재구성해보면 아래와 같다.

$$\begin{aligned}
 &\text{Maximize } Z - 4x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 5x_4 + M\bar{x}_5 + M\bar{x}_6 = 0 \\
 &\text{Subject to } 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 + \bar{x}_5 = 300 \\
 &\quad 8x_1 + x_2 + x_3 + 5x_4 + \bar{x}_6 = 300 \\
 &\text{and} \\
 &\quad x_j \geq 0, \text{ for } j = 1, 2, 3, 4 \\
 &\quad \bar{x}_5 \geq 0, \bar{x}_6 \geq 0
 \end{aligned}$$

**a**

	$Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$\bar{x}_5$	$\bar{x}_6$	RHS
	1	-4	-2	-3	-5	$M$	$M$	0
$\bar{x}_5$	0	2	3	4	2	1	0	300
$\bar{x}_6$	0	8	1	1	5	0	1	300

basic 변수가 0이 되도록 다시 계산해준다.

	$Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$\bar{x}_5$	$\bar{x}_6$	RHS
	1	$-4 - 10M$	$-2 - 4M$	$-3 - 5M$	$-5 - 7M$	0	0	$-600M$
$\bar{x}_5$	0	2	3	4	2	1	0	300
$\bar{x}_6$	0	8	1	1	5	0	1	300

- 초기 BFS: (0, 0, 0, 0, 300, 300)
- 초기 진입 변수:  $x_1$
- 초기 퇴출 변수:  $\bar{x}_6$

**b**

	$Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$\bar{x}_5$	$\bar{x}_6$	RHS
	1	0	$-\frac{3}{2} - \frac{11}{4}M$	$-\frac{5}{2} - \frac{15}{4}M$	$-\frac{5}{2} - \frac{3}{4}M$	0	$\frac{1}{2} + \frac{5}{4}M$	$150 - 225M$
$\bar{x}_5$	0	0	$\frac{11}{4}$	$\frac{15}{4}$	$\frac{3}{4}$	1	$-\frac{1}{4}$	$\frac{900}{4}$
$x_1$	0	1	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{8}$	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{300}{8}$

- 진입 변수:  $x_3$

- 퇴출 변수:  $\bar{x}_5$

	$Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$\bar{x}_5$	$\bar{x}_6$	RHS
	1	0	$\frac{1}{3}$	0	-2	$\frac{2}{3} + M$	$\frac{1}{3} + M$	300
$x_3$	0	0	$\frac{11}{15}$	1	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{15}$	$-\frac{1}{15}$	60
$x_1$	0	1	$\frac{1}{30}$	0	$\frac{3}{5}$	$-\frac{1}{30}$	$\frac{2}{15}$	30

- 진입 변수:  $x_4$

- 퇴출 변수:  $x_1$

	$Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$\bar{x}_5$	$\bar{x}_6$	RHS
	1	$\frac{10}{3}$	$\frac{4}{9}$	0	0	$\frac{5}{9} + M$	$\frac{7}{9} + M$	400
$x_3$	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{13}{18}$	1	0	$\frac{5}{18}$	$-\frac{1}{9}$	50
$x_4$	0	$\frac{5}{3}$	$\frac{1}{18}$	0	1	$-\frac{1}{18}$	$\frac{2}{9}$	50

종료.

- $x_1 = 0$
- $x_2 = 0$
- $x_3 = 50$
- $x_4 = 50$
- $x_5 = 0$
- $x_6 = 0$
- $Z = 400$

**C**

$$\text{Minimize } Z - \bar{x}_5 - \bar{x}_6 = 0$$

$$\text{Subject to } 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 + \bar{x}_5 = 300$$

$$8x_1 + x_2 + x_3 + 5x_4 + \bar{x}_6 = 300$$

and

$$x_j \geq 0, \text{ for } j = 1, 2, 3, 4$$

$$\bar{x}_5 \geq 0, \bar{x}_6 \geq 0$$

Minimize를 Maximize로 바꿔주자.

