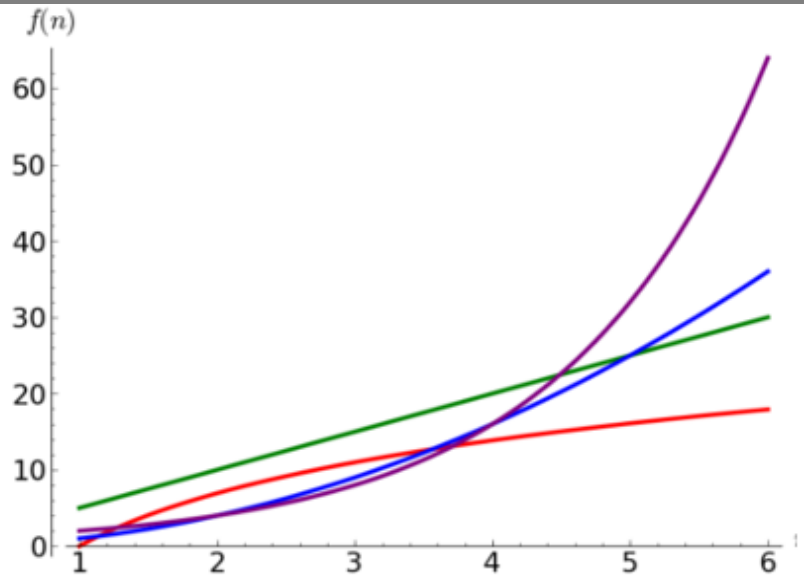
Karlsruher Institut für Technologie

Tutorium Algorithmen 1

Simon Bischof (simon.bischof2@student.kit.edu) | 3. Juni 2013

INSTITUT FÜR THEORETISCHE INFORMATIK, PROF. SANDERS




```
if (num1 < 10) or (num2 < 10)
    return num1*num2
/* calculates the size of the numbers */
m = max(size(num1), size(num2))
low1, low2 = lower half of num1, num2
high1, high2 = higher half of num1, num2
/* 3 calls made to numbers approximately half the size */
z0 = karatsuba(low1,low2)
z1 = karatsuba((low1+high1),(low2+high2))
z2 = karatsuba(high1,high2)
return (z2*10^(m))+( (z1-z2-z0) *10^(m/2))+(z0)
```

Binärer Heap: Laufzeit

- min dauert O(1)
- Höhe des Heaps ist $\lfloor \log n \rfloor$
- insert dauert O(log n)
- deleteMin dauert O(log n)

Binärer Heap: Laufzeit

- min dauert O(1)
- Höhe des Heaps ist $\lfloor \log n \rfloor$
- insert dauert O(log n)
- deleteMin dauert O(log n)

Binärer Heap: Laufzeit

- min dauert O(1)
- Höhe des Heaps ist $\lfloor \log n \rfloor$
- insert dauert O(log n)
- deleteMin dauert O(log n)

Aufbau eines Heaps

- Nacheinander die Elemente dem Heap hinzufügen?
- Korrekte Lösung, aber nicht effizient
- Braucht im Worst-Case $O(n \log n)$ Zeit

Aufbau eines Heaps

- Nacheinander die Elemente dem Heap hinzufügen?
- Korrekte Lösung, aber nicht effizient
- Braucht im Worst-Case $O(n \log n)$ Zeit

Linearzeit-Konstruktion

```
1 Procedure buildHeapRecursive(i : ℕ)
2   if 4i ≤ n then
3     buildHeapRecursive(2i)
4     buildHeapRecursive(2i+1)
5   siftDown(i)
6
7 Procedure buildHeapBackwards
8   for i := ⌊n/2⌋ downto 1
9     siftDown(i)
```

Laufzeitanalyse

- n Elemente, O(log n) im Worst Case pro Element
  $\Rightarrow$ O(n log n) Laufzeit?
- Nein! Höhe der Teilbäume ist "genügend oft" klein
- Damit (Abschätzung siehe VL) ist Laufzeit in O(n)

Laufzeitanalyse

- n Elemente, O(log n) im Worst Case pro Element
  $\Rightarrow$ O(n log n) Laufzeit?
- Nein! Höhe der Teilbäume ist "genügend oft" klein
- Damit (Abschätzung siehe VL) ist Laufzeit in O(n)

Heapsort

```
1 Procedure heapSortDecreasing(a[1..n])
2   buildHeap(a)
3   for i:=n downto 2 do
4     h[i]:=deleteMin
```

Eigenschaften

- Sortiert absteigend
- O(n log n) Laufzeit
- Implementierung mit nur O(1) zusätzlichem Speicher möglich
- nicht stabil

Eigenschaften

- Sortiert absteigend
- O(n log n) Laufzeit
- Implementierung mit nur O(1) zusätzlichem Speicher möglich
- nicht stabil

Eigenschaften

- Sortiert absteigend
- O(n log n) Laufzeit
- Implementierung mit nur O(1) zusätzlichem Speicher möglich
- nicht stabil

Kreativaufgabe

- Gegeben sind n Pancakes in unterschiedlicher Größe und gestapelt. Man hat einen Pancake- Flipper zur Verfügung, mit dem man die obersten l Pancakes umdrehen kann (l beliebig). Entwickelt einen schnellen Algorithmus um die Pancakes zu sortieren.
- Spaghettisort

Kreativaufgabe

- Gegeben sind n Pancakes in unterschiedlicher Größe und gestapelt. Man hat einen Pancake- Flipper zur Verfügung, mit dem man die obersten l Pancakes umdrehen kann (l beliebig). Entwickelt einen schnellen Algorithmus um die Pancakes zu sortieren.
- Spaghettisort

Adressierbare Prioritätslisten

```
1 Procedure build({e_1,...,e_n}) M:={e_1,...,e_n}
2 Function size return |M|
3 Procedure insert(e) M:=M∪{e}
4 Function min return min M
5 Function deleteMin e:=min M; M:=M\{e}; return e
6 Function remove(h:Handle) e:=h; M:=M\{e}; return e
7 Procedure decreaseKey(h:Handle, k:Key)
8                 assert key(h)≥k; key(h):=k
9 Procedure merge(M') M:=M∪M'
```

Laufzeiten

Operation	Binary Heap	Fibonacchi Heap (Buch)
build	O(n)	O(n)
size	O(1)	O(1)
min	O(1)	O(1)
insert	O(log n)	O(log n)
deleteMin	O(log n)	O(log n)
remove	O(log n)	O(log n)
decreaseKey	O(log n)	O(1) amort.
merge	O(n)	O(1)