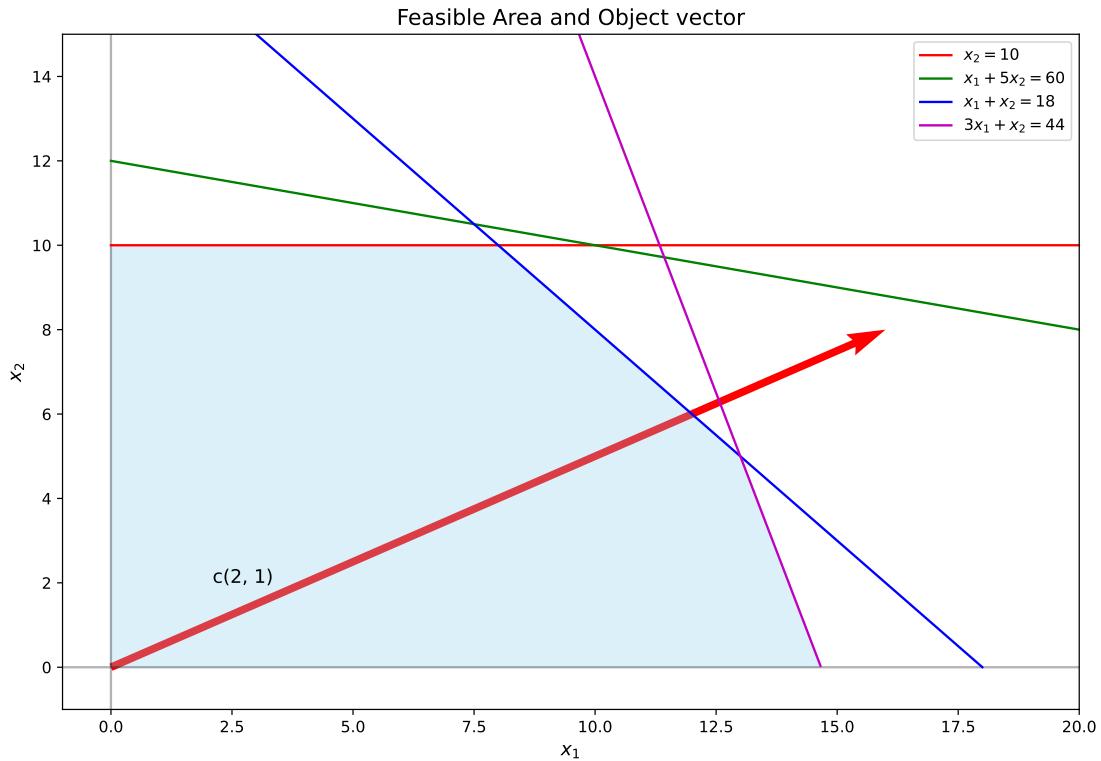


OR 과제 - 1

20192208 김형훈

2025-03-13

3.1.5



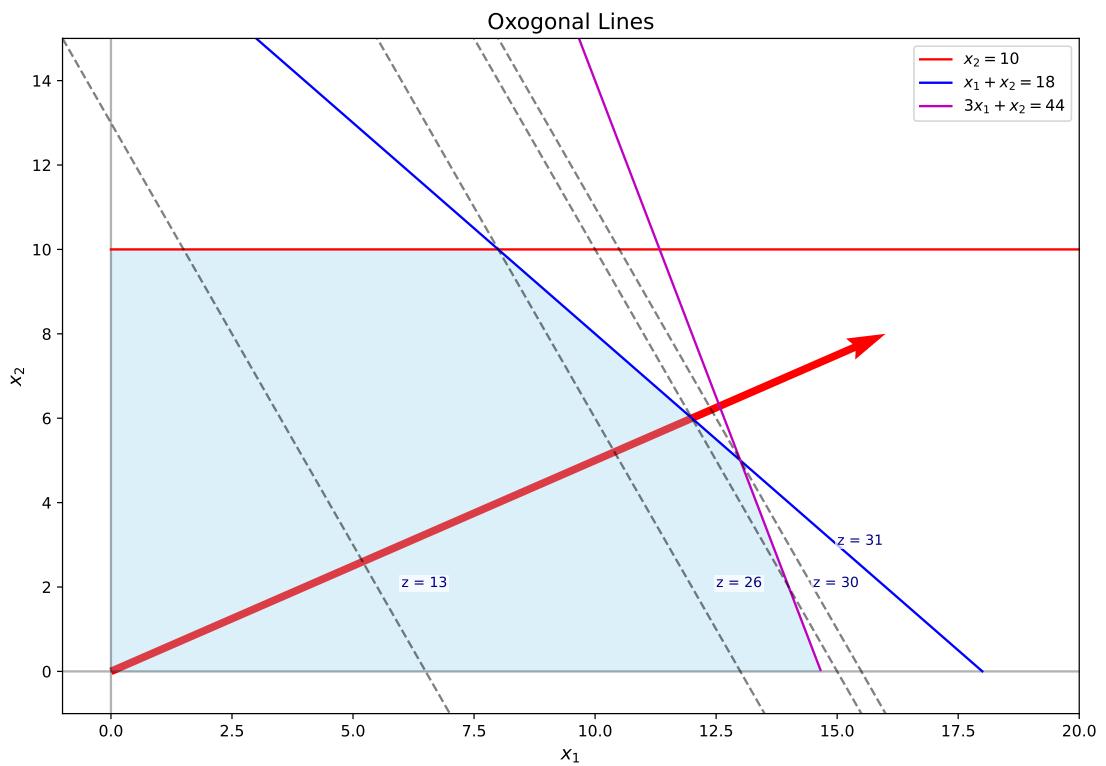
가능해 영역과 obj function의 vector를 그래프로 그려보았다.

