

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

中国矿业大学 2023-2024 学年第一 学期课程考试试卷

(参考答案)

考试科目	工程数学	试卷类型	A 卷
课程代码	M10815	考试时长	100 分钟
开课学院	数学学院	考试方式	闭卷
	年级专业	电气、计算机、信控 2022 级	

学院	班级	姓名	学号				
题 号	一	二	三				总分
			1	2	3	4	
得 分							
阅卷人							

考生承诺：

1. 未携带通信工具及其它各类带有拍照、摄像、接收、发送、储存等功能设备（包括但不限于手机、智能手表、智能眼镜，平板电脑、无线耳机），或关机与其它禁止携带物品、资料等放置监考老师指定位置；
2. 已按要求清理干净整个座位（包括考生邻座）桌面和抽屉里的所有物品（无论是否属于考生本人）；
3. 已知晓并理解《中国矿业大学学生违纪处分管理规定》等与考试相关规定，承诺在考试中自觉遵守以上规定，服从监考教师的安排，自觉遵守考试纪律，诚信考试，不违规、不作弊。如有违反，自愿按《中国矿业大学学生违纪处分管理规定》相关条款接受处理。

考生签名_____

一、填空题（共 6 题，每小题 5 分，满分 30 分）

1、函数 $f(z) = z \operatorname{Re}(z) + \operatorname{Im}(z)$ 在 $z = -i$ 处的导数为 $-i$ 。

2、判别级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(in)}{3^n}$ 的敛散性 收敛。（填“发散”或者“收敛”）

3、点 $z = 3$ 是函数 $\frac{(z^2 - 1)(z - 3)^2}{\sin^4(\pi z)}$ 的 2 阶极点。

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

4、 $\frac{\exp(z)}{z^2-1}$ 在 ∞ 的留数为 $\frac{e^{-1}-e}{2}$ 。

5、函数 $f(t) = \cos(w_0 t)$ 的傅氏变换为 $\pi(\delta(w+w_0)+\delta(w-w_0))$ 。

6、已知 $f(t) = \int_0^t e^{-2t} \cos t dt$ ，则 $\mathcal{O}[f(t)] = \frac{s+2}{s((s+2)^2+1)}$ 。

二、单项选择题（共 6 题，每小题 5 分，满分 30 分）

1、像函数 $\frac{e^{-s}}{s^2+1}$ 的拉普拉斯逆变换为（ A ）。

(A) $\sin(t-1)u(t-1)$ (B) $\sin(t)u(t-1)$ (C) $\cos(t-1)u(t-1)$ (D) $\cos(t)u(t-1)$

2、将函数 $f(z) = \exp(\frac{1}{1-z})$ 展开成 $\sum_{n=0}^{+\infty} c_n z^n$ ，则 $c_3 =$ （ A ）。

(A) $\frac{13}{6}e$ (B) $\frac{13}{5}e$ (C) $\frac{11}{6}e$ (D) $\frac{7}{6}e$

3、级数 $\sum_{n=1}^{\infty} n z^n$ 的和函数为（ A ）。

(A) $\frac{z}{(1-z)^2}$ (B) $\frac{2z}{(1-z)^2}$ (C) $\frac{1}{(1-z)^2}$ (D) $\frac{z+1}{(1-z)^2}$

4、 $z_1 = -1 + i\frac{\sqrt{3}}{3}$ ， $z_2 = -1 - i$ ，则 $\arg(z_1 z_2) =$ （ D ）。

(A) $-\frac{1}{12}\pi$ (B) $-\frac{5}{9}\pi$ (C) $\frac{1}{11}\pi$ (D) $\frac{1}{12}\pi$

5、在复数域内，下列数中为正实数的是（ B ）

(A) $i \ln i$ (B) $i \int_0^i z \sin z \, dz$ (C) e^{i+1} (D) $(1-i)^2$

6. 已知 $z^3 + z^2 + z + 1 = 0$, 则 $z^{15} + z^6 + z^5 + 1 =$ (B).

(A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

三、计算题（共 4 题，每小题 10 分，满分 40 分）

1、用留数的方法求定积分 $\int_0^{2\pi} \frac{1}{2 + \sin \theta} d\theta$.

