全國高級中等學校 103 學年度工業類科學生技藝競賽電腦軟體設計

壹、試卷說明:

- 1. 請將寫好之程式原始檔依題號命名資料夾存檔,第一題取姓名_Q1,第二題取姓名_Q2,依序命名存檔,並存於碟之資料夾"姓名_Contest"中。
- 2. 競賽時間 4 小時。
- 3 將程式及編譯成執行檔儲存在 C 碟之資料夾姓名 Contest。

貳、評分說明:本試卷共六題,每題配分不一。

- 1. 每題評分只有對與錯兩種,對則給滿分,錯則不給分(即以零分計算)。
- 2. 每解答完一題上傳(程式及執行檔),評審人員將針對該題進行測試,若解題正確則回應正確,若解題錯誤則扣該題一分至該題零分為止,答錯之題目可繼續作答。

試題一:台北市上班搭捷運、坐公車、和自己開車遲到的機率(17分)

說明:假設在台北市上班的方式只有搭捷運、坐公車、和自己開車三種。假設搭捷運上班的機率為 $x(0 \le x \le 1)$;坐公車上班的機率為 $y(0 \le y \le 1)$;自己開車上班的機率為 $z(0 \le z \le 1)$,x + y + z = 1。搭捷運遲到的機率為 $a(0 \le a \le 1)$;坐公車遲到的機率為 $b(0 \le b \le 1)$;開車遲到的機率為 $c(0 \le c \le 1)$ 。

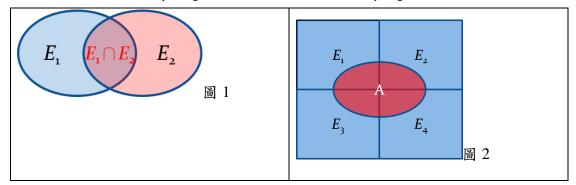
請你設計一個程式,可用條件機率和貝氏定理來計算以下兩個問題的解。

- (1) 在台北市的上班族遲到的機率是多少?
- (2) 如果已知有一個人上班遲到,那他是自己開車的機率為何?

說明 1:假設 E_1 和 E_2 事件發生的機率分別是 $P(E_1)$ 和 $P(E_2)$ 。在事件 E_2 發生的情況之下事件 E_1 發生的條件機 率 $P(E_1 \mid E_2)$ 定義為

$$P(E_1 \mid E_2) = \begin{cases} \frac{P(E_1 \cap E_2)}{P(E_2)}, P(E_2) \neq 0 \\ 0, & \text{ 其他} \end{cases}$$

<舉例>:在圖 1 中 $P(E_2) = 0.4$, $P(E_1 \cap E_2) = 0.1$,則條件機率 $P(E_1 \mid E_2) = 0.1 / 0.4 = 0.25$ 。



說明2:已知n個事件 E_1 , E_2 ,···· E_n 彼此之間沒有交集,而且 $\sum_{i=1}^n P(E_i) = 1$ 。如果已知條件機率 $\{P(A|E_i)\}_{i=1}^n$,

那麼事件 A 發生的機率可以表示為 $P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(E_i)P(A|E_i)$ 。接著使用貝氏定理便可以反推得到"在事件 A 發生的前提之下 E_i 發生的條件機率 $P(E_i|A)$ ":

$$P(E_i \mid A) = \frac{P(E_i \cap A)}{P(A)} = \frac{P(E_i)P(A \mid E_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(E_i)P(A \mid E_i)}$$

零例>:在圖 2 中 $P(E_1)$ + $P(E_2)$ + $P(E_3)$ + $P(E_4)$ = 1;其中 $P(E_1)$ = 0.1, $P(E_2)$ = 0.2, $P(E_3)$ = 0.3, $P(E_4)$ = 0.4;已知條件機率 $P(A \mid E_1)$ = 0.5, $P(A \mid E_2)$ = 0.6, $P(A \mid E_3)$ = 0.7, $P(A \mid E_4)$ = 0.8,則 P(A) = 0.1*0.5 + 0.2*0.6 + 0.3*0.7

+0.4*0.8+=0.7。由貝氏定理可以得到條件機率 $P(E_1|A)=(0.1*0.5)/0.7$; $P(E_2|A)=(0.2*0.6)/0.7$; $P(E_3|A)=(0.3*0.7)/0.7$; $P(E_4|A)=(0.4*0.8)/0.7$ 。