이제 최적해를 찾기 위해 obj function과 수직한 직선을 그린 후, 가능해 영역과 만나는 점을 찾아보자.

obj function과 수직인 직선은 vector $(2, 1)$ 과 dot product시 0인 vector $(1, -2)$ 의 기울기를 가진다.

고로 직선의 방정식은 $x_2 = -2x_1 + z$ 이다.

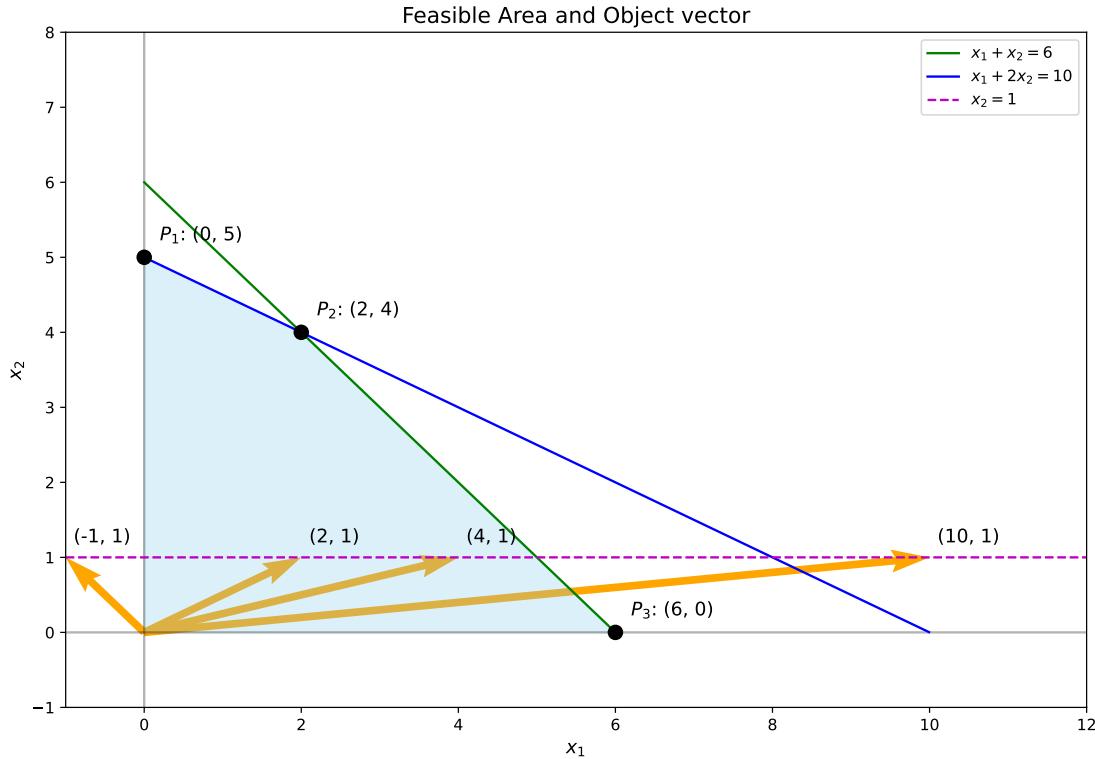
z 의 값이 최대가 되는 경우를 찾아보자.



