

第四章 关系规范化理论

4.1 问题的提出

4.2 函数依赖和范式

4.3 数据依赖的公理系统

4.4 关系模式的分解方法



问题

1. 分解的函数依赖保持性的方法。
2. 满足3NF的函数依赖保持分解算法。
3. 满足3NF的函数依赖保持和无损连接的分解算法。



1. 分解的函数依赖保持性的方法

定义4.23 若关系 $R(U, F)$ 的一个分解

$\rho = \{R_1(U_1, F_1), \dots, R_k(U_k, F_k)\}$ 的所有函数依赖的并集

$\bigcup_{i=1}^k F_i$ 逻辑蕴涵了 F 中所有函数依赖, 即 $(\bigcup_{i=1}^k F_i)^+ = F^+$, 则称

分解 ρ 具有函数依赖保持性。

难点? F_i



保持函数依赖的判定算法

1 第一步：检验任意一个函数依赖

$X \rightarrow Y \in F$ 是否可以由G推导出来, $Y \subseteq X_G^+$

2 第二步：检验任意一个函数依赖

$X \rightarrow Y \in G$ 是否可以由F推导出来, $Y \subseteq X_F^+$

3 第三步：若 $Y \subseteq X_G^+$ 和 $Y \subseteq X_F^+$ 同时成立，则有 $(\bigcup_{i=1}^k F_i)^+ = F^+$

$\rho_1 = \{R_1(T\#), R_2(TD), R_3(DH)\}$

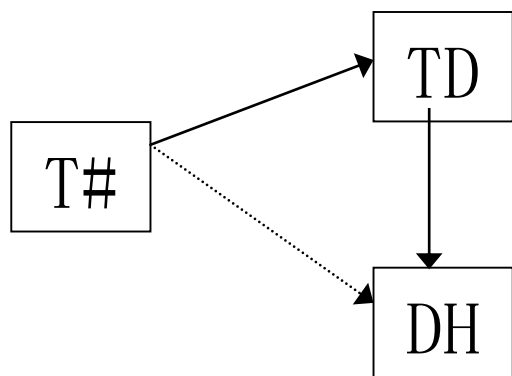
ρ_1 不具有函数依赖保持性

$\rho_2 = \{R_1(T\#, TD), R_2(T\#, DH)\}$

ρ_2 不具有函数依赖保持性

$\rho_3 = \{R_1(T\#, TD), R_2(TD, DH)\}$

ρ_3 具有函数依赖保持性



$\rho_1: F1 = \{ \} \quad F2 = \{ \} \quad F3 = \{ \}$

$\rho_2: F1 = \{ T\# \rightarrow TD \} \quad F2 = \{ T\# \rightarrow DH \}$

$\rho_3: F1 = \{ T\# \rightarrow TD \} \quad F2 = \{ TD \rightarrow DH \}$

$\{ T\# \rightarrow TD, TD \rightarrow DH \}$



关系模式 $R(U, F)$ ，其中 $U=\{A, B, C, D\}$ ， $F=\{A\rightarrow B, B\rightarrow C, C\rightarrow D, D\rightarrow A\}$ ，分解 $\rho=\{R_1(A, B), R_2(B, C), R_3(C, D)\}$ 是否具有函数依赖保持性？

解：

$$F_1 = \{A\rightarrow B\}$$

$$F_2 = \{B\rightarrow C\}$$

$$F_3 = \{C\rightarrow D\}$$

$$F_1 \cup F_2 \cup F_3 =$$

$$\{A\rightarrow B,$$

$$B\rightarrow C,$$

$$C\rightarrow D\}$$

?

$$F=\{A\rightarrow B, B\rightarrow C, C\rightarrow D, D\rightarrow A\}$$

$(F_1 \cup F_2 \cup F_3)^+$ 与 F^+ 不等价 ρ 不具有函数依赖保持性。



关系模式 $R(U, F)$, 其中 $U = \{A, B, C, D\}$, $F = \{A \rightarrow B, B \rightarrow C, C \rightarrow D, D \rightarrow A\}$, 分解 $\rho = \{R_1(A, B), R_2(B, C), R_3(C, D)\}$ 是否具有函数依赖保持性?