解：令 $z = e^{i\theta}$, 则 $dz = ie^{i\theta} d\theta = iz d\theta$, 再利用 $\sin \theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i} = \frac{z^2 - 1}{2iz}$,3 分

从而

$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{2 + \sin \theta} d\theta = \oint_{|z|=1} \frac{1}{2 + \frac{z^2 - 1}{2iz}} \times \frac{1}{iz} dz = 2 \oint_{|z|=1} \frac{1}{4iz + z^2 - 1} dz, \dots\dots 2 \text{ 分}$$

可知被积函数的奇点只有 $(-2 + \sqrt{3})i$ 在 $|z|=1$ 内,3 分

所以

$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{2 + \sin \theta} d\theta = 2 * 2\pi i \operatorname{Res}\left[\frac{1}{4iz + z^2 - 1}, (-2 + \sqrt{3})i\right] = \frac{2\sqrt{3}}{3} \pi. \dots\dots 2 \text{ 分}$$

2、把函数 $f(z) = \frac{1}{z^2(2-z)}$ 在圆环域 $0 < |z-2| < 1$ 内展开成洛朗级数.

解： $\frac{1}{z^2} = -\left(\frac{1}{z}\right)' = -\left(\frac{1}{z-2+2}\right)', \dots\dots 4 \text{ 分}$

$$= -\frac{1}{2} \left(\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \left(\frac{z-2}{2}\right)^n \right)' = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{2^n} (z-2)^{n-1} \dots\dots 4 \text{ 分}$$

从而

$$f(z) = \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{n}{2^{n+1}} (z-2)^{n-2} \dots\dots 2 \text{ 分}$$

3、计算积分 $\oint_{|z|=3} \frac{z^7}{(z^2+1)^3(z-2)(z-4)} dz$ (积分曲线为正向).

解：被积函数有 4 个奇点， i 、 $-i$ 和 2 在 $|z|<3$ 内，

从而

$$\oint_{|z|=3} \frac{z^7}{(z^2+1)^3(z-2)(z-4)} dz = -2\pi i \left\{ \operatorname{Res}\left[\frac{z^7}{(z^2+1)^3(z-2)(z-4)}, \infty\right] + \operatorname{Res}\left[\frac{z^7}{(z^2+1)^3(z-2)(z-4)}, 4\right] \right\}$$

.....3 分

$$= 2\pi i \operatorname{Res}\left[\frac{z^{-7}}{(z^{-2}+1)^3(z^{-1}-2)(z^{-1}-5)} \left(\frac{1}{z}\right)^2, 0\right] - 2\pi i \frac{4^7}{2 \cdot 17^3} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$= 2\pi i \operatorname{Res}\left[\frac{1}{z(1+z^2)^3(1-2z)(1-4z)}, 0\right] - 2\pi i \frac{4^7}{2 \cdot 17^3} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$= 2\pi i - 2\pi i \frac{4^7}{2 \cdot 17^3} = -\frac{6558}{4913} \pi i. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

4、利用拉氏变换的方法求下面微分方程的解

$$y'' - 3y' + 2y = 2e^{-t}, \quad y(0) = 0, y'(0) = 1.$$

解： 设 $\mathcal{O} [y(t)] = Y(s)$, 对方程两边取拉氏变换，得

$$s^2 Y(s) - sy(0) - y'(0) - 3(sY(s) - y(0)) + 2Y(s) = \frac{2}{s+1} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{即 } s^2 Y(s) - 1 - 3sY(s) + 2Y(s) = \frac{2}{s+1},$$

$$s^2 Y(s) - 3sY(s) + 2Y(s) = \frac{s+3}{s+1} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$Y(s) = \frac{s+3}{(s-1)(s+1)(s-2)}, \text{ 利用反演公式得}$$

$$y(t) = \frac{5}{3} e^{2t} - 2e^t + \frac{1}{3} e^{-t} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

中国矿业大学 2023-2024 学年第一 学期课程考试试卷

考试科目	工程数学			试卷类型	A 卷	
课程代码	M10815	考试时长	100	分钟	考试方式	闭卷
开课学院	数学学院	年级专业	电气、计算机、信控 2022 级			

