Ejercicios en clase: Notación asintótica

Análisis y Diseño de Algoritmos

13 de abril de 2020

Ejercicio 1. Demostrar, usando las definiciones que

(*a*) $n^2 + 10n + 2 = O(n^2)$

(*b*) $\lceil n/3 \rceil = O(n)$

(*c*) $\lg n = O(\log_{10} n)$

(*d*) $n = O(2^n)$

(*e*) $\lg n$ no es $\Omega(n)$

(*f*) $n/100$ no es $O(1)$

(*g*) $n^2/2$ no es $O(n)$

Ejercicio 2. Demostrar o dar un contraejemplo

(*a*) $\lg \sqrt{n} = O(\lg n)$

(*b*) Si $f(n) = O(g(n))$ y $g(n) = O(h(n))$ entonces $f(n) = O(h(n))$

(*c*) Si $f(n) = O(g(n))$ y $g(n) = \Theta(h(n))$ entonces $f(n) = \Theta(h(n))$

(*d*) Si $f(n) = O(g(n))$ entonces $2^{f(n)} = O(2^{g(n)})$

(*e*) $o(g(n)) \cap \omega(g(n)) = \emptyset$

(*f*) $\text{máx}\{f(n), g(n)\} = \Theta(f(n) + g(n))$

(*g*) $(n + a)^b = \Theta(n^b)$, donde $a, b \in \mathbb{R}$ y $b > 0$.

Ejercicio 3. (*a*) Usando la aproximación de Stirling, muestre que $\lg n! = \Theta(n \lg n)$. También, pruebe que $n! = \omega(2^n)$ y $n! = o(n^n)$

(*b*) Muestre que $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$

(*c*) Muestre que si $k \ln k = \Theta(n)$ entonces $k = \Theta(n/ \ln n)$

(*d*) Verdadero o falso: $\lceil \lg n \rceil ! = O(n)$

(*d*) Muestre que $\sum_{i=1}^{n} i^k = \Theta(n^{k+1})$