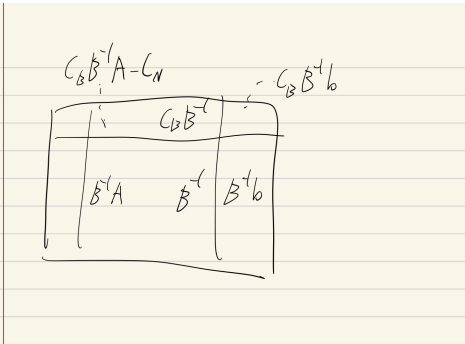


상대이론

표 6.14 대응하는 원-쌍대 형태들

라벨	원문제(혹은 쌍대문제)	쌍대문제(혹은 원문제)
	Maximize Z (or W)	Minimize W (or Z)
상식 이상 기괴	Constraint i :	Variable y_i (or x_i):
	\leq form \leftarrow	$y_i \geq 0$
	$=$ form \leftarrow	Unconstrained
	\geq form \leftarrow	$y_i \leq 0$
상식 이상 기괴	Variable x_j (or y_j):	Constraint j :
	$x_j \geq 0 \leftarrow$	\geq form
	Unconstrained \leftarrow	$=$ form
	$x_j' \leq 0 \leftarrow$	\leq form

민감도 분석



primal simplex

Minimize $W = 40y_1 + 20y_2 + 90y_3$
Subject to $3y_1 + y_2 + 5y_3 \geq 5$
 $y_1 + y_2 + 3y_3 \geq 10$
 $y_1, y_2, y_3 \geq 0$

iteration 1

	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	RHS
	1	-5	-10	0	0	0	0
x_3	0	3	1	1	0	0	40
x_4	0	1	1	0	1	0	20
x_5	0	5	3	0	0	1	90

- bfs: (0, 0, 40, 20, 90)
- 상보기저해: (0, 0, 0, -5, -10)

iteration 2

	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	RHS
	1	5	0	0	10	0	200
x_3	0	2	0	1	-1	0	20
x_2	0	1	1	0	1	0	20
x_5	0	2	0	0	-3	1	30

- bfs: (0, 20, 20, 0, 30)
- 상보기저해: (0, 10, 0, 5, 0)

dualsimplex

Minimize $W = 40y_1 + 20y_2 + 90y_3$
Subject to $3y_1 + y_2 + 5y_3 \geq 5$
 $y_1 + y_2 + 3y_3 \geq 10$
 $y_1, y_2, y_3 \geq 0$

Minimize $W = 40y_1 + 20y_2 + 90y_3$
Subject to $-3y_1 - y_2 - 5y_3 \leq -5$
 $-y_1 - y_2 - 3y_3 \leq -10$
 $y_1, y_2, y_3 \geq 0$

Maximize $-W = -40y_1 - 20y_2 - 90y_3$
Subject to $-3y_1 - y_2 - 5y_3 + y_4 = -5$
 $-y_1 - y_2 - 3y_3 + y_5 = -10$
 $y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 \geq 0$

iteration 1

	$-W$	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	RHS
	1	40	20	90	0	0	0
y_4	0	-3	-1	-5	1	0	-5
y_5	0	-1	-1	-3	0	1	-10

- bfs: (0, 0, 0, -5, -10)

iteration 2

	$-W$	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	RHS
	1	20	0	30	0	20	-200
y_4	0	-2	0	-2	1	-1	5
y_2	0	1	1	3	0	-1	10

- bfs: (0, 10, 0, 5, 0)

upper bound

Maximize $Z - 2x_1 - 3x_2 = 0$
Subject to $x_3 = 20 - 3x_1 + 9x_2$
 $0 \leq x_1 \leq \frac{40}{3}, 0 \leq x_2 \leq \frac{40}{9}, x_3 \geq 0$

- x_2 enter

$Z - 2x_1 - 3x_2 = 0$
 $x_3 = 20 + 9x_2 \quad \dots \quad x_2 \leq \frac{40}{9}$

$x_2 = \frac{40}{9} - y_2$
 $x_3 = 60 - 3x_1 - 9y_2 \quad \dots \quad x_1 \leq \frac{40}{3}$
 $Z - 2x_1 + 3y_2 = \frac{40}{3}$

- x_1 enter

$x_1 = \frac{40}{3} - y_1$
 $x_3 = 20 + 3y_1 - 9y_2$
 $Z + 2y_1 + 3y_2 = 40$

- bfs(x_1, x_2, x_3, y_1, y_2): ($\frac{40}{3}, \frac{40}{9}, 20, 0, 0$)
- obj: = 40

수송 문제

- 공급량과 수요량이 일치하지 않는 경우: dummy 수요를 만들고, cost를 0으로 설정.
- 최소, 최대 수요량이 있는 경우: 가상 근원지

	Acre Foot당 비용(단위 10달러)				공급
	Berdoo	Los Devils	San Go	Hollyglass	
Colombo River	16	13	22	17	160
Sacron River	14	13	19	15	
Calorie River	19	20	23	—	
최소요구량	30 50	70 70	0 30	10 60	(백만 acre feet의 단위)
150					