学院 _____ 班级 _____ 姓名 _____ 学号 _____

题 号	一	二	三				总分
			1	2	3	4	
得 分							
阅卷人							

考生承诺：

1. 未携带通信工具及其它各类带有拍照、摄像、接收、发送、储存等功能的设备（包括但不限于手机、智能手表、智能眼镜，平板电脑、无线耳机），或关机与其它禁止携带物品、资料等放置监考老师指定位置；
2. 已按要求清理干净整个座位（包括考生邻座）桌面和抽屉里的所有物品（无论是否属于考生本人）；
3. 已知晓并理解《中国矿业大学学生违纪处分管理规定》等与考试相关规定，承诺在考试中自觉遵守以上规定，服从监考教师的安排，自觉遵守考试纪律，诚信考试，不违规、不作弊。如有违反，自愿按《中国矿业大学学生违纪处分管理规定》相关条款接受处理。

考生签名

一、填空题（共 6 题，每小题 5 分，满分 30 分）

1、函数 $f(z) = z \operatorname{Re}(z) + \operatorname{Im}(z)$ 在 $z = -i$ 处的导数为_____.

2、判别级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(in)}{3^n}$ 的敛散性_____. (填“发散”或者“收敛”)

3、点 $z = 3$ 是函数 $\frac{(z^2-1)(z-3)^2}{\sin^4(\pi z)}$ 的_____阶极点.

4、 $\frac{\exp(z)}{z^2-1}$ 在 ∞ 的留数为_____.

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

5、函数 $f(t) = \cos(\omega_0 t)$ 的傅氏变换为_____.

6、已知 $f(t) = \int_0^t e^{-2t} \cos t \, dt$ ，则 $\mathcal{L}[f(t)] =$ _____.

二、单项选择题（共 6 题，每小题 5 分，满分 30 分）

1、像函数 $\frac{e^{-s}}{s^2+1}$ 的拉普拉斯逆变换为（ ）.

- (A) $\sin(t-1)u(t-1)$ (B) $\sin(t)u(t-1)$ (C) $\cos(t-1)u(t-1)$ (D) $\cos(t)u(t-1)$

2、将函数 $f(z) = \exp(\frac{1}{1-z})$ 展开成 $\sum_{n=0}^{+\infty} c_n z^n$ ，则 $c_3 =$ （ ）.

- (A) $\frac{13}{6}e$ (B) $\frac{13}{5}e$ (C) $\frac{11}{6}e$ (D) $\frac{7}{6}e$

3、级数 $\sum_{n=1}^{\infty} n z^n$ 的和函数为（ ）.

- (A) $\frac{z}{(1-z)^2}$ (B) $\frac{2z}{(1-z)^2}$ (C) $\frac{1}{(1-z)^2}$ (D) $\frac{z+1}{(1-z)^2}$

4、 $z_1 = -1 + i\frac{\sqrt{3}}{3}$ ， $z_2 = -1 - i$ ，则 $\arg(z_1 z_2) =$ （ ）.

- (A) $-\frac{1}{12}\pi$ (B) $-\frac{5}{9}\pi$ (C) $\frac{1}{11}\pi$ (D) $\frac{1}{12}\pi$

5、在复数域内，下列数中为正实数的是（ ）

- (A) $i \ln i$ (B) $i \int_0^i z \sin z \, dz$ (C) e^{i+1} (D) $(1-i)^2$

6. 已知 $z^3 + z^2 + z + 1 = 0$ ，则 $z^{15} + z^6 + z^5 + 1 =$ （ ）.

- (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

三、计算题（共 4 题，每小题 10 分，满分 40 分）

1、用留数的方法求定积分 $\int_0^{2\pi} \frac{1}{2 + \sin \theta} d\theta$.

2、把函数 $f(z) = \frac{1}{z^2(2-z)}$ 在圆环域 $0 < |z-2| < 1$ 内展开成洛朗级数.

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

3、计算积分 $\oint_{|z|=3} \frac{z^7}{(z^2+1)^3(z-2)(z-4)} dz$ (积分曲线为正向).