가능해 영역에서 목적함수는 최대 31의 값을 가진다.

고로 답은 31

3.1.12



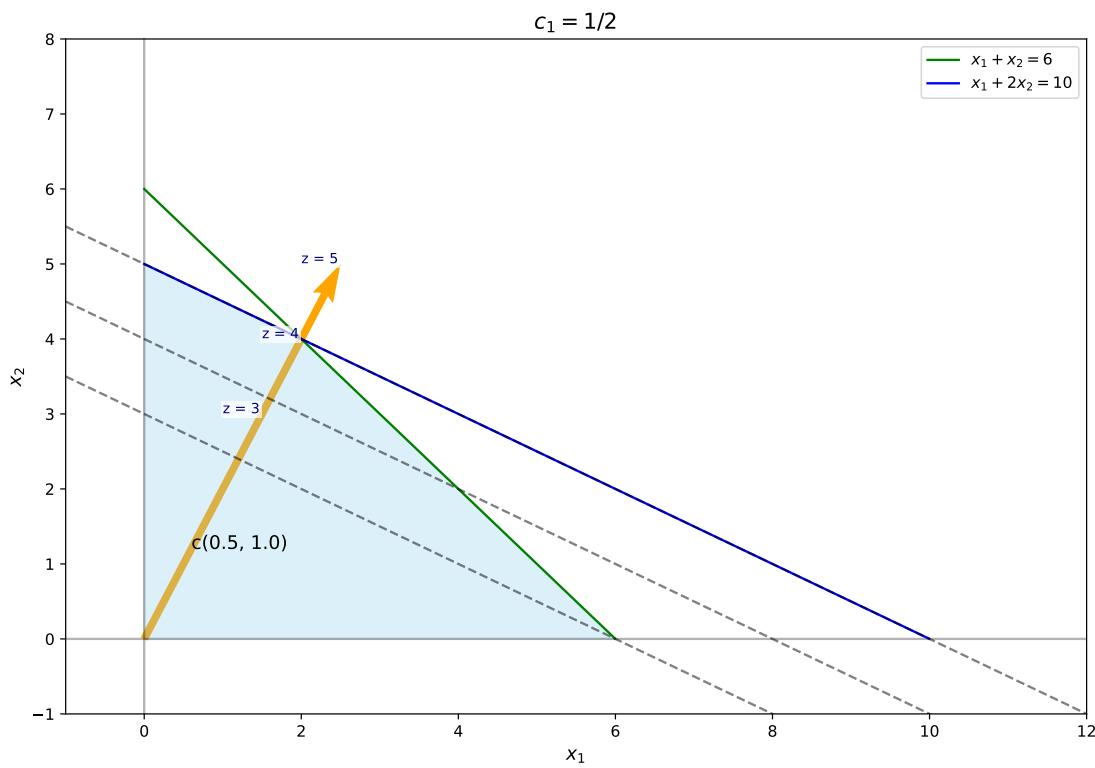
위의 그래프와 같이, c_1 의 값에 따라 목적함수의 벡터의 방향이 달라지고, 벡터의 방향이 달라지면 최적해도 매번 달라질 수 있다.

이때 (x_1, x_2) 의 최적해는 CPF의 edge와 수직이 되는 목적함수의 vector를 분기로 달라진다. 따라서 각각의 edge와 목적함수 벡터가 수직이 되게 하는 c_1 의 값을 파악해야 한다.