參考範例:當輸入 $x \cdot y \cdot z \cdot a \cdot b \cdot c$ 之數值均介於[0,1]之間時可以正確的解出以上兩個問題之解:



圖 3(在台北市的上班族遲到的機率為 0.041)

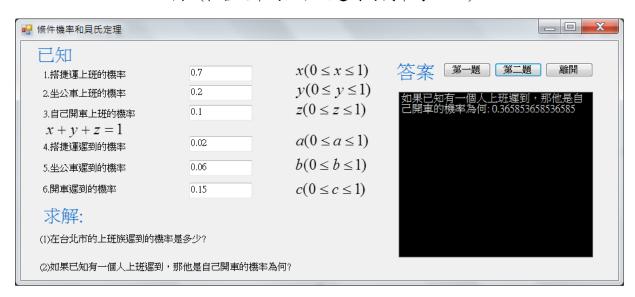
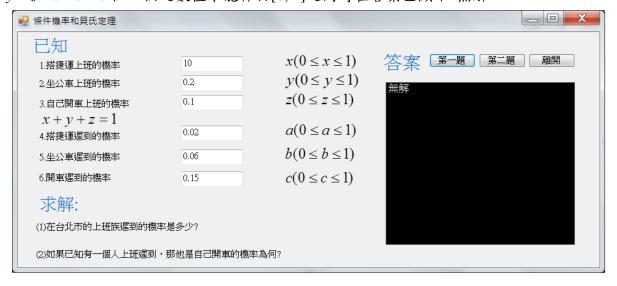


圖 4(如果已知有一個人上班遲到,那他是自己開車的機率為 0.3658536585)

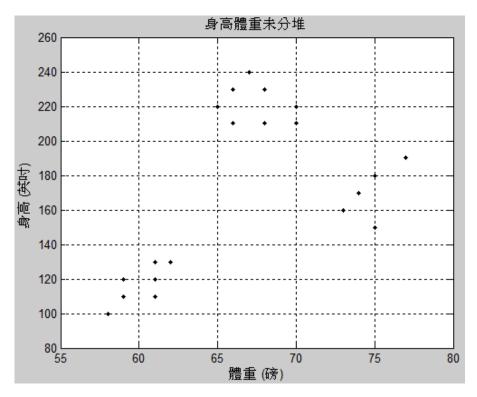
當輸入 $x \cdot y \cdot z \cdot a \cdot b \cdot c$ 任一個之數值未能介於[0,1]之間時在答案區顯示"無解"





試題二:分堆問題(16分)

說明:分堆問題是把聚在一起的資料,當作一堆,如下圖所示,為 20 個人之身高和體重之分佈,其中,水平軸是體重,垂直軸是身高,由此圖,我們可以知道有三堆,每一堆的身高和體重都差不多,但是電腦要如何知道有三堆呢?



有一個分堆演算法如下:

- 1. 輸入 N 個人 (x_i) 之身高 H_i 和體重 W_i 資料, $1 \le i \le N$ 。
- 2. 因為每個人之身高 H_i 和體重 W_i ,其單位不一樣,所以,以下列式子,來得到正規化之身高 NH_i 和體重 NW_i 。

$$NH_i = \frac{H_i - \mu_H}{\sigma_H}$$
 (1)
$$NW_i = \frac{W_i - \mu_W}{\sigma_W}$$
 (2)

其中, μH, μW, σH, σW, 分别定義如下:

$$\mu_{H} = \frac{\sum_{i=1}^{N} H_{i}}{N}$$
 (3)
$$\mu_{W} = \frac{\sum_{i=1}^{N} W_{i}}{N}$$
 (4)
$$\sigma_{H} = \frac{\sum_{i=1}^{N} (H_{i} - \mu_{H})^{2}}{N}$$
 (5)
$$\sigma_{W} = \frac{\sum_{i=1}^{N} (W_{i} - \mu_{W})^{2}}{N}$$
 (6)

