

Знания

2 мая 2020 г.

# Агент, использующий знания.

Агент, использующий знания – это агент, принимающий решение, основываясь на внутреннем представлении знаний.

Если не будет дождя, то Гарри посетит Хагрида.

Гарри сегодня посетил Хагрида или Дамблдора, но не обоих.

Гарри посетил Дамблдора сегодня.

Если не будет дождя, то Гарри посетит Хагрида.

Гарри сегодня посетил Хагрида или Дамблдора, но не обоих.

Гарри посетил Дамблдора сегодня.

**Гарри сегодня не посещал Хагрида.**

Если не будет дождя, то Гарри посетит Хагрида.

Гарри сегодня посетил Хагрида или Дамблдора, но не обоих.

Гарри посетил Дамблдора сегодня.

**Гарри сегодня не посещал Хагрида.**

**Сегодня был дождь.**

Логика

**Предложение** - суждение о мире на языке представления знаний.

# Логика высказываний

(пропозициональная)



Пропозициональная

СИМВОЛЫ

P Q R

$\neg$

отрицание

$\wedge$

конъюнкция

$\vee$

дизъюнкция

$\Rightarrow$

импликация

$\Leftrightarrow$

эквиваленция

$P$	$\neg P$
False	True
True	False

$P$	$Q$	$P \wedge Q$
False	False	False
False	True	False
True	False	False
True	True	True

$P$	$Q$	$P \vee Q$
False	False	False
False	True	True
True	False	True
True	True	True

$P$	$Q$	$P \Rightarrow Q$
False	False	True
False	True	True
True	False	False
True	True	True

$P$	$Q$	$P \Leftrightarrow Q$
False	False	True
False	True	False
True	False	False
True	True	True

Задать **МОДЕЛЬ** – каждому  
пропозициональному символу присвоить  
истинностное значение (“задать возможный  
мир”).



Модель  $P$ : Идет дождь.  
 $Q$ : Вторник.  
 $\{P = \text{True}, Q = \text{True}\}$

**База знаний** - множество высказываний, которые агент, использующий знания, считает истинными.

$$\alpha \models \beta$$

Во всех моделях, в которых  $\alpha$  истинно,  
высказывание  $\beta$  тоже истинно.

Если не будет дождя, то Гарри посетит Хагрида.

Гарри сегодня посетил Хагрида или Дамблдора, но не обоих.

Гарри посетил Дамблдора сегодня.

---

**Гарри сегодня не посещал Хагрида.**

**Сегодня был дождь.**

Вывод -

процесс получения новых высказываний из старых.

*P*: Вторник.

*Q*: Идет дождь.

*R*: Гарри пойдет на пробежку.

*P*: Вторник.

*Q*: Идет дождь.

*R*: Гарри пойдет на пробежку.

БЗ:

$P$ : Вторник.

$Q$ : Идет дождь.

$R$ : Гарри пойдет на пробежку.

БЗ:  $(P \wedge \neg Q) \Rightarrow R$



$P$ : Вторник.

$Q$ : Идет дождь.

$R$ : Гарри пойдет на пробежку.

БЗ:  $(P \wedge \neg Q) \Rightarrow R \quad P$

$P$ : Вторник.

$Q$ : Идет дождь.

$R$ : Гарри пойдет на пробежку.

БЗ:  $(P \wedge \neg Q) \Rightarrow R \quad P \quad \neg Q$

$P$ : Вторник.

$Q$ : Идет дождь.

$R$ : Гарри пойдет на пробежку.

БЗ:  $(P \wedge \neg Q) \Rightarrow R \quad P \quad \neg Q$

Вывод:

$P$ : Вторник.

$Q$ : Идет дождь.

$R$ : Гарри пойдет на пробежку.

БЗ:  $(P \wedge \neg Q) \Rightarrow R \quad P \quad \neg Q$

Вывод:  $R$

# Алгоритмы вывода

$$\mathcal{B}\mathcal{Z} \models \alpha$$

?

Проверка моделей

Чтобы определить, что  $BZ \models \alpha$ :



Чтобы определить, что  $BZ \models \alpha$ :

- Рассматриваем все возможные модели.

Чтобы определить, что  $BZ \models \alpha$ :

- Рассматриваем все возможные модели.
- БЗ влечёт  $\alpha$ , если всегда, когда истина БЗ, то истинно и  $\alpha$ .