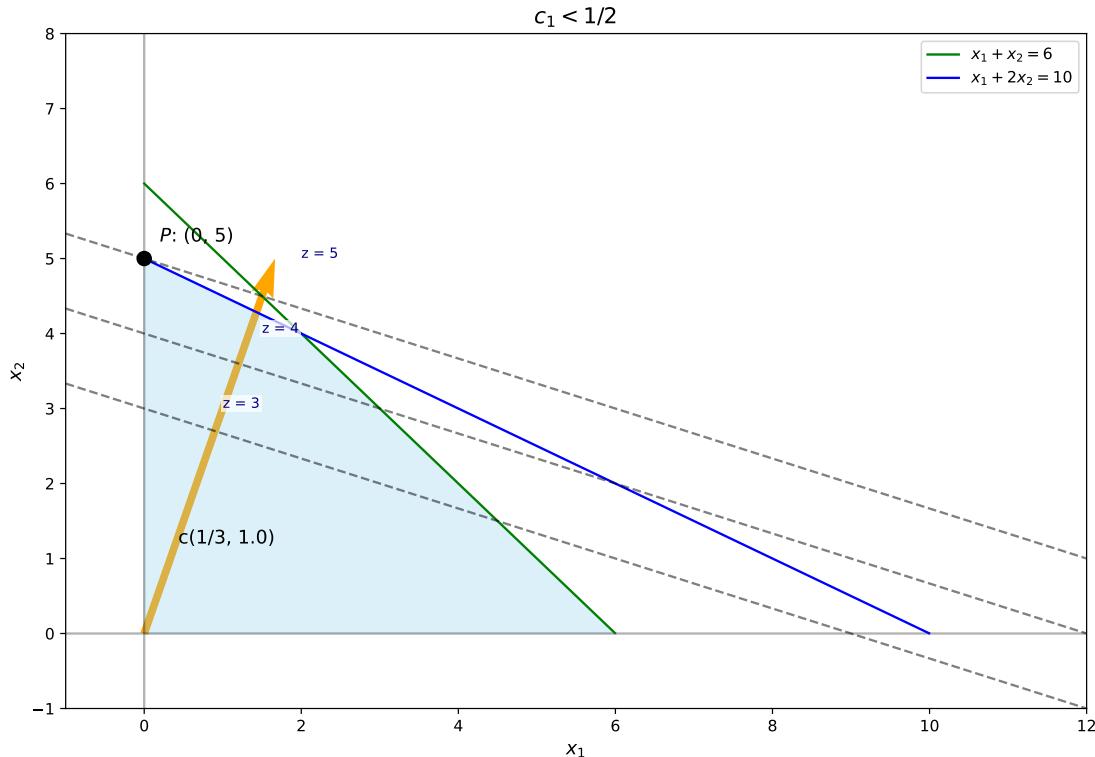
점 $(0, 5)$ 에서 점 $(2, 4)$ 를 지나는 벡터는 $(2 - 0, 4 - 5) = (2, -1)$ 이다. 이와 수직한 방향 벡터는 $(1, 2)$ 이고, x_2 가 1이 되도록 scaling하면 $(\frac{1}{2}, 1)$ 이 된다.

점 $(2, 4)$ 에서 점 $(6, 0)$ 을 지나는 벡터는 $(6 - 2, 0 - 4) = (4, -4)$ 이다. 이와 수직한 방향 벡터는 $(1, 1)$ 이다.

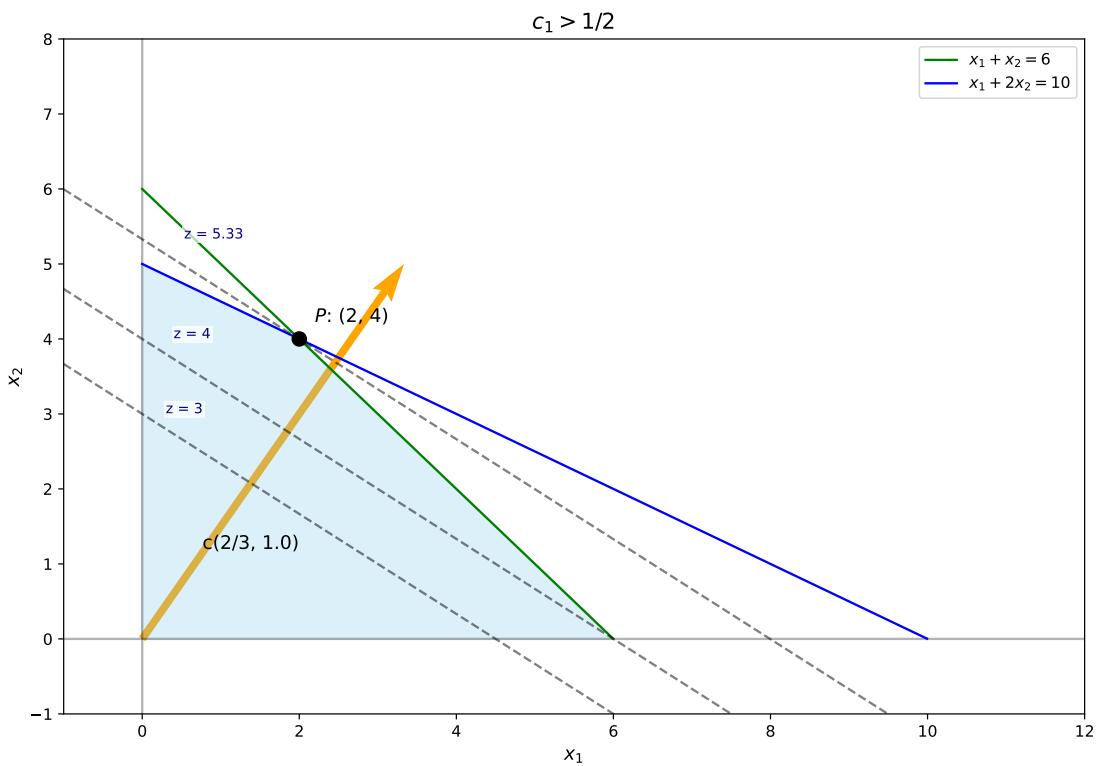
이제 c_1 의 값이 $\frac{1}{2}$ 와 1을 지날 때, 각각 최적해가 어떻게 변하는지 그래프로 살펴보자.



