



**FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS INGENIERÍA Y AGRIMENSURA**

**TECNICATURA UNIVERSITARIA EN INTELIGENCIA ARTIFICIAL**

**2023**

**PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA**

**TRABAJO PRÁCTICO**

**Nº2**

**Grupo N°: 10**

**Alumnos:** Farias, Augusto

Demarre, Lucas

Donnarumma Cesar

Vercesi, Patricio

## ACTIVIDAD 1

En un proceso de producción, una de las operaciones consiste en efectuar un *corte* en una *pieza de plástico*. **Dicho corte debe tener una profundidad inferior a 7 cm**, de acuerdo a lo que está especificado en los planos. En la empresa desean saber si la operación de corte se realiza de acuerdo a lo especificado y a tal fin toman **una muestra aleatoria de 150 piezas ya cortadas** y observan la profundidad del corte en cada una de ellas.

¿Considera que los cortes cumplen con las especificaciones en relación a su profundidad? ¿Qué medidas (*parámetros*) serían de interés en este caso?

Realizar el análisis completo incluyendo descripción del problema, población, muestra, variables, etc. Además del análisis descriptivo e inferencial.

**Descripción del problema:** Conocer si la operación de corte de las piezas de plástico en el proceso de producción de la empresa se realiza de acuerdo a lo especificado (*que tengan una profundidad inferior a 7 cm*).

**Población:** Todas las piezas de plástico ya cortadas pertenecientes al proceso de producción en cuestión de la empresa.

**Muestra:**  $n = 150$  (*muestra aleatoria*)

**Unidad elemental:** Cada pieza de plástico.

**Variable:** Profundidad del corte (*en cm*). Variable cuantitativa continua medida en escala de razón.

**Parámetros de interés:** Proporción ( $\pi$ ) de las piezas de plástico que tienen una profundidad inferior a 7 cm.

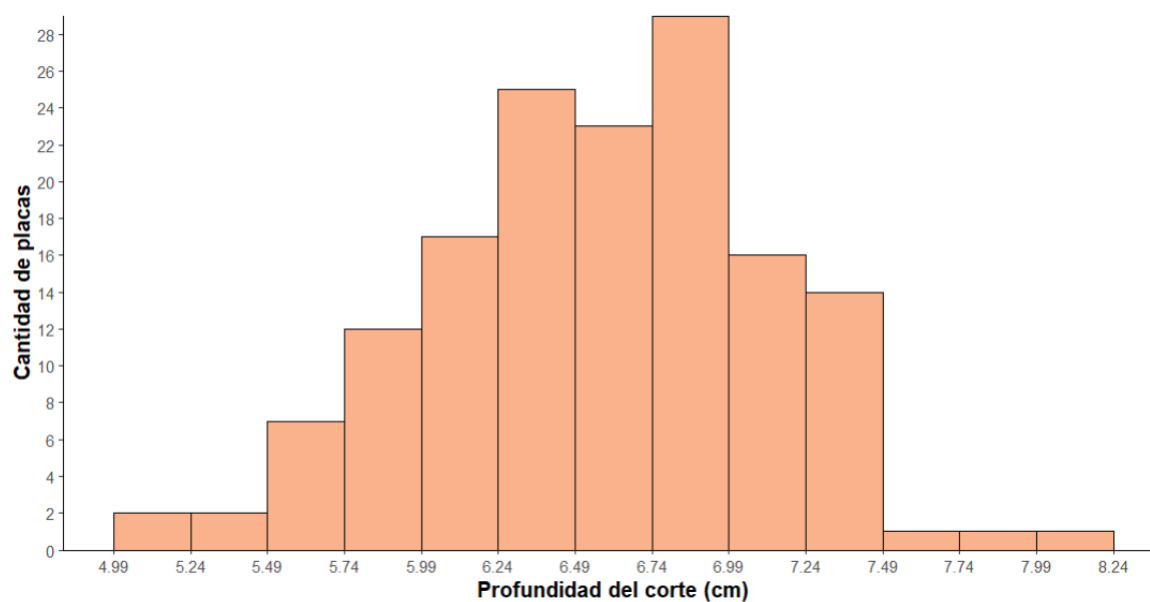
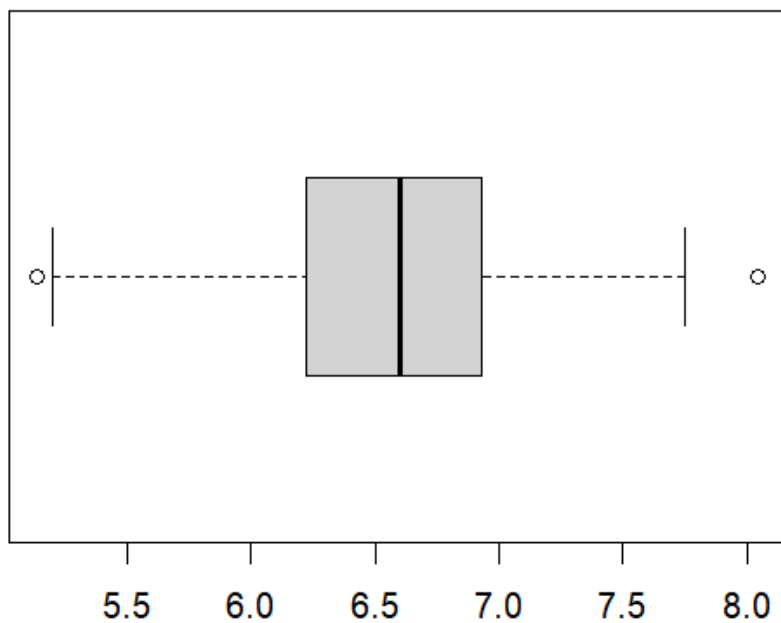
**Objetivo:** Estimar la proporción de piezas de plástico de la población que tienen una profundidad de corte inferior a 7 cm.