Чтобы определить, что  $BZ \models \alpha$ :

- Рассматриваем все возможные модели.
- БЗ влечёт  $\alpha$ , если всегда, когда истина БЗ, то истинно и  $\alpha$ .
- Иначе БЗ не влечет  $\alpha$

$P$ : Вторник.    $Q$ : Дождь.    $R$ : Гарри пойдет на пробежку.

БЗ:  $(P \wedge \neg Q) \Rightarrow R$     $P$     $\neg Q$

Запрос:  $R$

$P$	$Q$	$R$	БЗ
False	False	False	
False	False	True	
False	True	False	
False	True	True	
True	False	False	
True	False	True	
True	True	False	
True	True	True	

$P$ : Вторник.    $Q$ : Дождь.    $R$ : Гарри пойдет на пробежку.

БЗ:  $(P \wedge \neg Q) \Rightarrow R$     $P$     $\neg Q$

Запрос:  $R$

$P$	$Q$	$R$	БЗ
False	False	False	False
False	False	True	False
False	True	False	False
False	True	True	False
True	False	False	False
True	False	True	True
True	True	False	False
True	True	True	False

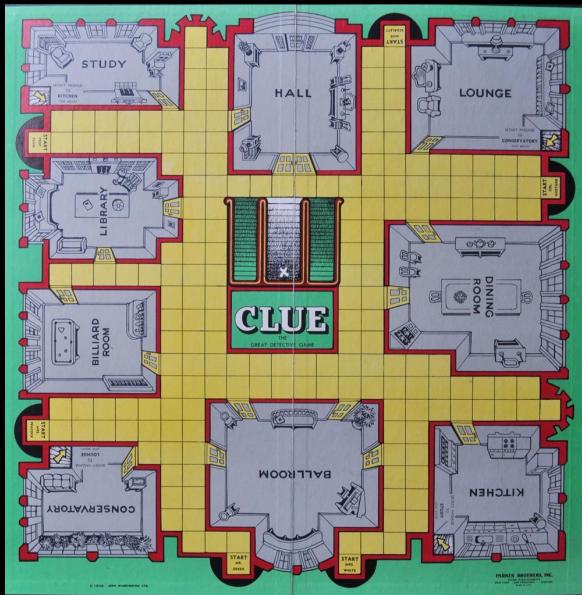
$P$ : Вторник.    $Q$ : Дождь.    $R$ : Гарри пойдет на пробежку.

БЗ:  $(P \wedge \neg Q) \Rightarrow R$     $P$     $\neg Q$

Запрос:  $R$

$P$	$Q$	$R$	БЗ
False	False	False	False
False	False	True	False
False	True	False	False
False	True	True	False
True	False	False	False
True	False	True	True
True	True	False	False
True	True	True	False

Инженерия знаний





Люди

Полковник Жёлтый

Профессор Фиолетовый

Мисс Краснова

Комнаты

Танцевальный зал

Кухня

Библиотека

Оружие

Нож

Револьвер

Подсвечник

Карты в каждой группе перемешиваются. По одной карте из каждой группы убирается в конверт. Игроки не знают, какие карты убрали. Игроки должны выяснить, кто, где и каким оружием совершил преступление.

## Пропозициональные символы

жёлтый	зал	нож
фиолетовый	кухня	револьвер
краснова	библиотека	подсвечник

(жёлтый ∨ фиолетовый ∨ краснова)

(жёлтый ∨ фиолетовый ∨ красновa)  
(зал ∨ кухня ∨ библиотека)

(жёлтый ∨ фиолетовый ∨ красноватый)

(зал ∨ кухня ∨ библиотека)

(нож ∨ револьвер ∨ подсвечник)

(жёлтый ∨ фиолетовый ∨ красноватый)

(зал ∨ кухня ∨ библиотека)

(нож ∨ револьвер ∨ подсвечник)

→ фиолетовый

(жёлтый  $\vee$  фиолетовый  $\vee$  краснова)

(зал  $\vee$  кухня  $\vee$  библиотека)

(нож  $\vee$  револьвер  $\vee$  подсвечник)

$\neg$  фиолетовый

( $\neg$ жёлтый  $\vee$   $\neg$ библиотека  $\vee$   $\neg$ револьвер)



- Златопуст, Минерва, Помона, Гораций все с разных факультетов: Гриффиндор, Пуффендуй, Когтевран, Слизерин.
- Гораций с Гриффиндора или Когтеврана.
- Помона не из Слизерина.
- Минерва из Гриффиндора.