- 4. 執行以下步驟 200 次,若是分堆穩定,即每一堆都沒有異動了,表示分堆完成,就提早結束。
- 5. 在第 t 次中,計算第 j 堆 $S_i^{(t)}$ 中,所有人之平均身高 $u_i^{(t)}(H)$ 和平均體重 $u_i^{(t)}(W)$,其公式分別如下:

$$u_{j}^{(t)}(H) = \frac{1}{\left|S_{j}^{(t)}\right|} \sum_{x_{i} \in S_{j}^{(t)}} x_{i}(H_{i}) \tag{8}$$

$$u_{j}^{(t)}(W) = \frac{1}{\left|S_{j}^{(t)}\right|} \sum_{x_{i} \in S_{j}^{(t)}} x_{i}(W_{i}) \tag{8}$$

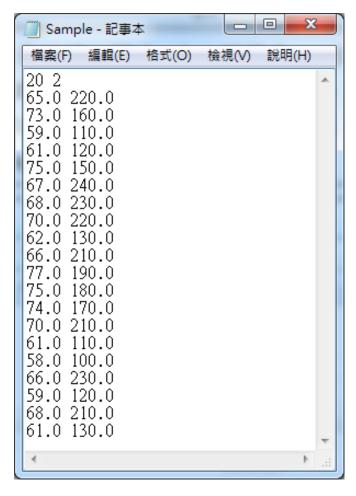
- 6. 其中, $x_i(H_i)$ 和 $x_i(W_i)$ 分別為第 x_i 位人之身高 H_i 和體重 W_i , $x_i \in S_i^{(t)}$ 是第 x_i 位人屬於在第 t 次中,第 j 堆 $S_i^{(t)}$ 之人。
 - 例如,假設有 d0, d1, d2 三個人聚成一堆,其體重和身高分別為 d0 = {64, 110}, d1 = {65, 160}, d2 = {72, 180}. 則這一堆之平均體重和平均身高為{(64+65+72)/3, (110+160+180)/3} = {67.0, 150.0}.
- 7. 依照這新的每堆之平均身高 $u_i^{(t)}(H)$ 和平均體重 $u_i^{(t)}(W)$,重新更動每一堆的人選,其做法是將第 x_i 位人之身高和體重與第 j 堆之平均身高 $u_i^{(t)}(H)$ 和平均體重 $u_i^{(t)}(W)$ 計算距離 $d_i(x_i)$,其公式如下:

$$d_{j}(x_{i}) = \sqrt{\sum_{x_{i} \in S_{j}^{(t)}} \left\| x_{i} - \mu_{j}^{(t)} \right\|^{2}}$$
 (9)
$$d_{j*}(x_{i}) = \arg\min_{0 \le j \le 2} d_{j}(x_{i})$$
 (10)

其中,arg min 表示從 j 堆距離中,找出第 x_i 人距離哪一堆最近,j*表示,第 x_i 人要重新分配到第 j 堆 $S_j^{(t)}$ 中。例如,假設有一 d0 人之身高和體重為{140,68},假設有三堆 c0, c1, c2 其平均身高和平均體重分別為 c0 = {120.0,66.0}, c1 = {160.0,69.0}, 和 c2 = {130.0,70.0},在此我們用未正規化資料來說明,d0 和 c0 之距離為 sqrt((68 - 66.0)^2 + (140 - 120.0)^2) = 20.10,而 d0 和 c1 之距離為 sqrt((68 - 69.0)^2 + (140 - 160.0)^2) = 20.22,d0 和 c2 之距離為 sqrt((68 - 70.0)^2 + (140 - 130.0)^2) = 10.20. 所以,d0 最靠近 c2,也就是 d0 要重新分配到第 2 堆中,sqrt 表示開根號。

程式功能:請利用上述演算法,寫一個程式,能完成以下功能要求:

(1) 能讓使用者挑選文字檔,此文字檔之範例 Sample.txt 如下:



其中,第一列之20,表示有20個人,第一列之2表示每個人有體重和身高2個資料,第二列起是這20個人之體重和身高。

(2) 能讓正確分類。程式執行範例:

作桌編號	選手	姓名	代	表學校			第0堆			第1堆			第2堆	
1. 載入資料	筆數	體重	身高	2. 執行分堆	分堆結果	筆數	體重	身高	筆數	禮重	身高	筆數	體重	身高
	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19	65 73 59 61 75 67 68 70 62 66 77 75 74 70 61 58 66 59 68	220 160 110 120 150 240 230 220 130 210 190 180 170 210 230 20 130 210 130		第12 地址	1 4 10 11 12	73 75 77 75 75 74	160 150 190 180 170	0 5 6 7 9 13 16 18	65 67 68 70 66 70 66 68	220 240 230 220 210 210 230 210	2 3 8 14 15 17 19	59 61 62 61 58 59 61	110 120 130 110 100 120 130

從上圖左邊開始,按1載入資料,可以讓使用者選擇輸入之文字檔,此例是選擇 Sample.txt,按2執行分堆,會依照您所寫之程式,進行依照體重與身高來進行分堆動作,分堆結果,顯示分堆之結果,第0筆分到第1堆,在第1堆中確實有顯示此筆之體重與身高資料,第1筆分到第0堆,在第0堆中確實有顯示此筆之體重與身高資料,第2筆分到第2堆,在第2堆中確實有顯示此筆之體重與身高資料,其他筆,依此列推,最後分堆結果,顯示在上圖右邊。

若妳(你)的程式都完成上述功能和要求,才可以要求檢查功能。

試題三:隨機八位元2的補數之整數相加與驗證系統(17分)

說明:1.設計一個程式系統能隨機產生兩組八位元 2 的補數(two's complement, 簡寫 2's) 二進制整數值,並作二進制相加運算及十進制驗證。如下圖系統所示,每當滑鼠點一下 Random 鍵,則隨機產生兩組八位元 2's 二進制值 00000000~111111111 範圍之間整數值 A 與 B,並各顯示其右方,且清除其他空格。每當滑鼠點一下 Add 鍵,則執行二進制加法 Sum = A+B,其和之八位元 2's 二進制值顯示於右方;同時判斷如果 Sum 的和為不合理值者,則附加顯示「underflow」或「overflow」於最下方。每當滑鼠點一下 Verify 鍵,則自動將 2's 二進制值 A、B、Sum 分別轉換為等效十進制值,並各顯示對應的右方,如和為超出範圍之不合理值,再附加顯示「不足位」或「溢位」於右行之最下方空格。上述可重複操作,直至滑鼠點一下 Exit 鍵,則自動離開此系統。

隨機八位元2的補數之整數相加與驗證系統								
	二進制加法	十進制驗證	Random					
A:			Add					
B:			Vonify					
Sum:			Verify Exit					

- **2.**以八位元表示一個 2's 二進制整數值,最左方的位元為符號位元,0 代表正值而 1 代表負值,能表示的 2's 二進制及等效十進制整數值的合理範圍為 $1000000_{(2's)} = -128$ 至 $01111111_{(2's)} = +127$ 。例如:
 - (a) 2's 二進制值 $\mathbf{0}1001010_{(2's)}$ 轉換為十進制正整數值,即為 $\mathbf{0}1001010_{(2's)} = +74$ 。

轉換方法:最左方符號位元為 0 表示正整數,剩下 7 位元再由左至右選擇原對應權重 <u>64</u>、32、 16、**8**、4、2、1,即 64+8+2=74。

(b) 2's 二進制值 $11001010_{(2's)}$ 轉換為十進制負整數值,即為 $11001010_{(2's)} = -54$ 。

- 3.當兩組八位元 2's 二進制值作相加運算時,如有進位而超過八位元者,超過的位元則可忽略;如被加數 A 與加數 B 均為負值,而和 Sum 為正值,應為不合理值,即「underflow」或「不足位」;如被加數 A 與加數 B 均為正值,而和 Sum 為負值,應為不合理值,即「underflow」或「溢位」。
- **範例 1**: 滑鼠點一下 Random 鍵,隨機產生兩組八位元 2's 二進制 01001010 與 11001010,顯示在 A 與 B 的右方,**且清除其他空格**。滑鼠再點一下 Add 鍵,二進制加法 Sum = A+B 的和顯示 Sum 的右方,此和為合理值,如左下圖。滑鼠再點一下 Verify 鍵,則八位元 2's 二進制 A、B、Sum 之等效十進制值各顯示其對應右方,如右下圖。