위 그래프와 같이 c_1 이 $\frac{1}{2}$ 일 때 최적해는 제약 함수와 정확히 일치하여, ∞ 개의 optimal solution을 가지게 된다.



만약 c_1 이 $\frac{1}{2}$ 보다 작은 경우, 최적해는 $(0, 5)$ 가 된다.

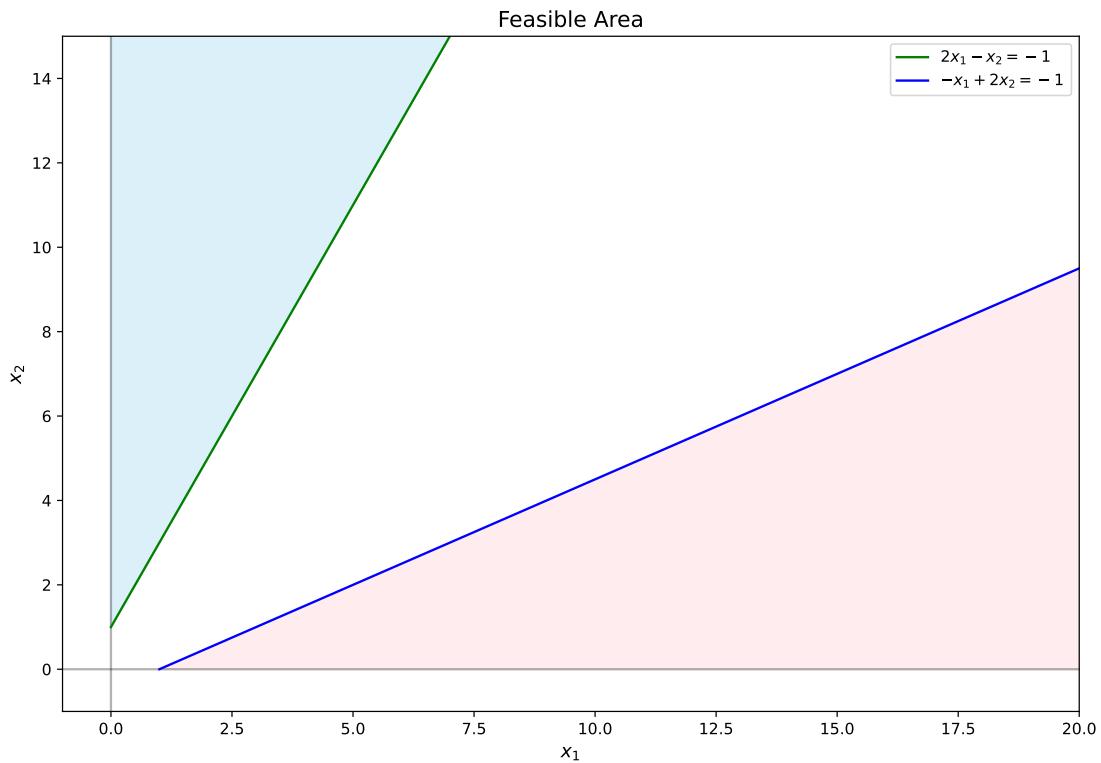


반면 c_1 이 $\frac{1}{2}$ 보다 큰 경우, 최적해는 $(2, 4)$ 가 된다.