표 8.12 Metro Water District를 위한 매개변수표

			분배되는 단위당 비용(천만 달러)					
			목적지					
			Berdoo (min.) 1	Berdoo (extra) 2	Los Devils 3	San Go 4	Hollyglass 5	
근원지	Colombo River	1	16	16	13	22	17	50
	Sacron River	2	14	14	13	19	15	60
	Calorie River	3	19	19	20	23	M	50
	Dummy	4(D)	M	0	M	0	0	50
	수요		30	20	70	30	60	

bfs를 만들기 위한 절차

		분배되는 단위당 비용(천만 달러)					공급	
		목적지						
		Berdoo (min.) 1	Berdoo (extra) 2	Los Devils 3	San Go 4	Hollyglass 5		
근원지	Colombo River	1	16	16	13	22	17	50
	Sacron River	2	14	14	13	19	15	60
	Calorie River	3	19	19	20	23	M	50
	Dummy	4(D)	M	0	M	0	0	50
수요			30	20	70	30	60	

Figure 1: 문제 예시

1. 북모서리법으로 기저변수를 선택

■ 표 8.16 Metro Water District를 위한 최소 필요가 없는 매개변수표

		목적지					공급	u_i
		1	2	3	4	5		
근원지	1	16 (30)	16 (20)	13	22	17	50	
	2	14	14 (0)	13 (60)	19	15	60	
	3	19	19	20 (10)	23 (30)	M (10)	50	
	4(D)	M	0	M	0	0 (50)	50	
수요		30	20	70	30	60	$Z = 2,470 + 10M$	
v_j								

최적화 검사 절차

- 가장 많은 할당이 일어난 행의 변수 하나를 0으로 설정
- 기저인 x_{ij} 의 i, j 에 대해 $c_{ij} = u_i + v_j$ 를 만족한다는 성질로 u_i 와 v_j 를 계산한다.
- 비기저 변수들의 $c_{ij} - u_i - v_j$ 를 계산한다.
- 모두 양수이면 최적.

반복

- 진입기저변수를 결정하라: 가장 큰(절댓값으로) 음의 값 $C_{jj} - u_i - v_j$ 를 가지는 비기저변수 x_{ij} 를 선택하라.
- 탈락기저변수를 결정하라: 진입기저변수가 증가할 때 가능을 유지하기 위해 요구되는 연쇄반응을 식별하라. 기증셀들 중에서, 가장 작은 값을 가지는 기저변수를 선택하라.
- 새 기저가능해를 결정하라: 탈락변수의 값을 각 수신셀의 할당에 더하라. 그 값을 각 기증 셀의 할당에서 빼어라.

다익스트라 최소비용 문제로 전환

시작점 용량은 $\text{len}(\text{node}) - 1$, 나머지는 -1로 설정하고 용량은 무한

최대흐름문제 최소비용 문제로 전환

도착점에서 출발점 arc를 생성한 후, $\max x_{fa}$, cost, outflow - inflow는 모두 0으로 설정.

7. 네트워크 심플렉스 해법

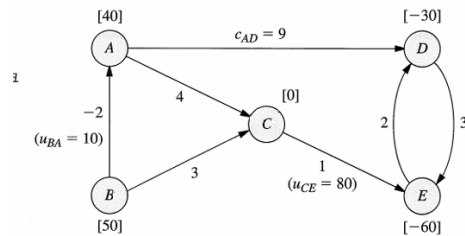
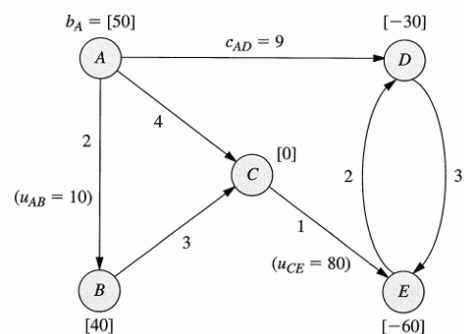


Figure 2: x_{AB} 가 상한값에 도달했다고 가정

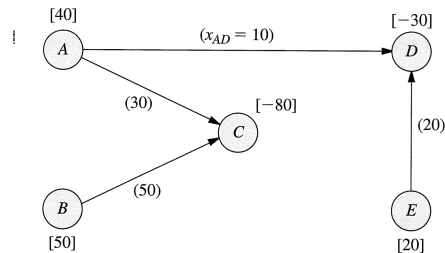
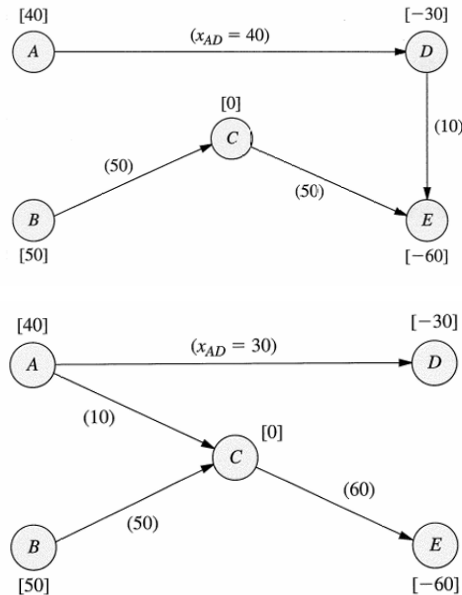


Figure 3: x_{CE} 가 상한값에 도달해서 역방향됨

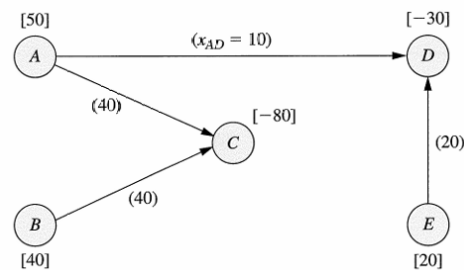


Figure 4: x_{BA} 가 진입하고, x_{AB} 가 퇴출