4、利用拉氏变换的方法求下面微分方程的解

$$y'' - 3y' + 2y = 2e^{-t}, \quad y(0) = 0, y'(0) = 1.$$

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

中国矿业大学 2023-2024 学年第一 学期课程考试试卷

(参考答案)

考试科目	工程数学	试卷类型	B 卷
课程代码	M10815	考试时长	100 分钟
开课学院	数学学院	考试方式	闭卷
	年级专业	电气、计算机、信控 2022 级	

学院	班级	姓名	学号				
题 号	一	二					总分
			1	2	3	4	
得 分							
阅卷人							

考生承诺：

1. 未携带通信工具及其它各类带有拍照、摄像、接收、发送、储存等功能的设备（包括但不限于手机、智能手表、智能眼镜，平板电脑、无线耳机），或关机与其它禁止携带物品、资料等放置监考老师指定位置；
2. 已按要求清理干净整个座位（包括考生邻座）桌面和抽屉里的所有物品（无论是否属于考生本人）；
3. 已知晓并理解《中国矿业大学学生违纪处分管理规定》等与考试相关规定，承诺在考试中自觉遵守以上规定，服从监考教师的安排，自觉遵守考试纪律，诚信考试，不违规、不作弊。如有违反，自愿按《中国矿业大学学生违纪处分管理规定》相关条款接受处理。

考生签名_____

一、填空题（共 6 题，每小题 5 分，满分 30 分）

1、函数 $f(z) = x^2 + 2y + ixy$ 在 $z = -2i$ 处的导数为 $-2i$ 。

2、判别级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2+i3)^n}{4^n}$ 的敛散性 收敛。（填“发散”或者“收敛”）

3、点 $z = 1$ 是函数 $\frac{(z^2 - 1)^2(z - 3)^2}{\sin^4(\pi z)}$ 的 2 阶极点。

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

4、函数 $\frac{\cos z}{z^2 - 1}$ 在 ∞ 处的留数为 0。

5、函数 $f(t) = \sin(w_0 t)$ 的傅氏变换为 $j\pi(\delta(w + w_0) - \delta(w - w_0))$ 。

6、已知 $f(t) = \int_0^t e^{-t} \cos(2t) dt$ ，则 $\mathcal{O}[f(t)] = \frac{s+1}{s((s+1)^2 + 4)}$ 。

二、单项选择题（共 6 题，每小题 5 分，满分 30 分）

1、像函数 $\frac{s e^{-2s}}{s^2 + 1}$ 的拉普拉斯逆变换为（ C ）。

(A) $\sin(t-2)u(t-2)$ (B) $\sin(t)u(t-2)$ (C) $\cos(t-2)u(t-2)$ (D) $\cos(t)u(t-2)$

2、将函数 $f(z) = \sin(\frac{1}{1-z})$ 展开成 $\sum_{n=0}^{+\infty} c_n z^n$ ，则 $c_3 =$ （ A ）

(A) $-\sin 1 + \frac{5}{6} \cos 1$ (B) $\sin 1 + \frac{5}{6} \cos 1$ (C) $-\sin 1 - \frac{5}{6} \cos 1$ (D) $\sin 1 + \frac{5}{6} \cos 1$

3、级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (n+1)z^n$ 的和函数为（ A ）。

(A) $\frac{2z - z^2}{(1-z)^2}$ (B) $\frac{2z + z^2}{(1-z)^2}$ (C) $\frac{z^2}{(1-z)^2}$ (D) $\frac{z^2 + 1}{(1-z)^2}$

4、 $z_1 = -1 - i\frac{\sqrt{3}}{3}$ ， $z_2 = -1 + i$ ，则 $\arg(z_1 z_2) =$ （ D ）。

(A) $\frac{1}{12}\pi$ (B) $-\frac{5}{9}\pi$ (C) $\frac{1}{11}\pi$ (D) $-\frac{1}{12}\pi$

5、在复数域内，下列数中不为实数的是（ B ）

(A) $i \ln(-1)$ (B) e^{i+1} (C) $(1-i)^4$ (D) $\int_0^i z \cos(z^2) dz$

6. 已知 $z^2 + z + 1 = 0$, 则 $z^{11} + z^{10} + 1 = (B)$.

(A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

三、计算题（共 4 题，每小题 10 分，满分 40 分）

1、把函数 $f(z) = \frac{1}{z^2(1-z)}$ 在圆环域 $0 < |z-1| < 1$ 内展开成洛朗级数.

