

Upsolving Examen 2

Análisis y Diseño de Algoritmos

26 de Mayo del 2020

Dada una matriz $A[1..n, 1..m]$ (n filas y m columnas) de números reales, un *retazo* de A es un arreglo $r[1..n]$ tal que $r[i] \in \{1, \dots, m\}$ y $|r[i] - r[i-1]| \leq 1$ para todo $i > 1$.

Por ejemplo, si

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix},$$

ejemplos de retazos en A son $[1, 2, 3]$, $[3, 2, 1]$, $[1, 1, 2]$, $[1, 2, 2]$, $[2, 3, 2]$. Pero los siguientes arreglos no son retazos en A : $[1, 3, 2]$, $[2, 1, 3]$, $[2, 3, 1]$, $[3, 1, 2]$, $[1, 1, 3]$, $[3, 3, 1]$.

El *peso* de un retazo r es la suma de los correspondientes valores en A . Es decir,

$$A[1][r[1]] + A[2][r[2]] + \dots + A[n][r[n]].$$

En el ejemplo anterior, el peso del retazo $[1, 2, 3]$ es $A[1, 2] + A[2, 2] + A[3, 3] = 1 + 2 + 2 = 5$.

Considere el siguiente problema.

Problema Min-Retazo. Dada una matriz, encontrar un retazo de peso mínimo.

- (a) Sea $OPT(i, j)$ el valor de un retazo de peso mínimo en la matriz $A[1..i, 1..m]$ que termina en (i, j) . Escriba una recurrencia para $OPT(i, j)$.
- (b) Escriba un algoritmo de programación dinámica para el problema MIN-RETAZO a partir de su recurrencia.