$$\begin{aligned}
&\text{Maximize} && -Z + \bar{x}_5 + \bar{x}_6 = 0 \\
&\text{Subject to} && 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 + \bar{x}_5 = 300 \\
&&& 8x_1 + x_2 + x_3 + 5x_4 + \bar{x}_6 = 300 \\
&&& \text{and} \\
&&& x_j \geq 0, \text{ for } j = 1, 2, 3, 4 \\
&&& \bar{x}_5 \geq 0, \bar{x}_6 \geq 0
\end{aligned}$$

표로 작성하면

	$-Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$\bar{x}_5$	$\bar{x}_6$	RHS
	1	0	0	0	0	1	1	0
$\bar{x}_5$	0	2	3	4	2	1	0	300
$\bar{x}_6$	0	8	1	1	5	0	1	300

basic 변수를 0이 되도록 다시 계산하면

	$-Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$\bar{x}_5$	$\bar{x}_6$	RHS
	1	-10	-4	-5	-7	0	0	-600
$\bar{x}_5$	0	2	3	4	2	1	0	300
$\bar{x}_6$	0	8	1	1	5	0	1	300

자 이제 표를 완성해보자.

- 진입변수:  $x_1$
- 퇴출변수:  $\bar{x}_6$

	$-Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$\bar{x}_5$	$\bar{x}_6$	RHS
	1	0	$-\frac{11}{4}$	$-\frac{15}{4}$	$-\frac{3}{4}$	0	$\frac{5}{4}$	-225
$\bar{x}_5$	0	0	$\frac{11}{4}$	$\frac{15}{4}$	$\frac{3}{4}$	1	$-\frac{1}{4}$	225
$x_1$	0	1	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{8}$	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{75}{2}$

- 진입변수:  $x_3$
- 퇴출변수:  $\bar{x}_5$

	$-Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$\bar{x}_5$	$\bar{x}_6$	RHS
	1	0	0	0	0	1	1	0
$x_3$	0	0	$\frac{11}{15}$	1	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{15}$	$-\frac{1}{15}$	60
$x_1$	0	1	$\frac{1}{30}$	0	$\frac{3}{5}$	$-\frac{1}{30}$	$\frac{2}{15}$	30

Phase 1 종료.

이제 필요없는 인공변수를 제거하고, 기존의 obj를 가져와서 다시 표를 만들어보자.

	$-Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	RHS
	1	0	0	0	0	0
$x_3$	0	0	$\frac{11}{15}$	1	$\frac{1}{5}$	60
$x_1$	0	1	$\frac{1}{30}$	0	$\frac{3}{5}$	30

뭐야 어떻게 해

## 4.6-3

**a**

$$\text{Maximize } -Z = -2x_1 - 3x_2 - x_3 - M\bar{x}_5 - M\bar{x}_7$$

$$\text{Subject to } x_1 + 4x_2 + 2x_3 - x_4 + \bar{x}_5 = 8$$

$$3x_1 + 2x_2 - x_6 + \bar{x}_7 = 6$$

and

$$x_j \geq 0, \text{ for } j = 1, 2, 3, 4, 6$$

$$\bar{x}_5 \geq 0, \bar{x}_7 \geq 0$$

**b**

먼저 basic 변수를 0으로 만들어주자.

	$-Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$\bar{x}_5$	$x_6$	$\bar{x}_7$	RHS
	1	$2 - 4M$	$3 - 6M$	$1 - 2M$	$M$	0	$M$	0	$-14M$
$\bar{x}_5$	0	1	4	2	-1	1	0	0	8
$\bar{x}_7$	0	3	2	0	0	0	-1	1	6

**c**

**d**

**4.6-8**

**a**

## 4.7-4

a

b



**5.1-6**

**5.1-20**

**5.2-1**

**5.2-2**