Relatório da Disciplina CC0021 - Programação Concorrente
Algoritmo: Crivo de Eratóstenes

Alunos: Cicero Samuel Santos Morais e Cicero José Ferreira Sousa

Agosto de 2021

1 Introdução

O Crivo de Eratóstenes é um algoritmo para encontrar os números primos em um intervalo [1, N]. No nosso projeto, fizemos três implementações deste algoritmo: sequencial; paralela com OpenMP; e paralela com MPI. Descreveremos em seguida as diferenças entre cada uma das implementações.

1.1 Sequencial

Esta é a versão "base" do algoritmo, sem nenhuma mudança ou adaptação. Nossa implementação segue os seguintes passos:

- Primeiro, criamos um vetor booleano de tamanho $N + 1$, abrangendo o intervalo [0, N]. O valor armazenado em cada índice do vetor equivale a primalidade do índice. Isto é, se o valor armazenado no índice i for true, então i é primo.
- Inicialmente, todos os valores do vetor são setados para true. Ou seja, assumimos que todos os números no intervalo são primos para começar.
- Setamos 0 e 1 como não-primos (false).
- Então, percorremos o vetor da seguinte maneira:

para p de 2 até $\sqrt{N}$, **faça:**
  se vetor[p] = true, **faça**:
    $i \leftarrow p^2$
    enquanto $i \leq N$, **faça**:
      vetor[i] $\leftarrow$ false
      $i \leftarrow i + p$
    fim do **para**
  fim do **se**
fim do **para**

- O algoritmo funciona da seguinte maneira: sabemos que o 2 é primo. Descartamos todos os seus múltiplos, pois obviamente eles não são primos. O próximo número não descartado que aparecer será primo. Eliminamos todos os seus múltiplos. Repetimos este processo até $\sqrt{N}$.
- Percorremos agora o vetor de 2 até N. Todos os números não descartados que sobraram são primos.

1.2 Paralelo com MP

Não há muita diferença entre esta implementação e a implementação sequencial. A única adaptação é que usamos a diretiva **#pragma omp for** para paralelizar os laços de para.

Na hora de percorrer o vetor e contar os primos, é usada a diretiva **#pragma omp for reduction(+ : count_primos)** para dividir a contagem entre as *threads*.

1.3 Paralelo com MPI

A implementação com MPI também segue a mesma lógica do algoritmo sequencial. Porém, aqui precisamos fazer alterações maiores. Nosso algoritmo do MPI segue a seguinte forma:

- Vamos dividir o vetor de primos entre os *cores* e cada um vai crivar sua parte seguindo o mesmo algoritmo mostrado na implementação sequencial.
- Para crivar todos os outros primos, precisamos apenas dos primos de 2 até $\sqrt{N}$. Portanto, vamos primeiro crivar o intervalo $[2, \sqrt{N}]$ e então enviar para cada *core* este intervalo crivado. Assim, cada *core* poderá crivar sua parte sem precisar enviar ou receber novas mensagens.
- O **rank 0** criva o intervalo $[2, \sqrt{N}]$ e envia para os outros *cores* através da função **MPI_Bcast**.
- Utilizando **MPI_Scatter** o vetor booleano é distribuído.
- Cada *core* vai crivar sua respectiva parte do vetor booleano e contar a quantidade de primos em sua parte.
- Por fim, o **rank 0** irá receber a quantidade de primos encontrada por cada *core* através da **MPI_Gather** e realizar a soma.

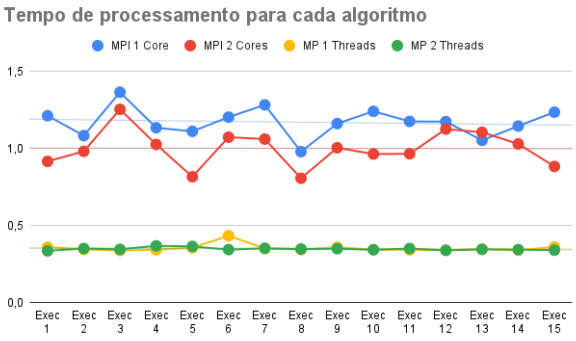
2 Resultados e Análise de Desempenho

Esta análise de desempenho foi realizada em uma máquina **Intel(R) Core(TM) i3-7020U @2.30 GHz com 2 núcleos** no **Ubuntu 19.04**.

Observação: as tabelas estão armazenadas em um arquivo do Google Sheets. Você pode verificar pelo link do rodapé.[1]

[1] Link para as tabelas da análise de desempenho.

