

2025离散数学

一、问答题(50分)

1. 设集合 $A = \{\{1\}, \{2\}, 1, 2\}$, $B = \{1, 2, \{1, 2\}\}$, 求

(1) $A - B$

(2) $A \cap B$

(3) $A \times B$

2. 设集合 $A = \{0, 1, 2, 3\}$, 定义在集合 A 上的关系 $R = \{(a, b) | b = a + 1 \vee b = a/2\}$, $S = \{(a, b) | a + 2 = b\}$, 求 $\sim R, R \circ S, S \circ R$

3. 设集合 $A = \{a, b, c, d\}$, 定义在集合 A 上的关系 $R = \{(a, c), (c, a), (b, d), (d, b)\} \cup I_A$, 求商集 A/R

4. 无向简单图 G 有 9 条边, 1 个 4 度节点, 2 个 3 度节点, 3 个 2 度节点, 其他点度数均为 1, 求该图的节点总数

5. 某大学进行数学, 计算机, 英语三科竞赛, 共 200 人参加竞赛, 结果为数学优秀者 41 人, 计算机优秀者为 46 人, 英语优秀者为 39 人, 三科全优秀者 8 人, 两科优秀者 26 人, 问没有得到优秀的人数是多少

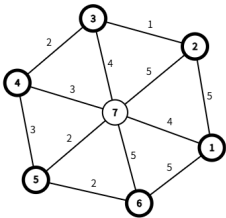
6. 设集合 $A = \{2, 4, 5, 8, 20, 40\}$ ， \leq 为 A 上的整除关系

(1) 证明 \leq 为偏序关系

(2) 画出偏序关系的哈斯图

(3) 求集合 $B = \{2, 4, 8, 20\}$ 的最大、最小元和极大、极小元

7. 求下图的最小生成树，写出步骤



二、综合题(30分)

1. 在 R 上定义运算 $x * y = xy + 2(x + y + 1)$

(1) $*$ 运算是否存在单位元

(2) $*$ 运算是否存在零元

(3) 什么样的元素具有逆元，求出逆元的表达式

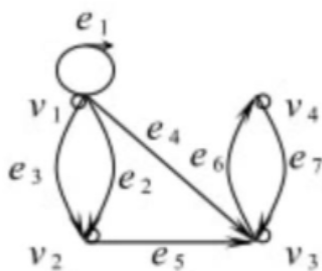
2.求命题公式 $(P \rightarrow Q) \vee (\neg R \rightarrow Q)$ 的主析取范式和主合取范式

3.构造下面的证明：如果今天周三，那么考高数或者大英；如果今天高数老师上课，则不考高数；已知今天周三且高数老师上课，证明今天考大英

(P :今天周三、 Q :考高数、 R :考大英、 S :高数老师上课)

三、论述题(20分)

1.给定有向图 G



(1)求该图的邻接矩阵

(2)求经过 v_3 其长度为4的回路条数

(3)判断图 G 是强连通、单向连通还是弱连通

2.构造下面的证明

前提： $\neg(\exists x(\neg P(x) \wedge Q(x))), \exists x(Q(x) \wedge R(x))$

结论： $\exists x(R(x) \wedge P(x))$