解:

$F_1 = \{A \rightarrow B, B \rightarrow A\}$	$F_1 \cup F_2 \cup F_3 =$
$F_2 = \{B \rightarrow C, C \rightarrow B\}$	$\{A \rightarrow B, B \rightarrow A,$
$F_3 = \{C \rightarrow D, D \rightarrow C\}$	$B \rightarrow C, C \rightarrow B,$
	$C \rightarrow D, D \rightarrow C\}$

$F = \{A \rightarrow B, B \rightarrow C, C \rightarrow D, D \rightarrow A\}$

$(F_1 \cup F_2 \cup F_3)^+ = F^+$ ρ 具有函数依赖保持性。



判断对关系模式的一个分解是否与原关系模式等价的标准

- 分解具有无损连接性
 - 分解要保持函数依赖
 - 分解既要保持函数依赖，又要具有无损连接性
-
- 如果一个分解具有无损连接性，则它能够保证不丢失信息。
 - 如果一个分解保持了函数依赖，则它可以减轻或解决各种异常情况。
-
- 分解具有无损连接性和分解保持函数依赖是两个互相独立的标准。具有无损连接性的分解不一定能够保持函数依赖。同样，保持函数依赖的分解也不一定具有无损连接性。



$$\rho_1 = \{R_1(T\#), R_2(TD), R_3(DH)\}$$

$$\rho_2 = \{R_1(T\#, TD), R_2(T\#, DH)\}$$

$$\rho_3 = \{R_1(T\#, TD), R_2(TD, DH)\}$$

第一种分解方法既不具有无损连接性，也未保持函数依赖，它不是原关系模式的一个等价分解。

第二种分解方法具有无损连接性，但未保持函数依赖。

第三种分解方法既具有无损连接性，又保持了函数依赖。



关系模式 $R(U, F)$ ，其中 $U = \{A, B, C, D, E\}$ ， $F = \{A \rightarrow D, E \rightarrow D, D \rightarrow B, BC \rightarrow D, DC \rightarrow A\}$ ，判断分解 $\{AB, AE, CE, BCD, AC\}$ 是否具有函数依赖保持性？

定理4.2： 设 F 为属性集 U 上的一组函数依赖关系， $X, Y \subseteq U$ ， $X \rightarrow Y$ 能由 F 根据Armstrong公理导出的充分必要条件是 $Y \subseteq X_F^+$ 。



关系模式R (U, F) , 其中 $U=\{A, B, C, D, E\}$, $F=\{A \rightarrow D, E \rightarrow D, D \rightarrow B, BC \rightarrow D, DC \rightarrow A\}$, 判断分解 $\{AB, AE, CE, BCD, AC\}$ 是否具有函数依赖保持性?

求出相关属性集闭包:

$A^+=ABD$

$B^+=B$

$C^+=C$

$D^+=DB$

$E^+=EDB$

$BC^+=BCDA$

$CD^+=DCAB$

$BD^+=BD$

求出各个函数依赖:

F1=

F2=

F3=

F4=

F5=

分解不具有函数依赖保持性



设有关系模式 $R(U, F)$ ， $U = (A, B, C, D, E, G)$ ， $F = \{D \rightarrow G, C \rightarrow A, CD \rightarrow E, A \rightarrow B\}$ ，判断分解 $\{CDE, AC, DG, BCD\}$ 是否具有函数依赖保持？

求出相关属性集闭包：

$$A^+ = AB$$

$$B^+ = B$$

$$C^+ = CAB$$

$$D^+ = DG$$

$$E^+ = E$$

$$G^+ = G$$

$$CD^+ = CDEGAB$$

$$CE^+ = CEAB$$

$$DE^+ = DEG$$

$$BC^+ = BCA$$

$$BD^+ = BDG$$

$$CD^+ = CDEGAB$$

求出各个函数依赖：

$$F1 = \{CD \rightarrow E\}$$

$$F2 = \{C \rightarrow A\}$$

$$F3 = \{D \rightarrow G\}$$

$$F4 = \{C \rightarrow B, CD \rightarrow B\}$$

$F1 \cup F2 \cup F3 \cup F4$ 与 F^+ 不等价

所以不具有函数依赖保持

具有无损连接性？



设有关系模式 $R(U, F)$ ， $U = (A, B, C, D, E, G)$ ， $F = \{D \rightarrow G, C \rightarrow A, CD \rightarrow E, A \rightarrow B\}$ ，判断分解 $\{CDE, AC, DG, BCD\}$ 是否具有无损连接性？