解: $\frac{1}{z^2} = -(\frac{1}{z})' = -(\frac{1}{z-1+1})', \dots\dots 4$ 分

$$= -(\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n (z-1)^n)' = \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} n (z-1)^{n-1} \dots\dots 4$$

从而

$$f(z) = \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n n (z-1)^{n-2} \dots\dots 2$$

2、已知 $u(x, y) = 2y^3 - 6x^2y + 3x$ 为解析函数 $f(z)$ 的实部, 求 $f(z)$ 的虚部 $v(x, y)$.

解: $\frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{\partial u}{\partial y} = -(6y^2 - 6x^2), \dots\dots\dots 2$ 分

又 $\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial u}{\partial x} = -12xy + 3 \dots\dots\dots 2$ 分

$$v(x, y) = \int_{(0,0)}^{(x,y)} \frac{\partial v}{\partial x} dx + \frac{\partial v}{\partial y} dy + C$$

$$= \int_{(0,0)}^{(x,y)} -\frac{\partial u}{\partial y} dx + \frac{\partial u}{\partial x} dy + C,$$

$$= \int_0^x 6x^2 dx + \int_0^y (-12xy + 3) dy + C$$

$$= 2x^3 - 6xy^2 + 3y + C \quad (C \text{ 是任意实数}) \dots\dots\dots 4$$

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

故得解析函数

$$f(z) = u(x, y) + iv(x, y) = 2iz^3 + 3z + iC \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

3、计算积分 $\oint_{|z|=3} \frac{z^7}{(z^2+1)^3(z-1)(z-5)} dz$ (积分曲线为正向).

解：被积函数有 4 个奇点， i 、 $-i$ 和 1 在 $|z| < 3$ 内，

从而

$$\oint_{|z|=3} \frac{z^7}{(z^2+1)^3(z-1)(z-5)} dz = -2\pi i \left\{ \operatorname{Res} \left[\frac{z^7}{(z^2+1)^3(z-1)(z-5)}, \infty \right] + \operatorname{Res} \left[\frac{z^7}{(z^2+1)^3(z-1)(z-5)}, 5 \right] \right\}$$

.....3 分

$$= 2\pi i \operatorname{Res} \left[\frac{z^{-7}}{(z^{-2}+1)^3(z^{-1}-1)(z^{-1}-5)}, 0 \right] - 2\pi i \frac{5^7}{4 \cdot 26^3} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$= 2\pi i \operatorname{Res} \left[\frac{1}{z(1+z^2)^3(1-z)(1-5z)}, 0 \right] - 2\pi i \frac{5^7}{4 \cdot 26^3} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$= 2\pi i - 2\pi i \frac{5^7}{4 \cdot 26^3} = -\frac{7821}{35152} \pi i \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

4、利用拉氏变换的方法求下面微分方程的解

$$y'' - 5y' + 4y = 2e^{-t}, \quad y(0) = 0, y'(0) = 1.$$

解： 设 $\mathcal{O} [y(t)] = Y(s)$, 对方程两边取拉氏变换，得

$$s^2 Y(s) - sy(0) - y'(0) - 5(sY(s) - y(0)) + 4Y(s) = \frac{2}{s+1} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{即 } s^2 Y(s) - 1 - 5sY(s) + 4Y(s) = \frac{2}{s+1},$$

$$s^2 Y(s) - 5sY(s) + 4Y(s) = \frac{s+3}{s+1} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$Y(s) = \frac{s+3}{(s-1)(s+1)(s-4)}, \text{ 利用反演公式得}$$

$$y(t) = \frac{7}{15} e^{4t} - \frac{2}{3} e^t + \frac{1}{5} e^{-t} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

中国矿业大学 2023-2024 学年第一 学期课程考试试卷

考试科目	工程数学			试卷类型	B 卷	
课程代码	M10815	考试时长	100	分钟	考试方式	闭卷
开课学院	数学学院	年级专业	电气、计算机、信控 2022 级			