### Análisis descriptivo:

*Para el análisis descriptivo como la variable es cuantitativa continua se agrupó a los diferentes valores en intervalos de clase y se creó una tabla de frecuencias para analizar la misma.*

### Gráficos:

|             | frec_absolutas | frec_relativas | abs_acumuladas | rel_acumuladas |
|-------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| (4.99,5.24] | 2              | 0.01           | 2              | 0.01           |
| (5.24,5.49] | 2              | 0.01           | 4              | 0.02           |
| (5.49,5.74] | 7              | 0.05           | 11             | 0.07           |
| (5.74,5.99] | 12             | 0.08           | 23             | 0.15           |
| (5.99,6.24] | 17             | 0.11           | 40             | 0.26           |
| (6.24,6.49] | 25             | 0.17           | 65             | 0.43           |
| (6.49,6.74] | 23             | 0.15           | 88             | 0.58           |
| (6.74,6.99] | 29             | 0.19           | 117            | 0.77           |
| (6.99,7.24] | 16             | 0.11           | 133            | 0.88           |
| (7.24,7.49] | 14             | 0.09           | 147            | 0.97           |
| (7.49,7.74] | 1              | 0.01           | 148            | 0.98           |
| (7.74,7.99] | 1              | 0.01           | 149            | 0.99           |
| (7.99,8.24] | 1              | 0.01           | 150            | 1.00           |



## Medidas resumen:

### De localización:

- *Mínimo*: 5.14 cm
- *Máximo*: 8.04 cm
- *Promedio*: 6.57 cm
- *Moda (intervalo modal)*: (6.75; 6.99] con una frecuencia absoluta de 29.

### De dispersión:

- *Rango*: 3.25 cm
- *Desvío estándar*: 0.54 cm
- *Proporción (de piezas de plásticos con profundidad de corte inferior a 7 cm)*: 0.78

### De la muestra podemos concluir:

- La presencia de dos valores atípicos. Los mismos corresponden a la profundidad de corte mínima (5.14 cm) y máxima (8.04 cm).
- La distribución es aproximadamente simétrica. Se puede observar en el boxplot.
- El 58% de las profundidades de los cortes (88 en total) miden 6.74 cm o menos.
- La mayoría de profundidades de cortes (19%) miden entre 6.74 cm y 6.99 cm (*intervalo modal*), seguido por los cortes que miden entre 6.24cm y 6.49cm (17%) y por los que miden entre 6.49cm y 6.74cm (15%). Esto quiere decir que el 51% de las medidas se encuentran entre 6.24 cm y 6.99cm.
- Todos los cortes están dispersos en un rango de 3.25 cm.
- En promedio los cortes tienen una profundidad de 6.57 cm.
- La distancia promedio de las profundidades de los cortes al promedio es de 0.54 cm.
- La proporción de piezas de plástico que tienen una profundidad inferior a 7 cm es de 0.78.