### Пропозициональные символы

ЗлатопустГрффиндор	МинерваГриффиндор
ЗлатопустПуффендуй	МинерваПуффендуй
ЗлатопустКогтевран	МинерваКогтевран
ЗлатопустСлизерин	МинерваСлизерин
ПомонаГриффендор	ГорацийГриффендор
ПомонаПуффендуй	ГорацийПуффендуй
ПомонаКогтевран	ГорацийКогтевран
ПомонаСлизерин	ГорацийСлизерин

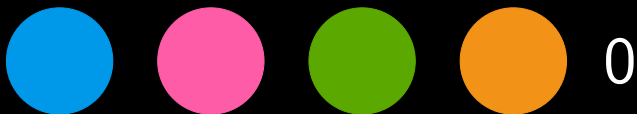
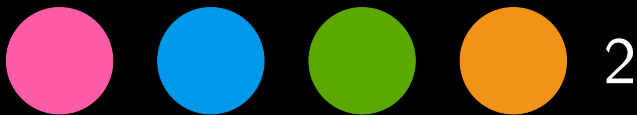
(ПомонаСлизерни  $\Rightarrow$   $\neg$ ПомонаПуффендуй)

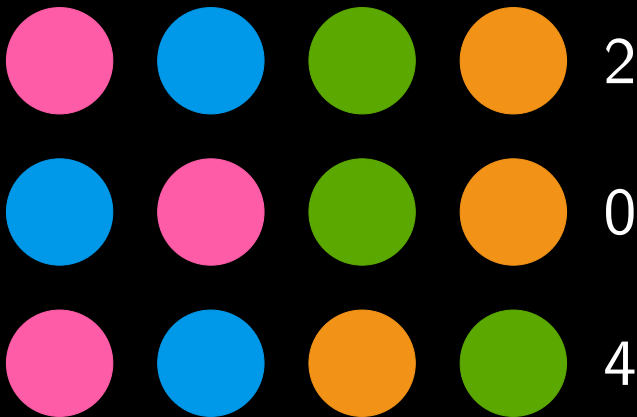
(МинерваКогтевран  $\Rightarrow$   $\neg$ ЗлатопустКогтевран)

(ЗлатопустГриффендор  $\vee$  ЗлатопустКогтевран)



2





# Правила вывода

Если дождь, то Гарри внутри.  
Дождь.

---

Гарри внутри.



$$\begin{array}{c} \alpha \rightarrow \beta \\ \alpha \end{array}$$

---

$$\beta$$

Гарри - друг Рона и Гермионы.

---

Гарри - друг Гермионы.

$$\alpha \wedge \beta$$

---

$$\alpha$$

# Удаление двойного отрицания

Неправда, что Гарри не прошёл тест.

---

Гарри прошёл тест.

# Удаление двойного отрицания

$$\neg(\neg\alpha)$$

---

$$\alpha$$

Если дождь, то Гарри внутри.

---

Дождя нет и Гарри внутри.

$$\alpha \rightarrow \beta$$

---

$$\neg \alpha \vee \beta$$

Идёт дождь тогда и только тогда, когда Гарри внутри.

---

Если идёт дождь, то Гарри внутри, и если Гарри внутри, то идёт дождь.



$$\alpha \leftrightarrow \beta$$

---

$$(\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \alpha)$$

Неправда, что Гарри и Рон прошли тест.

---

Гарри не прошёл тест, или Рон не прошёл тест.

$$\neg(\alpha \wedge \beta)$$

---

$$\neg\alpha \vee \neg\beta$$

Неправда, что Гарри или Рон прошли тест.

