

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

中国矿业大学 2023-2024 学年第二学期课程考试试卷答案

一、填空题（共 5 题，每小题 4 分，满分 20 分）

1、0.6； 2、 $\frac{22}{29}$ ； 3、 e^{-1} ； 4、0.9； 5、 $\left(\frac{2z_{\alpha/2}\sigma}{d}\right)^2$

二、单项选择题（共 5 题，每小题 4 分，满分 20 分）

6、B； 7、A； 8、B； 9、C； 10、D

三、解答题（共 6 题，每小题 10 分，满分 60 分）

11、解：设 B 表示该仪器不合格， A_i 表示仪器上有 i 个部件不是优质品， $i=0,1,2,3$.

则 $P(B|A_0)=0; P(B|A_1)=0.2; P(B|A_2)=0.6; P(B|A_3)=0.9$.

$$P(A_0)=0.8 \times 0.7 \times 0.9 = 0.504,$$

$$P(A_1)=0.2 \times 0.7 \times 0.9 + 0.8 \times 0.3 \times 0.9 + 0.8 \times 0.7 \times 0.1 = 0.398, \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$P(A_3)=0.2 \times 0.3 \times 0.1 = 0.006,$$

$$P(A_2)=1-P(A_0)-P(A_1)-P(A_3)=0.092$$

$$(1) \quad P(B)=P(A_0)P(B|A_0)+P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)+P(A_3)P(B|A_3)$$

$$=0.398 \times 0.2 + 0.092 \times 0.6 + 0.006 \times 0.9 = 0.1402 \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$(2) \quad P(A_1|B)=\frac{P(A_1B)}{P(B)}=\frac{0.398 \times 0.2}{0.1402}=0.5678 \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

12、解：（1） $S_G = \int_0^1 (x - x^2) dx = \frac{1}{6}$ 有 $f(x, y) = \begin{cases} 6, & x^2 \leq y \leq x, \quad 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ 4 分

（2） X 的概率密度为 $f_X(x) = \begin{cases} \int_{x^2}^x 6 dy = 6(x - x^2), & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ 3 分

Y 的概率密度为 $f_Y(y) = \begin{cases} \int_y^{\sqrt{y}} 6 dy = 6(\sqrt{y} - y), & 0 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ 3 分

13、解：设 $X_i = \begin{cases} 1, & \text{第 } i \text{ 次取到编号为 } 0 \text{ 的球,} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ 则 $\sum_{i=1}^{100} X_i$ 表示 100 次取球中取到号码为 0 的次

数。由题意 $E(X_i) = 0.1$, $D(X_i) = 0.09$, 则 $E(\sum_{i=1}^{100} X_i) = 10$, $D(\sum_{i=1}^{100} X_i) = 9$ 3 分

所求概率为

$$P\{7 \leq \sum_{i=1}^{100} X_i \leq 13\} = P\left\{ \frac{7-10}{\sqrt{9}} \leq \frac{\sum_{i=1}^{100} X_i - E(\sum_{i=1}^{100} X_i)}{\sqrt{D(\sum_{i=1}^{100} X_i)}} \leq \frac{13-10}{\sqrt{9}} \right\} \approx \Phi(1) - \Phi(-1) = 2\Phi(1) - 1 = 0.6826$$

.....7 分

14、解：（1） $X \sim N(0, 0.5)$, $Y \sim N(0, 0.5)$, X, Y 相互独立, 则 $Z = X - Y \sim N(0, 1)$ 3 分

（2） $E(|Z|) = \int_{-\infty}^{+\infty} |z| \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{+\infty} ze^{-\frac{z^2}{2}} dz = \sqrt{\frac{2}{\pi}}$ 3 分

$$D(|Z|) = E(|Z|^2) - [E(|Z|)]^2 = E[(X - Y)^2] - \left(\sqrt{\frac{2}{\pi}}\right)^2$$

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

$$= D(X - Y) + [E(X - Y)]^2 - \frac{2}{\pi} = 1 + [E(X) - E(Y)]^2 - \frac{2}{\pi} = 1 - \frac{2}{\pi} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

15、解：似然函数为 $L(\theta_1, \theta_2) = \prod_{i=1}^n f(x_i, \theta_1, \theta_2) = \theta_1^3 \theta_2 (1 - \theta_1 - \theta_2)^2 \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

取对数 $\ln L(\theta_1, \theta_2) = 3 \ln \theta_1 + \ln \theta_2 + 2 \ln(1 - \theta_1 - \theta_2) \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

两边对 θ_1, θ_2 求偏导，令其为 0，可得
$$\begin{cases} \frac{\partial \ln L(\theta_1, \theta_2)}{\partial \theta_1} = \frac{3}{\theta_1} - \frac{2}{1 - \theta_1 - \theta_2} = 0 \\ \frac{\partial \ln L(\theta_1, \theta_2)}{\partial \theta_2} = \frac{1}{\theta_2} - \frac{2}{1 - \theta_1 - \theta_2} = 0 \end{cases}$$

解得 $\hat{\theta}_1 = \frac{1}{2}, \hat{\theta}_2 = \frac{1}{6} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

16、

解： $H_0: \mu \geq 21, H_1: \mu < 21 \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

检验统计量： $t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n}} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

拒绝域： $t \leq -t_{\alpha} = -t_{0.05}(16) = -1.7459 \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}} = \frac{20 - 21}{3.984 / \sqrt{17}} = -1.035 > -1.7459 \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

没有落在拒绝域，故接受 H_0 ，即认为这批罐头是符合规定的。 $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$