위와 같이 c_1 의 값을 $(6, 0), (2, 4)$ 의 edge에 대해서도 조정을 해보면 최종적으로 아래와 같은 수식을 구할 수 있다.

$$\begin{cases} (0, 5) & \text{if } c_1 < \frac{1}{2} \\ \infty & \text{if } c_1 = \frac{1}{2} \\ (2, 4) & \text{if } \frac{1}{2} < c_1 < 1 \\ \infty & \text{if } c_1 = 1 \\ (6, 0) & \text{if } c_1 > 1 \end{cases}$$

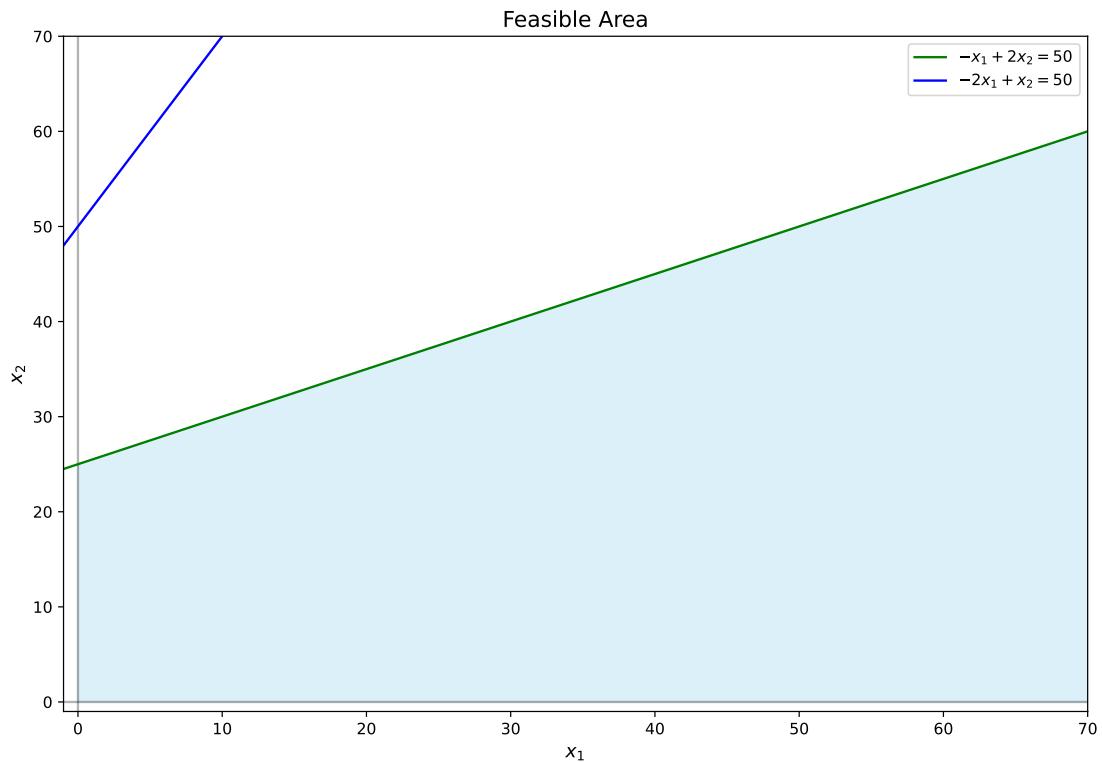
3.2.5



제약식의 공통 영역이 존재하지 않는다. 따라서 feasible area가 존재하지 않는다.