Executamos cada um dos algoritmos 15 vezes com 10 milhões de elementos para serem crivados em situações similares e registramos as suas velocidades. Estes são os resultados obtidos:



2.1 Análise - Algoritmos MPI

A velocidade média do algoritmo MPI com 2 núcleos foi de 1.0s, com desvio padrão de 0.1s. Já a do mesmo algoritmo com apenas 1 núcleo foi de 1,23s com desvio padrão de 0.09. Podemos notar que conseguimos um melhor desempenho no algoritmo MPI quando utilizamos os 2 núcleos ao invés de apenas 1 núcleo (o nosso "sequencial" para esta comparação). Neste caso, conseguimos um *SpeedUp* médio de 1.18 e uma eficiência média de 0.59.

O *SpeedUp* e, consequentemente, a eficiência, não foram muito altos quando comparamos o MPI 2 núcleos com o Sequencial (MPI 1 núcleo), porém foram significativos. Acreditamos que se aproveitássemos mais o potencial do MPI distribuindo o algoritmo ainda mais, estas métricas seriam melhores. Porém, não o fizemos pois não tínhamos acesso a um *cluster* e não tínhamos como conectar as máquinas dos integrantes via LAN devido ao isolamento. Desta forma, só pudemos testar o algoritmo MPI em uma única máquina, executando com 1 ou 2 núcleos.

2.2 Análise - Algoritmos MP

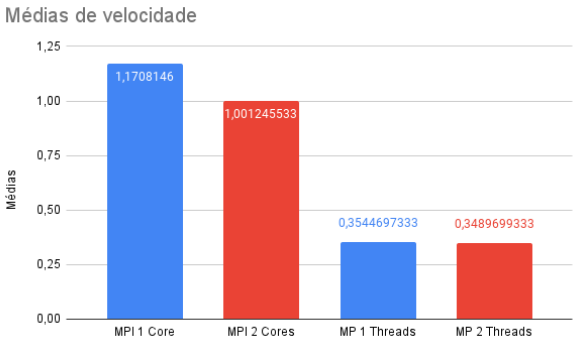
Apesar dos algoritmos em MP terem sido melhores que os do MPI em velocidade, podemos ver no gráfico que não houve muita diferença entre os dois algoritmos MP: com 2 *threads* e com 1 *thread* (o nosso sequencial para esta comparação). De fato, as médias foram, respectivamente, 0.34s ($\sigma = 0.02$) e 0.35s ($\sigma = 0.008$).

Acreditamos que a diferença de performance entre MP e MPI se deve ao custo de implementar paralelização com MPI ser mais elevado que o custo de implementar a paralelização com MP. Por causa disso, não podemos comparar MP com MPI, mas apenas comparar MP com MP.

Quando cerificamos o *SpeedUp* entre os algoritmos MP, vamos ter que com 2 *threads*, o *SpeedUp* médio foi de 1.01 em comparação com 1 *thread*, obtendo uma

eficiência de aproximadamente 0.5. Na verdade, nem aumentando a quantidade de elementos a serem crivados ou a quantidade de *threads* usadas, conseguimos obter mudanças maiores entre as implementações com MP 1 *thread* e 2 *threads*.

Abaixo está um gráfico com as médias de velocidade dos nossos algoritmos:



3 Conclusões

Com base no que vimos na análise, concluímos que devemos obter um melhor desempenho paralelizando o crivo com MPI. Já conseguimos verificar essa melhora de desempenho distribuindo entre 2 núcleos, apesar de ser uma melhora relativamente pequena devido às limitações que temos em nossas máquinas. Porém, achamos que é provável que consigamos melhorar nossas métricas aumentando a distribuição entre mais núcleos e dispositivos.

Já no algoritmo paralelizado em MP, não obtivemos resultados tão bons. Chegamos a um *SpeedUp* pouco maior que 1.0 e uma eficiência bem baixa em diferentes testes. Não conseguimos chegar a uma ideia mais precisa sobre o porquê isto acontece, uma vez que paralelizamos nosso algoritmo de MP da melhor forma que conseguimos, inclusive adaptando com dicas recebidas em aula.

Mas no fim, estamos satisfeitos com os nossos resultados. Conseguimos aplicar os conhecimentos obtidos em aula paralelizando um algoritmo tanto em MP quanto em MPI e aplicando a fundo as técnicas de paralelização que aprendemos.