---

Гарри не прошёл тест, и Рон не прошёл тест.

$$\neg(\alpha \vee \beta)$$

---

$$\neg\alpha \wedge \neg\beta$$

$$(\alpha \wedge (\beta \vee \gamma))$$

---

$$(\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)$$

$$(\alpha \vee (\beta \wedge \gamma))$$

---

$$(\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma)$$

- начальное состояние
- действия
- модель перехода
- тест цели
- функция цены пути



- начальное состояние: начальная база знаний
- действия: правила вывода
- модель перехода: новая база знаний после вывода
- тест цели: проверка было ли доказано утверждение
- функция цены пути: число шагов в доказательстве

Резолюция

(Рон в Большом зале)  $\vee$  (Гермиона в библиотеке)  
Рон не в Большом зале

---

Гермиона в библиотеке

$$\begin{array}{c} P \vee Q \\ \neg P \end{array}$$

---

$$Q$$

$$P \vee Q_1 \vee Q_2 \vee \dots \vee Q_n$$

$$\neg P$$

---


$$Q_1 \vee Q_2 \vee \dots \vee Q_n$$

$(\text{Рон в Большом зале}) \vee (\text{Гермиона в библиотеке})$   
 $(\text{Рон не в Большом зале}) \vee (\text{Гарри спит})$

---

$(\text{Гермиона в библиотеке}) \vee (\text{Гарри спит})$

$$\begin{array}{c} P \vee Q \\ \neg P \vee R \end{array}$$

---

$$Q \vee R$$

$$P \vee Q_1 \vee Q_2 \vee \dots \vee Q_n$$



$$\begin{array}{l} P \vee Q_1 \vee Q_2 \vee \dots \vee Q_n \\ \neg P \vee R_1 \vee R_2 \vee \dots \vee R_m \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 P \vee Q_1 \vee Q_2 \vee \dots \vee Q_n \\
 \neg P \vee R_1 \vee R_2 \vee \dots \vee R_m
 \end{array}$$

---


$$Q_1 \vee Q_2 \vee \dots \vee Q_n \vee R_1 \vee R_2 \vee \dots \vee R_m$$

# Клауза -

дизъюнкция литерал,  
например  $P \vee Q \vee \neg R$

# Конъюнктивная нормальная форма -

логическое высказывание, имеющее вид  
конъюнкции клауз,

например  $(A \vee B \vee C) \wedge (D \vee \neg E)$

- Удалить эквиваленции

- Удалить эквиваленции
  - $(\alpha \leftrightarrow \beta)$  в  $(\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \alpha)$

- Удалить эквиваленции
  - $(\alpha \leftrightarrow \beta)$  в  $(\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \alpha)$
- Удалить импликации

- Удалить эквиваленции
  - $(\alpha \leftrightarrow \beta)$  в  $(\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \alpha)$
- Удалить импликации
  - $(\alpha \rightarrow \beta)$  в  $\neg\alpha \vee \beta$



- Удалить эквиваленции
  - $(\alpha \leftrightarrow \beta)$  в  $(\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \alpha)$
- Удалить импликации
  - $(\alpha \rightarrow \beta)$  в  $\neg \alpha \vee \beta$
- Сместить  $\neg$  внутрь, используя де Моргана законы

- Удалить эквиваленции
  - $(\alpha \leftrightarrow \beta)$  в  $(\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \alpha)$
- Удалить импликации
  - $(\alpha \rightarrow \beta)$  в  $\neg\alpha \vee \beta$
- Сместить  $\neg$  внутрь, используя де Моргана законы
  - $\neg(\alpha \wedge \beta)$  в  $\neg\alpha \vee \neg\beta$

- Удалить эквиваленции
  - $(\alpha \leftrightarrow \beta)$  в  $(\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \alpha)$
- Удалить импликации
  - $(\alpha \rightarrow \beta)$  в  $\neg\alpha \vee \beta$
- Сместить  $\neg$  внутрь, используя де Моргана законы
  - $\neg(\alpha \wedge \beta)$  в  $\neg\alpha \vee \neg\beta$
- Использовать дистрибутивный закон, где это возможно