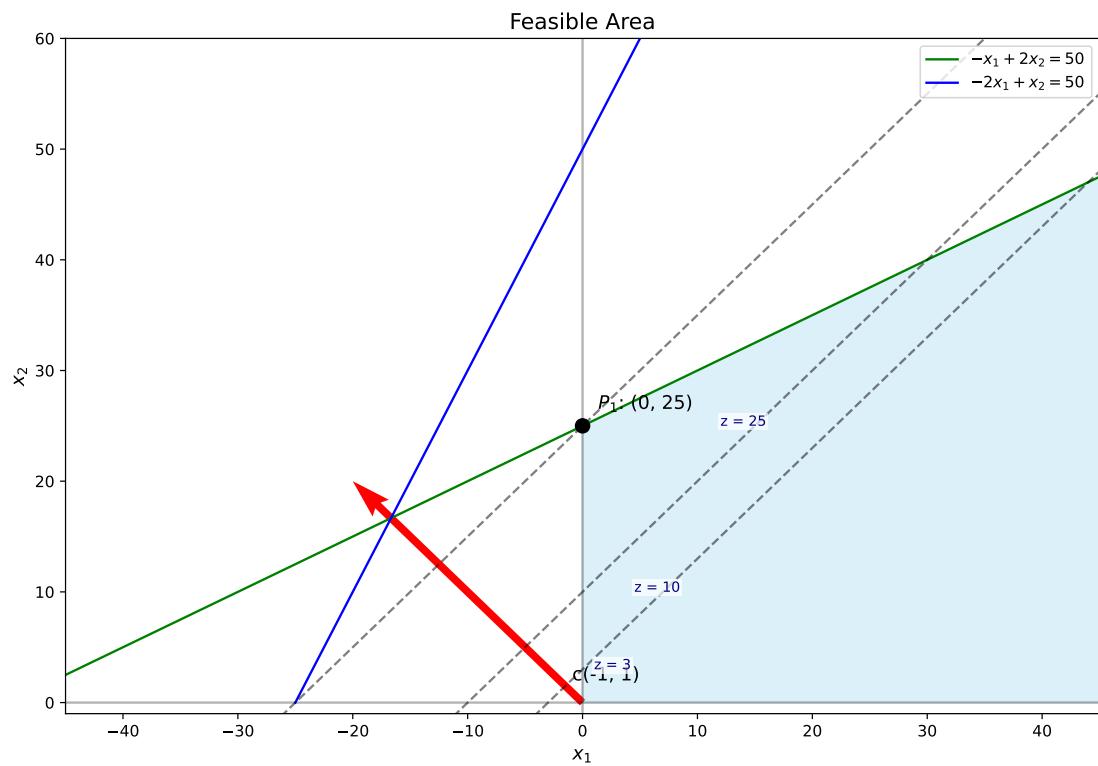
3.2.6

a



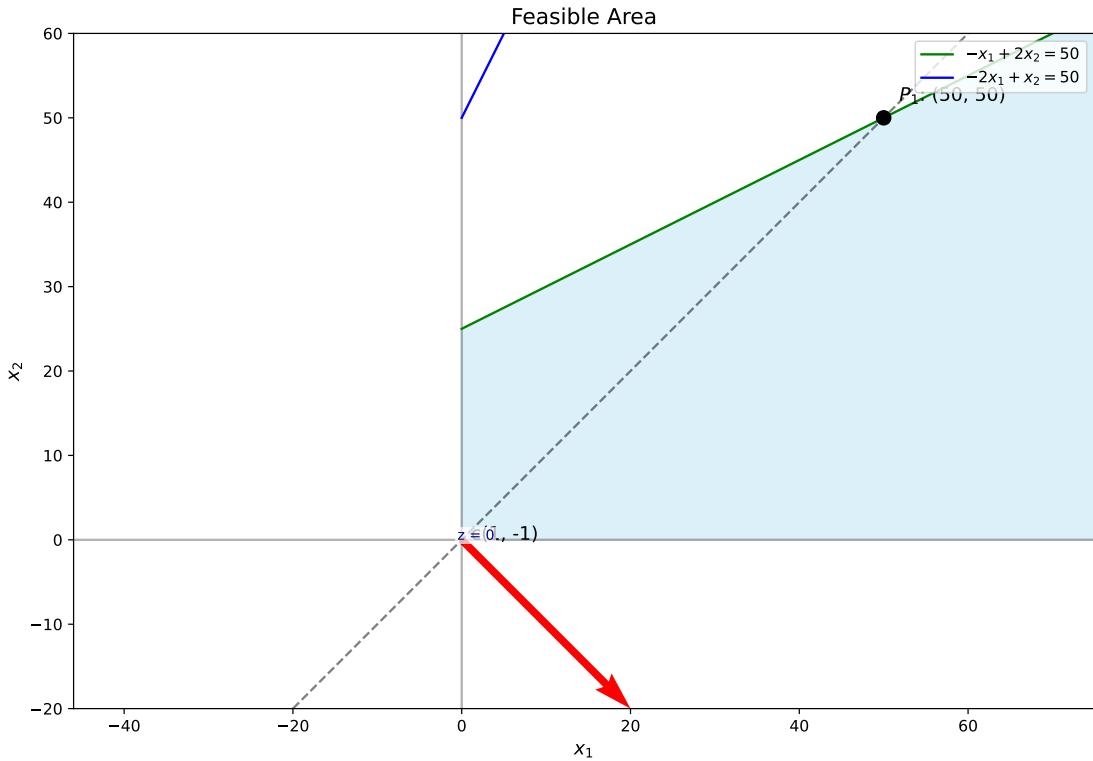
$-x_1 + 2x_2 = 50$ 아래의 영역이 모두 feasible area 이므로 한계가 없다.

b



$(0, 25)$ 에서 최적해를 가진다.

c



(50, 50)에서 최적해를 가진다.

