

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

中国矿业大学 2023-2024 学年第二学期课程考试试卷

| | | | | | |
|------|----------|------|--------|------|-----|
| 考试科目 | 概率论与数理统计 | | | 试卷类型 | A 卷 |
| 课程代码 | M10856 | 考试时长 | 100 分钟 | 考试方式 | 闭卷 |
| 开课学院 | 数学学院 | 年级专业 | | | |

学院_____班级_____姓名_____学号_____

考生承诺：

1. 未携带通信工具及其它各类带有拍照、摄像、接收、发送、储存等功能设备（包括但不限于手机、智能手表、智能眼镜，平板电脑、无线耳机），或关机与其它禁止携带物品、资料等放置监考老师指定位置；
2. 已按要求清理干净整个座位（包括考生邻座）桌面和抽屉里的所有物品（无论是否属于考生本人）；
3. 已知晓并理解《中国矿业大学学生违纪处分管理规定》等与考试相关规定，承诺在考试中自觉遵守以上规定，服从监考教师的安排，自觉遵守考试纪律，诚信考试，不违规、不作弊。如有违反，自愿按《中国矿业大学学生违纪处分管理规定》相关条款接受处理。

考生签名 _____

可能用的数据： $\Phi(1)=0.8413$, $\Phi(2)=0.9772$, $t_{0.025}(16)=2.1199$, $t_{0.025}(17)=2.1098$

$t_{0.05}(17)=1.7396$, $t_{0.05}(16)=1.7459$.

一、填空题（共 5 题，每小题 4 分，满分 20 分）

1、已知 $P(A)=0.7$, $P(A-B)=0.3$, 则 $P(\bar{A} \cup \bar{B})=$ _____.

2、已知离散型随机变量 X 的所有可能取值为 $-2, 0, 2, \sqrt{5}$, 相应的概率依次为 $\frac{1}{a}, \frac{3}{2a}, \frac{5}{4a}, \frac{7}{8a}$, 则

$P\{|X| \leq 2 | X \geq 0\} =$ _____.

3、设随机变量 X 服从参数为 λ 的指数分布, 则 $P\{X > \sqrt{D(X)}\} =$ _____.

4、已知每次试验中事件 A 发生的概率等于 0.5, 试利用切比雪夫不等式, 求在 1000 次独立试验中事件 A 发生的次数在 450 至 550 之间的概率为_____.

5、设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 其中 σ^2 已知, 试求样本容量 n 至少为_____时, 才能保证 μ 的

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。
置信度 $1-\alpha$ 的置信区间长度不大于 d .

二、单项选择题（共 5 题，每小题 4 分，满分 20 分）

6、设 A, B 为任意 2 个随机事件，且 $A \subset B, P(B) > 0$ ，则下列结论中一定成立的是()

- (A) $P(A) < P(A|B)$; (B) $P(A) \leq P(A|B)$;
(C) $P(A) > P(A|B)$; (D) $P(A) \geq P(A|B)$.

7、设随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} a + be^{-x^2}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ ，则 a, b 的值分别为 ()

- (A) $a = 1, b = -1$; (B) $a = 1, b = 0$;
(C) $a = -1, b = 1$; (D) $a = -1, b = 0$.

8、设二维随机变量 $(X, Y) \sim N(\mu_1, \mu_2; \sigma_1^2, \sigma_2^2; \rho)$ ，则下列结论中不一定成立的是

()

- (A) $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2), Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$; (B) $X + Y \sim N(\mu_1 + \mu_2, \sigma_1^2 + \sigma_2^2)$;
(C) X 与 Y 相互独立的充要条件是 $\rho = 0$; (D) $E(X + Y) = \mu_1 + \mu_2$.

9、设总体 X 的概率密度为 $f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{c^\theta}{\theta} x^{-(1+\frac{1}{\theta})}, & x > c \\ 0, & x \leq c \end{cases}$ ，其中参数 $0 < \theta < 1$ ， c 为已知常数

且 $c > 0$ ，设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的一个样本，则参数 θ 的矩估计量为()

- (A) $\hat{\theta} = 1 - \frac{2c}{X}$; (B) $\hat{\theta} = 2 - \frac{c}{X}$; (C) $\hat{\theta} = 1 - \frac{c}{X}$; (D) $\hat{\theta} = 1 - \frac{c}{2X}$.

10、设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ， X_1, X_2, \dots, X_9 为来自总体 X 的一个样本，记 $Y_1 = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 X_i$ ，

$Y_2 = \frac{1}{3} \sum_{i=7}^9 X_i$ ， $S^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=7}^9 (X_i - Y_2)^2$ ， $Z = \frac{\sqrt{2}(Y_1 - Y_2)}{S}$ ，则下列正确的是 ()

- (A) $Y_1 \sim N(0, 1)$; (B) $Y_2 \sim N(0, \frac{1}{3})$; (C) $S^2 \sim \chi^2(2)$; (D) $Z \sim t(2)$.

三、解答题（共 6 题，每小题 10 分，满分 60 分）

11、某种仪器由 3 个部件组装而成，设 3 个部件的质量互不影响，其优质品率分别为 0.8, 0.7, 0.9. 已知当 3 个部件都是优质品时，组装的仪器一定合格；如果有一个部件不是优质品，则仪器的不合格率为 0.2；如果有 2 个部件不是优质品，则仪器的不合格率为 0.6；如果 3 个部件都不是优质品，则仪器的不合格率为 0.9, 求：

(1) 仪器的不合格率；

(2) 已知一台仪器不合格，该仪器上有一个部件不是优质品的概率是多少？

12、设 G 表示平面上的区域，它是由抛物线 $y = x^2$ 和直线 $y = x$ 所围城的区域，二维随机变量 (X, Y) 服从 G 上的均匀分布，求：

(1) (X, Y) 的联合概率密度； (2) 边缘概率密度 $f_X(x)$, $f_Y(y)$.

13、在一个罐子中，装有 10 个编号分别为 0 至 9 的同样的球. 现从罐中有放回的抽取了 100 次，每次抽取一个，试利用中心极限定理计算 0 号球出现 7 至 13 次的概率.

14、设 X, Y 是两个相互独立且均服从正态分布 $N \sim N(0, 0.5)$ 的随机变量，

求 (1) $Z = X - Y$ 的分布； (2) $D(|Z|)$.

15、已知总体 X 的分布律如下

| X | 0 | 1 | 2 |
|-------|------------|------------|---------------------------|
| p_i | θ_1 | θ_2 | $1 - \theta_1 - \theta_2$ |

其中 $0 < \theta_i < 1 (i = 1, 2)$ 为未知参数, X_1, X_2, \dots, X_6 为来自总体 X 的一个样本, 现得到样本的一组观测值为 1, 0, 2, 0, 0, 2, 求 θ_1, θ_2 的最大似然估计值.

16、按规定在 100g 番茄汁罐头中，维生素 C 的平均含量不得少于 21(单位: mg/g). 现从某工厂的该产品中抽取 17 瓶罐头，测维生素 C 的含量，记录数据如下：

16 25 21 20 23 21 19 15 13 23 17 20 29 18 22 16 22

设维生素含量服从正态分布 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, σ^2 未知, 问这批罐头是否符合要求? ($\alpha = 0.05$)