隨機八位元 2 的補數之整數相加與驗證系統				隨機八位元 2 的補數之整數相加與驗證系統				
二進制加法 A: 01001010 B: 11001010 Sum: 00010100	十進制驗證	Random Add Verify Exit	A: B: Sum:	二進制加法 01001010 11001010 00010100	十進制驗證 74 -54 20	Random Add Verify Exit		

範例 2:左下圖為滑鼠依序點一下 Random 鍵與 Add 鍵之結果,A與B均為負值,而和 Sum 為正值,則為不合理值,即「underflow」。右下圖為滑鼠再點一下 Verify 鍵之驗證結果,等效十進制值 -86 + (-54) = -140 已超出最小值-128 範圍,而和 Sum 結果卻為正值 +116,顯然為不合理值,即「不足位」。

隨機八位元2的補	數之整數相加與驗證	登系統	隨機八位元2的補數之整數相加與驗證系統				
二進制加法 A: 10101010 B: 11001010 Sum: 01110100 underflow	十進制驗證	Random Add Verify Exit	A: [B: [Sum: [二進制加法 10101010 11001010 01110100 underflow	+進制驗證 -86 -54 116 不足位	Random Add Verify Exit	

試題四:某校運動會報名管理程式(16分)

- 說明:一、某校舉辦運動會競賽,採中小規模辦理,比賽的項目包含團體賽及個人賽,團體賽有大隊接力及 四項趣味競賽。四項趣味競賽為一顆球的距離、天旋地轉、滾大球袋鼠跳及牽手同心等。個人賽有 100公尺、400公尺接力、800公尺及跳高等四項。同時,考量賽程的安排及參賽學生體能不若運 動員,因此,實施若干報名參賽的限制,規則如下:
 - (一)分男生組及女生組。
 - (二)参加大隊接力不受男女生之限制,惟每多一位男生總成績增加2秒。
 - (三)參加大隊接力項目不受團體賽或個人賽之限制。
 - (四)選手可報名參加至多2項團體賽,已報名團體賽不可再報名個人賽。
 - (五)選手可報名參加至多2項個人賽,已報名個人賽不可再報名團體賽。
 - 二、主辦單位受理選手報名並安排賽程前,為了處理報名的眾多資料,並須檢核選手是否遵守參賽報名規則,因此,設計一程式處理這些報名資料並加以檢核。此外,選手在報名期限內反應漏報而需補報,或更改報名項目等,該程式除接受補報,或更改項目外,同時線上檢測補報或更改的項目是否仍符合報名參賽的限制。
 - 三、此程式具有(1)批次輸入、(2)選手查詢、(3)刪除、(4)逐筆輸入及(5)顯示所有資料的功能。批次輸入將檔案的選手資料一次整批輸入(或整批貼入元件);選手查詢須輸入班級、學號、姓名等內

容;刪除資料須輸入班級、學號、姓名及報名項目等內容;逐筆輸入資料須輸入班級、學號、姓名、性別及報名項目等內容;顯示所有資料則顯示已完成報名的資料。

輸入格式: 班級 學號 姓名 性別 報名項目

機1年1班 s1030101 徐強 男 跳高

機1年1班 s1030101 徐強 男 400 公尺接力

機1年1班 s1030101 徐強 男 大隊接力

機1年1班 s1030102 李濠 男 滾大球袋鼠跳

機1年1班 s1030102 李濠 男 天旋地轉

機1年1班 s1030102 李濠 男 大隊接力

(檔案如附件)