$$(P \vee Q) \rightarrow R$$

$$(P \vee Q) \rightarrow R$$

$$\neg(P \vee Q) \vee R \text{ удаление импликации}$$

$$(P \vee Q) \rightarrow R$$

$\neg(P \vee Q) \vee R$  удаление импликации

$(\neg P \wedge \neg Q) \vee R$  де Моргана закон

$$(P \vee Q) \rightarrow R$$

$\neg(P \vee Q) \vee R$  удаление импликации

$(\neg P \wedge \neg Q) \vee R$  де Моргана закон

$(\neg P \vee R) \wedge (\neg Q \vee R)$  дистрибутивный закон

Вывод на основе  
резолюции



$$\begin{array}{c} P \vee Q \\ \neg P \vee R \end{array}$$

---

$$Q \vee R$$

$$P \vee Q \vee S$$

---

$$\begin{array}{c} P \vee Q \vee S \\ \neg P \vee R \vee S \end{array}$$

---

$$\begin{array}{l} P \vee Q \vee S \\ \neg P \vee R \vee S \end{array}$$

---

$$(Q \vee S \vee R \vee S)$$

$$\begin{array}{l} P \vee Q \vee S \\ \neg P \vee R \vee S \end{array}$$

---

$$(Q \vee R \vee S)$$

*P*

---

$P$

$\neg P$

---

$$\frac{P}{\neg P}$$

---


$$()$$



# Вывод через резолюции

- Чтобы определить, что  $\text{БЗ} \models \alpha$ :

- Чтобы определить, что  $\text{БЗ} \models \alpha$ :
  - Проверим, есть ли противоречие в  $(\text{БЗ} \wedge \neg \alpha)$ .

- Чтобы определить, что  $BZ \models \alpha$ :
  - Проверим, есть ли противоречие в  $(BZ \wedge \neg \alpha)$ .
    - Если есть противоречие, то  $BZ \models \alpha$ .

- Чтобы определить, что  $\text{БЗ} \models \alpha$ :
  - Проверим, есть ли противоречие в  $(\text{БЗ} \wedge \neg \alpha)$ .
    - Если есть противоречие, то  $\text{БЗ} \models \alpha$ .
    - Иначе,  $\alpha$  не следует.

# Вывод через резолюции

- Чтобы определить, что  $BZ \models \alpha$ :

- Чтобы определить, что  $\text{БЗ} \models \alpha$ :
  - Преобразуем  $(\text{БЗ} \wedge \neg\alpha)$  в Конъюнктивную Нормальную Форму.



- Чтобы определить, что  $\text{БЗ} \models \alpha$ :
  - Преобразуем  $(\text{БЗ} \wedge \neg \alpha)$  в Конъюнктивную Нормальную Форму.
  - Находим, где мы можем применить резолюции для получения новых клауз.

- Чтобы определить, что  $BZ \models \alpha$ :
  - Преобразуем  $(BZ \wedge \neg \alpha)$  в Конъюнктивную Нормальную Форму.
  - Находим, где мы можем применить резолюции для получения новых клауз.
    - Если мы получим пустую клаузу (эквивалентную лжи), то мы нашли противоречие, и  $BZ \models \alpha$ .

- Чтобы определить, что  $BЗ \models \alpha$ :
  - Преобразуем  $(BЗ \wedge \neg \alpha)$  в Конъюнктивную Нормальную Форму.
  - Находим, где мы можем применить резолюции для получения новых клауз.
    - Если мы получим пустую клаузу (эквивалентную лжи), то мы нашли противоречие, и  $BЗ \models \alpha$ .
    - Иначе,  $\alpha$  не следуют из БЗ.

$$(A \vee B) \wedge (\neg B \vee C) \wedge (\neg C) \models A?$$

$$(A \vee B) \wedge (\neg B \vee C) \wedge (\neg C) \models A?$$

$$(A \vee B) \wedge (\neg B \vee C) \wedge (\neg C) \wedge (\neg A)$$

$$(A \vee B) \wedge (\neg B \vee C) \wedge (\neg C) \models A?$$

$$(A \vee B) \wedge (\neg B \vee C) \wedge (\neg C) \wedge (\neg A)$$

$$(A \vee B) \quad (\neg B \vee C) \quad (\neg C) \quad (\neg A)$$

$$(A \vee B) \wedge (\neg B \vee C) \wedge (\neg C) \models A?$$

$$(A \vee B) \wedge (\neg B \vee C) \wedge (\neg C) \wedge (\neg A)$$

$$(A \vee B) \quad \underline{(\neg B \vee C)} \quad \underline{(\neg C)} \quad (\neg A)$$