d

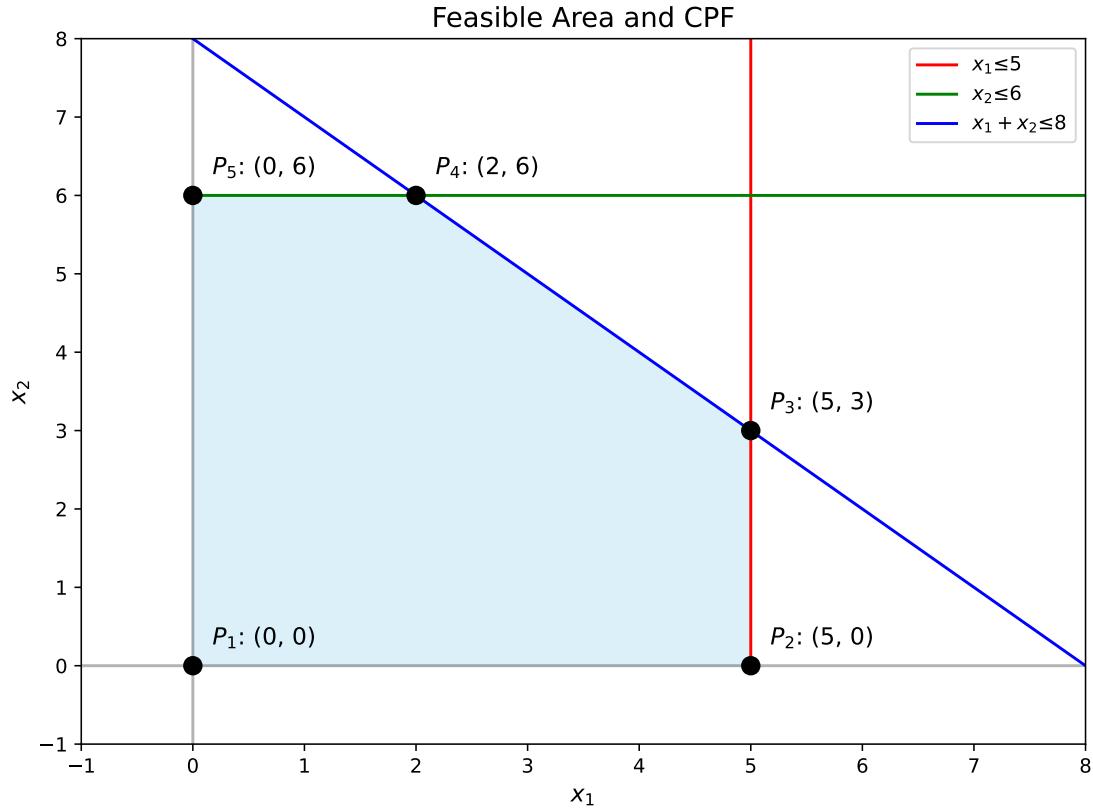
일단 part b, c에서 제시된 목적함수에 대한 최적해는 존재한다.

하지만, 여기서 모델링한 모형은 feasible area가 무한하기 때문에 최적해가 무한대로 나올 수 있다. (목적 함수 벡터가 양의 방향이면 무한한 최적해가 나올 수 있을듯 하다.)

이런 경우는 제약조건이 누락되었거나 잘못되었을 가능성이 높아보인다.

4.1.1

a



b

CPF	경계선 방정식
$P_1(0, 0)$	$x_1 = 0, x_2 = 0$
$P_2(5, 0)$	$x_1 = 5, x_2 = 0$
$P_3(5, 3)$	$x_1 = 5, x_1 + x_2 = 8$
$P_4(2, 6)$	$x_2 = 6, x_1 + x_2 = 8$
$P_5(0, 6)$	$x_1 = 0, x_2 = 6$

c

그냥 각 CPF의 좌표가 경계선의 방정식을 끈 x_1, x_2 값이다.

d

CPF	인접 CPF
$P_1(0, 0)$	$P_2(5, 0), P_5(0, 6)$
$P_2(5, 0)$	$P_1(0, 0), P_3(5, 3)$
$P_3(5, 3)$	$P_2(5, 0), P_4(2, 6)$
$P_4(2, 6)$	$P_3(5, 3), P_5(0, 6)$
$P_5(0, 6)$	$P_1(0, 0), P_4(2, 6)$

e

CPF 쌍	공유 제약식 경계선
$P_1(0, 0), P_2(5, 0)$	$x_2 = 0$
$P_1(0, 0), P_5(0, 6)$	$x_1 = 0$
$P_2(5, 0), P_3(5, 3)$	$x_1 = 5$
$P_3(5, 3), P_4(2, 6)$	$x_1 + x_2 = 8$
$P_4(2, 6), P_5(0, 6)$	$x_2 = 6$