輸入及輸出參考畫面:1. 主選單 2. 選項操作:選手查詢

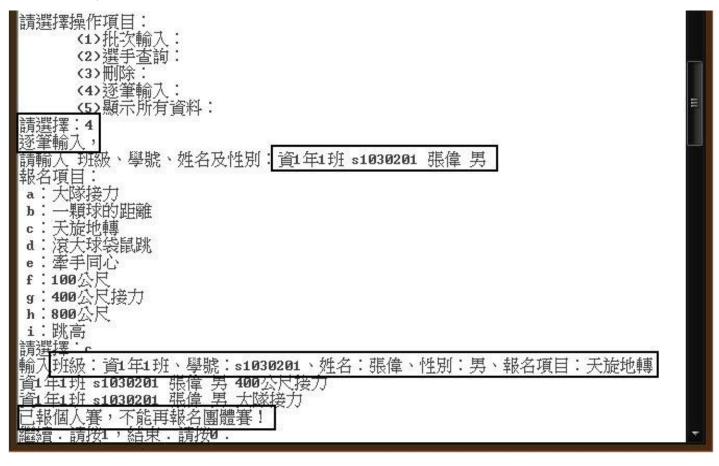
3. 選項操作:逐筆輸入

```
請選擇操作項目:
      (1) 抵灾輸入:
(2) 選手查詢:
      (3)刪除:
      (4)逐筆輸入
      (5)顯示所有資料:
請選擇:4
逐筆輸入
請輸入 班級、學號、姓名及性別:資1年1班 s1030201 張偉 男報名項目:
a:大隊接力
b:一顆球份
     顆球的距離
  :天旋地轉
a:滾大球袋鼠跳
  :牽手同心
f:100公尺
g:400公尺接力
h:800公尺
i:跳高
請<u>選擇:</u>
輸入班級:資1年1班、學號:s1030201、姓名:張偉、性別:男、報名項目:跳高
期八万級,夏子河
資1年1班 s1030201 張偉男 100公尺
資1年1班 s1030201 張偉男 400公尺接力
資1年1班 s1030201 張偉男 大隊接力
已報個人賽,不能再報名超過2項!
繼續.請按1,結束.請按0.
```

4. 選項操作:刪除

```
請選擇操作項目:
     (1)批次輸入
      (2)選手查詢:
      (3)刪除:
      (4)逐筆輸入
      (5)顯示所有資料:
清選擇:3
刪除資料,
請輸入 班級、學號、姓名及報名項目:資1年1班 s1030201 張偉 100公尺
被刪除的選手資料:資1年1班 s1030201 張偉 男 100公尺
繼續:請按1,結束:請按0:1
請選擇操作項目:
     (1)批次輸入
      (2)選手查詢:
      (3)刪除:
      (4)逐筆輸入
      (5)顯示所有資料:
請選擇:2
選手查詢,
請輸人 班級、學號、姓名:資1年1班 s1030201 張偉
資1年1班 s1030201 張偉 男 400公尺接力
資1年1班 s1030201 張偉 男 大隊接力
繼續:請按1,結束:請按0:
```

5. 選項操作:逐筆輸入



試題五:Email組合程式(16分)

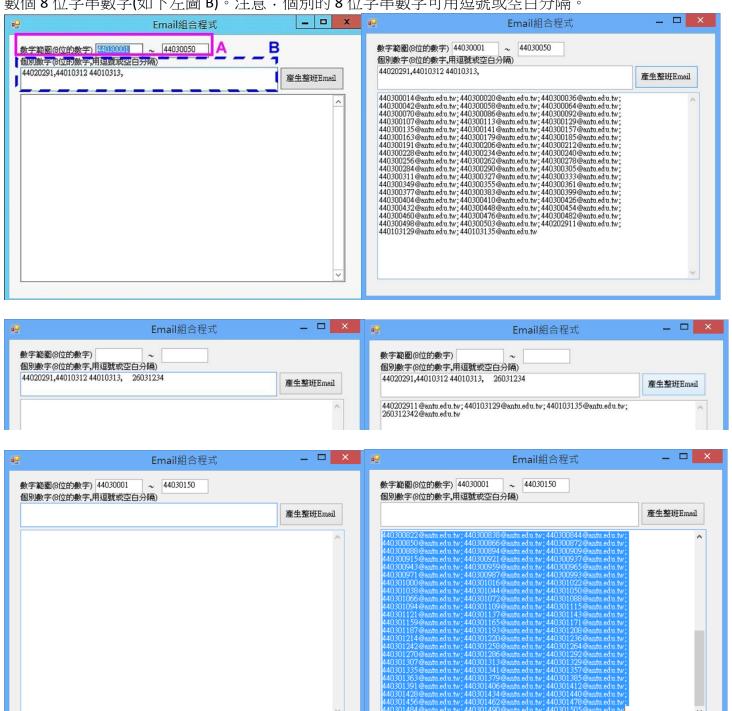
請幫某班老師的所有學生學號組成 Email 字串,方便日後連絡。將數個 8 碼的字串數字先算出個別的檢查碼為第 9 碼組成學生學號(共 9 碼),再串"@antu.edu.tw"形成個人 Email,接著用一個分號及一個空白如")",將全