$$(A \vee B) \wedge (\neg B \vee C) \wedge (\neg C) \models A?$$

$$(A \vee B) \wedge (\neg B \vee C) \wedge (\neg C) \wedge (\neg A)$$

$$(A \vee B) \quad \underline{(\neg B \vee C)} \quad \underline{(\neg C)} \quad (\neg A) \quad (\neg B)$$



$$(A \vee B) \wedge (\neg B \vee C) \wedge (\neg C) \models A?$$

$$(A \vee B) \wedge (\neg B \vee C) \wedge (\neg C) \wedge (\neg A)$$

$$\underline{(A \vee B)} \quad (\neg B \vee C) \quad (\neg C) \quad (\neg A) \quad \underline{(\neg B)}$$

$$(A \vee B) \wedge (\neg B \vee C) \wedge (\neg C) \models A?$$

$$(A \vee B) \wedge (\neg B \vee C) \wedge (\neg C) \wedge (\neg A)$$

$$\underline{(A \vee B)} \quad (\neg B \vee C) \quad (\neg C) \quad (\neg A) \quad \underline{(\neg B)} \quad (A)$$

$$(A \vee B) \wedge (\neg B \vee C) \wedge (\neg C) \models A?$$

$$(A \vee B) \wedge (\neg B \vee C) \wedge (\neg C) \wedge (\neg A)$$

$$(A \vee B) \quad (\neg B \vee C) \quad (\neg C) \quad \underline{(\neg A)} \quad (\neg B) \quad \underline{(A)}$$

$$(A \vee B) \wedge (\neg B \vee C) \wedge (\neg C) \models A?$$

$$(A \vee B) \wedge (\neg B \vee C) \wedge (\neg C) \wedge (\neg A)$$

$$(A \vee B) \quad (\neg B \vee C) \quad (\neg C) \quad \underline{(\neg A)} \quad (\neg B) \quad \underline{(A)} \quad ()$$

$(A \vee B) \wedge (\neg B \vee C) \wedge (\neg C) \models A?$

$(A \vee B) \wedge (\neg B \vee C) \wedge (\neg C) \wedge (\neg A)$

$(A \vee B) \quad (\neg B \vee C) \quad (\neg C) \quad (\neg A) \quad (\neg B) \quad (A) \quad ()$

# Логика первого порядка

## Пропозициональные символы

МинерваГриффиндор

МинрваПуффендуй

МинерваКогтевран

МнерваСлизерин

...

# Логика первого порядка

## Символы констант

Минерва

Помона

Гораций

Златопуст

Гриффиндор

Пуффендуй

Когтевран

Слизерин

## Символы предикатов

Преподаватель

Факультет

ПринадлежитК



# Логика первого порядка

Преподаватель(Минерва)      Минерва - преподаватель.

Факультет(Гриффиндор)      Грффиндор - факультет.

$\neg$ Факльтет(Минерва)      Минерва не факультет.

ПринадлежитК(Минерва,  
Гриффиндор)      Минерва с Гриффиндора.

Квантор всеобщности

$\forall x. \text{ПринадлежитК}(x, \text{Гриффиндор}) \rightarrow$   
 $\neg \text{ПринадлежитК}(x, \text{Пуффендуй})$

$\forall x. \text{ПринадлежитК}(x, \text{Гриффиндор}) \rightarrow$   
 $\neg \text{ПринадлежитК}(x, \text{Пуффендуй})$

Для всех  $x$ , если  $x$  принадлежит к Гриффиндору, то не принадлежит к Пуффендую.

Квантор существования

$\exists x. \text{Факультет}(x) \wedge \text{ПринадлежитК}(\text{Минева}, x)$

$\exists x. \text{Факультет}(x) \wedge \text{ПринадлежитК}(\text{Минева}, x)$

Существует  $x$ , такой что  $x$  - факультет и Минерва ему принадлежит.

$$\exists x. \text{Преподаватель}(x) \rightarrow (\exists y. \text{Факультет}(y) \wedge \text{ПринадлежитК}(x, y))$$



$$\exists x. \text{Преподаватель}(x) \rightarrow (\exists y. \text{Факультет}(y) \wedge \text{ПринадлежитК}(x, y))$$

Для все  $x$ , если  $x$ -преподаватель, то существует  $y$ , такой что  $y$  - факультет и  $x$  принадлежит к  $y$ .