第一步：建T

第二步：修改T

A	B	C	D	E	G
a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅	a ₆
a ₁	a ₂	a ₃	b ₂₄	b ₂₅	b ₂₆
b ₃₁	b ₃₂	b ₃₃	a ₄	b ₃₅	a ₆
a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅	a ₆

第三步：判断

具有无损连接性



练习

设有 $R(U, F)$ ，其中， $U=\{A, B, C, D, F\}$ ， $F=\{A \rightarrow C, B \rightarrow C, C \rightarrow D, DF \rightarrow C, CF \rightarrow A\}$ ， R 的一个分解为： $R_1=AB$ ， $R_2=AD$ ， $R_3=AF$ ， $R_4=BF$ ， $R_5=CDF$ ，判断该分解是否具有函数依赖保持性。

$$F_1 = \phi \quad F_2 = \{A \rightarrow D\} \quad F_3 = \phi \quad F_4 = \phi \quad F_5 = \{C \rightarrow D, DF \rightarrow C\}$$

$$\begin{aligned} G &= F_1 \cup F_2 \cup F_3 \cup F_4 \cup F_5 \\ &= \{A \rightarrow D, C \rightarrow D, DF \rightarrow C\} \end{aligned}$$

因为 $G \subseteq F^+$ 成立， $F \subseteq G^+$ 不成立

所以该分解不具有函数依赖保持性

2. 满足3NF的函数依赖保持分解算法

输入：关系模式 R 和函数依赖集 F

输出：结果为 3NF 的一个依赖保持分解

步骤：

- (1) 如果 R 中有某些属性与 F 的**最小覆盖** F_m 中的每个依赖的左边和右边都无关，原则上可由这些属性构成一个关系模式，并从 R 中将它们消除；否则，
- (2) 如果 F_m 中有一个依赖涉及到 R 的所有属性，则输出 R ；否则，
- (3) 输出一个分解 ρ ，它由模式 XA 组成，其中 $X \rightarrow A \in F_m$ 。但当 $X \rightarrow A_1, X \rightarrow A_2, \dots, X \rightarrow A_n$ 均属于 F_m 时，则用模式 $XA_1 A_2 \dots A_n$ 代替 XA_i ($i=1, 2, \dots, n$)。



关系模式 $R(U, F)$, $U = \{A, B, C, D, E, F, G\}$

给定的函数依赖集 $F = \{BCD \rightarrow A, BC \rightarrow E, A \rightarrow F, F \rightarrow G, C \rightarrow D, A \rightarrow G\}$

求R的一个满足3NF的函数依赖保持分解。

解：

第一步：求F的最小覆盖

$$F_m = \{BC \rightarrow A, BC \rightarrow E, A \rightarrow F, F \rightarrow G, C \rightarrow D\}$$

第二步：对于 F_m ，根据算法逐一判断，条件（1）（2）均不满足，因此根据条件（3）输出分解 $\rho = \{BCAE, AF, FG, CD\}$ 。

即 ρ 是R的一个满足3NF的函数依赖保持的分解。



3. 满足3NF的函数依赖保持和无损连接的分解算法

设 $\delta = \{R_1, R_2, \dots, R_k\}$ 是由算法（满足3NF的函数依赖保持分解算法）得到的， X 为 R 的一个候选码，则 $\tau = \{R_1, R_2, \dots, R_k, X\}$ 是 R 的一个分解，且 τ 中的所有关系模式均满足3NF，同时， τ 既具有连接不失真性，又具有依赖保持性。

设 τ 为该算法的一个分解， τ 的求解**步骤**为：

- (1) 求得满足3NF的函数依赖保持的分解；
- (2) 若 δ 包含了原关系模式 R 的一个候选码，则 $\tau = \delta$ ，算法终止；
- (3) 若 δ 不包含原关系模式 R 的一个候选码，则
 $\tau = \{R_1, R_2, \dots, R_k, X\}$ ，算法终止。