学院_____ 班级_____ 姓名_____ 学号_____

题 号	一	二					总分
			1	2	3	4	
得 分							
阅卷人							

考生承诺：

1. 未携带通信工具及其它各类带有拍照、摄像、接收、发送、储存等功能的设备（包括但不限于手机、智能手表、智能眼镜，平板电脑、无线耳机），或关机与其它禁止携带物品、资料等放置监考老师指定位置；
2. 已按要求清理干净整个座位（包括考生邻座）桌面和抽屉里的所有物品（无论是否属于考生本人）；
3. 已知晓并理解《中国矿业大学学生违纪处分管理规定》等与考试相关规定，承诺在考试中自觉遵守以上规定，服从监考教师的安排，自觉遵守考试纪律，诚信考试，不违规、不作弊。如有违反，自愿按《中国矿业大学学生违纪处分管理规定》相关条款接受处理。

考生签名

一、填空题（共 6 题，每小题 5 分，满分 30 分）

1、函数 $f(z) = x^2 + 2y + ixy$ 在 $z = -2i$ 处的导数为_____.

2、判别级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2+i3)^n}{4^n}$ 的敛散性_____. (填“发散”或者“收敛”)

3、点 $z = 1$ 是函数 $\frac{(z^2 - 1)^2 (z - 3)^2}{\sin^4(\pi z)}$ 的_____阶极点.

4、函数 $\frac{\cos z}{z^2 - 1}$ 在 ∞ 处的留数为_____.

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

5、函数 $f(t) = \sin(w_0 t)$ 的傅氏变换为_____.

6、已知 $f(t) = \int_0^t e^{-t} \cos(2t) dt$ ，则 $\mathcal{L}[f(t)] =$ _____.

二、单项选择题（共 6 题，每小题 5 分，满分 30 分）

1、像函数 $\frac{s e^{-2s}}{s^2 + 1}$ 的拉普拉斯逆变换为（ ）.

(A) $\sin(t-2)u(t-2)$ (B) $\sin(t)u(t-2)$ (C) $\cos(t-2)u(t-2)$ (D) $\cos(t)u(t-2)$

2、将函数 $f(z) = \sin(\frac{1}{1-z})$ 展开成 $\sum_{n=0}^{+\infty} c_n z^n$ ，则 $c_3 =$ （ ）

(A) $-\sin 1 + \frac{5}{6} \cos 1$ (B) $\sin 1 + \frac{5}{6} \cos 1$ (C) $-\sin 1 - \frac{5}{6} \cos 1$ (D) $\sin 1 - \frac{5}{6} \cos 1$

3、级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (n+1)z^n$ 的和函数为（ ）.

(A) $\frac{2z - z^2}{(1-z)^2}$ (B) $\frac{2z + z^2}{(1-z)^2}$ (C) $\frac{z^2}{(1-z)^2}$ (D) $\frac{z^2 + 1}{(1-z)^2}$

4、 $z_1 = -1 - i\frac{\sqrt{3}}{3}$ ， $z_2 = -1 + i$ ，则 $\arg(z_1 z_2) =$ （ ）.

(A) $\frac{1}{12}\pi$ (B) $-\frac{5}{9}\pi$ (C) $\frac{1}{11}\pi$ (D) $-\frac{1}{12}\pi$

5、在复数域内，下列数中不为实数的是（ ）

(A) $i \ln(-1)$ (B) e^{i+1} (C) $(1-i)^4$ (D) $\int_0^i z \cos(z^2) dz$

6. 已知 $z^2 + z + 1 = 0$ ，则 $z^{11} + z^{10} + 1 =$ （ ）.

(A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

三、计算题（共 4 题，每小题 10 分，满分 40 分）

1、把函数 $f(z) = \frac{1}{z^2(1-z)}$ 在圆环域 $0 < |z-1| < 1$ 内展开成洛朗级数.

2、已知 $u(x, y) = 2y^3 - 6x^2y + 3x$ 为解析函数 $f(z)$ 的实部,求 $f(z)$ 的虚部 $v(x, y)$.

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

3、计算积分 $\oint_{|z|=3} \frac{z^7}{(z^2+1)^3(z-1)(z-5)} dz$ (积分曲线为正向).

4、利用拉氏变换的方法求下面微分方程的解

$$y'' - 5y' + 4y = 2e^{-t}, \quad y(0) = 0, y'(0) = 1.$$