部個人 Email 串在一起,但最後一個 Email 後面不需再串"』"。

餘數 檢查碼

如 8 位的字串數字為 44030015,總和為 4*1+4*2+0*3+3*4+0*5+0*6+1*7+5*8=71,總和取 10 的餘數為 1,所以檢查碼為 7,該學生學號及 Email 分別為 440300157,440300157@antu.edu.tw。

請撰寫一支能完成上述 Email 組合的程式,該程式可輸入 8 位數的連續範圍(如下左圖 A)及數個 8 位字串數字(如下左圖 B)。注意:個別的 8 位字串數字可用逗號或空白分隔。



試題六:.模(Mod)指數計算 X^P(mod N)(17 分)

說明: 若兩數 A 和 B 之差 A-B(或 B-A)能被 N 整除,或 A 與 B 被 N 除得相同餘數則稱 A 與 B 為模 N 同餘(數),其式可表示為 A \equiv B(mod N),可唸成『A 和 B 對模 N 同餘』,此關係稱為同餘;而 N 稱此同餘之模。例如 **26** \equiv 11(mod 5),其意為 26 Mod5 和 11Mod 5 皆得餘數為 1;同理 -7 \equiv 15(mod 11),其意為 -7 Mod11 和 15Mod 11 皆得餘數為 4;

因 26-11=15 被 5 整除,-7-15=--22 被 11 整除。由定義知 $A \equiv B \pmod{N}$ 可表示成 $A - B \equiv N \cdot Y$,其中 $Y \ge 0$ 整 数。若給定 $A \cdot B \cdot N$,卻沒有一個 Y 滿足同餘的條件,則 B 對模 N 而言是 A 的非同餘。若有相同餘數 $A \equiv 0 \pmod{N}$ 表示 A 可被 N 整除。例如 $A \equiv 0 \pmod{N}$ 。同餘的應用不少,例如火車時程表校歷,求潤年,密碼等等。同餘的運算法則有三個:

- (a) 若 A≡B(mod N)則對任一 Y 可得 A+Y=B+Y(mod N)
- (b) 若 A≡B(mod N)則對任一 X 可得 AX=BX(mod N)
- (c) 若 A≡B(mod N)則對任一 P 可得 AP=BP(mod N)

要計算 x 的 p 次方對 N 取餘數值,如果直接計算會數值會太大,請利用同餘的運算法則來計算: 例子 $1:4^{2551} (mod 5)=?$

已知 4^2 =16 且 4^2 =1(mod 5),利用法則(c),兩邊皆乘 p=1274 次方,可得(4^2)¹²⁷⁴= 4^{2548} , 4^{2548} =1(mod 5),再利用法則(b),兩邊再乘 X= 4^3 =64,可得 4^{2548} X4 3 = 4^{2551} , 4^{2551} =64(mod 5),最終餘數為 4。

例子 2: 可以利用上面的模的性質進行降冪計算。要計算 $X^{P}(Mod\ N)$ 的值如 $62^{65}Mod\ 133$ 可以利用法則(b)和 (c)採用如下的方法::

 62^{65} Mod 133= $62 * 62^{64}$ Mod 133= $62 * (62^2)^{32}$ Mod 133= $62 * 3844^{32}$ Mod 133

- = 62 * (3844 Mod 133)³² Mod 133= 62 * 120³²Mod 133= 62 * (120²Mod 133)¹⁶ Mod133
- =62 * 36¹⁶ Mod 133= 62 *(36²Mod 133)⁸Mod133=62 * 99⁸ Mod 133
- = $62 * (99^2 \text{Mod } 133)^4 \text{Mod } 133 = 62 * 92^4 \text{ Mod } 133 = 62 * (92^2 \text{ Mod } 133)^2 \text{ Mod } 133$
- =62 * 85² Mod 133= 62 *(85² Mod 133) Mod 133=62 * 43 Mod 133= 2666 Mod 133= 6

請利用上述演算法,寫一個程式,能輸入 $2 \le X \le 100$, $0 \le p \le 3000$, $0 < N \le 200$ <u>計算</u> $X^{P} \pmod{N}$ 餘數,如圖 2 所示清除鍵能清除輸入,能再輸入 X, P, N: 按結束鍵程式結束