关系模式R (U, F) , U= {A, B, C, D, E, F, G}

给定的函数依赖集F= {BCD→A, BC→E, A→F, F→G, C→D, A→G}

解:

第一步: $F_m = \{BC \rightarrow A, BC \rightarrow E, A \rightarrow F, F \rightarrow G, C \rightarrow D\}$ $\rho = \{BCAE, AF, FG, CD\}$

第二步: 求R得候选码。 $(BC)^+ = ABCDEFG$

第三步: 判断 ρ 中是否包含BC

$$\because BC \subseteq BCAE$$

$$\therefore \delta = \{BCAE, AF, FG, CD\}$$

即 δ 是R的一个满足3NF的函数依赖保持和无损连接的分解。



关系模式 $R\langle U, F \rangle$ ，其中： $U = \{C, T, H, R, S, G\}$ ， $F = \{CS \rightarrow G, C \rightarrow T, TH \rightarrow R, HR \rightarrow C, HS \rightarrow R\}$
分解成3NF并保持无损连接和函数依赖。

解：(1) 求满足3NF并保持函数依赖的分解如下：

$$F_m = \{CS \rightarrow G, C \rightarrow T, TH \rightarrow R, HR \rightarrow C, HS \rightarrow R\}$$

$$\sigma = \{ R_1(CSG), R_2(CT), R_3(THR), R_4(HRC), R_5(HSR) \}$$

(2) 求候选码：**HS**

$$\tau = \{R_1(CSG), R_2(CT), R_3(THR), R_4(HRC), R_5(HSR) \text{ } R_6(HS)\}。$$

由于HS是模式HSR的一个子集，所以消去HS后的分解
 $\{R_1(CSG), R_2(CT), R_3(THR), R_4(HRC), R_5(HSR)\}$ 就是具有无损连接性
和保持函数依赖性的分解，且其中每一个模式均为3NF。



学习通04-5

设有关系模式R (A, B, C, D, E, P)，R的函数依赖集为：

$F=\{C \rightarrow B, E \rightarrow D, D \rightarrow B, B \rightarrow D, BC \rightarrow D, DC \rightarrow A\}$,

求R的一个满足3NF的无损连接和函数依赖保持的分解。

(直接写分解，按照字母顺序排列，中间用逗号分开)



$$F=\{C\rightarrow B, E\rightarrow D, D\rightarrow B, B\rightarrow D, BC\rightarrow D, DC\rightarrow A\}$$

第一步：求最小函数依赖集 F_m

$$F_m=\{C\rightarrow B, E\rightarrow D, D\rightarrow B, B\rightarrow D, C\rightarrow A\}$$

第二步：求基于3NF的函数依赖保持的分解 ρ

$$\rho=\{CAB, ED, DB, P\}$$

第三步：求候选码 X

$$X=CEP$$

第四步：求基于3NF的函数依赖保持和连接不失真的分解 ρ'

$$\rho'=\{ABC, BD, CEP, DE\}$$

模式分解的几个重要事实:

- 1) 若要求无损连接, 分解一定可达到BCNF。
- 2) 若要求依赖保持, 则分解可达到3NF, 但不一定能达到BCNF。
- 3) 若同时要求无损连接和依赖保持, 则分解可达到3NF, 但不一定能达到BCNF。

为什么要规范化→非形式化判定准则（操作异常和数据冗余）

→形式化判定（规范化理论）



1NF、2NF、3NF、BCNF

↓（候选码，非主属性，低向高）

模式分解（等价性的判定：无损连接性、依赖保持性）



① 无损连接性的判定（两种方法）

② 函数依赖集等价 $F^+ = G^+$ ($(\bigcup_{i=1}^k F_i)^+ = F^+$)（主要是证明F被 $(\bigcup_{i=1}^k F_i)^+$ 所逻辑蕴含）



分解算法



① 函数依赖保持的3NF分解

② 连接不失真和函数依赖保持的3NF分解



① 求最小覆盖 F_m

② 求候选码



属性集闭包 X_F^+