*Todas las conclusiones mencionadas anteriormente son sobre la muestra y no pueden aplicarse sin herramientas de análisis inferencial a la población.*

## Análisis Inferencial:

**Estimación puntual de  $\pi$ :**  $f_o = 0.78$

**Interpretación:** En la muestra analizada el 78% de las piezas de plástico tienen una profundidad de corte inferior a 7 cm. Esta conclusión es preliminar debido a que se está trabajando con una muestra y no con la población.

*Es necesario aplicar técnicas de inferencia estadística para generalizar los resultados a la población. Vamos a utilizar una confianza del 95%. Lo vamos a hacer con el software R y calcularemos el intervalo de confianza exacto basado en el modelo Binomial.*

```
> BinomCI(117, 150, conf.level = 0.95, method = "clopper-pearson")
      est      lwr.ci      upr.ci
[1,] 0.78 0.7051459 0.8434627
```

$IC_{95\%; \pi} = (0,71; 0,84)$

**Conclusiones sobre la población:** Podemos afirmar con una confianza del 95% que entre el 71% y el 84% de piezas de plástico tienen una profundidad de corte inferior a 7 cm.

## ACTIVIDAD 2

Reconsidere el Problema 6, Material 1, pág. 6:

Un comitente desea conocer ciertas características de un tramo de ruta de 5 km ya construido. Concretamente quiere establecer **si la ruta cumple con las exigencias de calidad** en cuanto a espesor y resistencia.

- a) Se pretende que como máximo en el 5% de los puntos la resistencia a la compresión sea menor que 30 MPa y
- b) que el espesor promedio sea igual a 22 cm.
- c) También se quiere analizar la homogeneidad de la ruta, tanto en relación al espesor como en relación a la resistencia a la compresión, en los distintos sectores de ese tramo de 5 km.

Se seleccionaron aleatoriamente 100 puntos de ese tramo y en cada uno se midió espesor y resistencia.

Los datos correspondientes se encuentran en el [link](#).

**Descripción del problema:** Establecer si la ruta cumple con las exigencias de calidad en cuanto a espesor (promedio igual a 22 cm) y resistencia (máximo en el 5% sea menor que 30 MPa).

**Población:** Todos los puntos de un tramo de ruta de 5 km ya construido.

**Muestra:**  $n = 100$  (aleatoria)

**Variables:**

- X: Espesor del punto (en cm) (Cuantitativa continua medida en escala de razón)
- Y: Resistencia a la compresión del punto (en MPa) (Cuantitativa continua medida en escala de razón)

**Parametros de interes:**

- $\mu$  de X (Espesor promedio)
- $\pi$  de Y (Resistencia a la compresión) menor que 30 MPa

**Objetivos:**

- Estimar el espesor promedio poblacional de los puntos (para ver si es igual a 22 cm).
- Estimar la proporción poblacional de puntos con una resistencia menor que 30 MPa (para ver si es menor o igual al 5%)

### **Análisis descriptivo:**

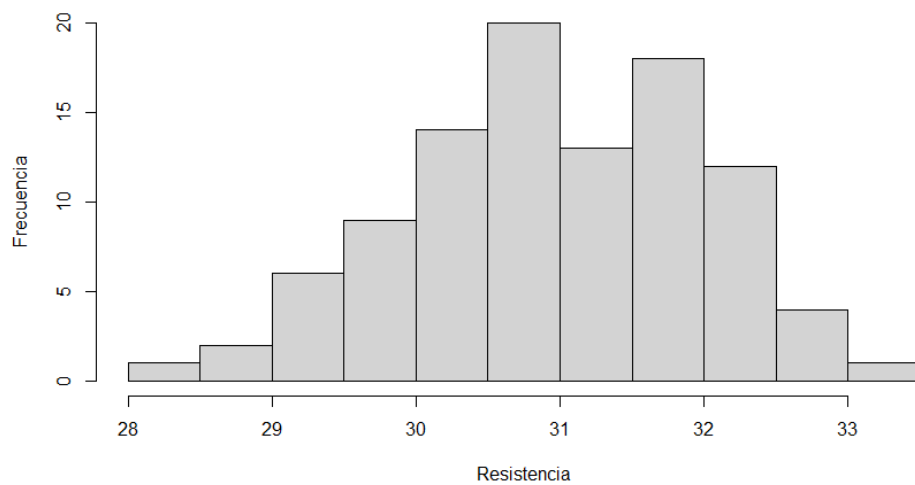
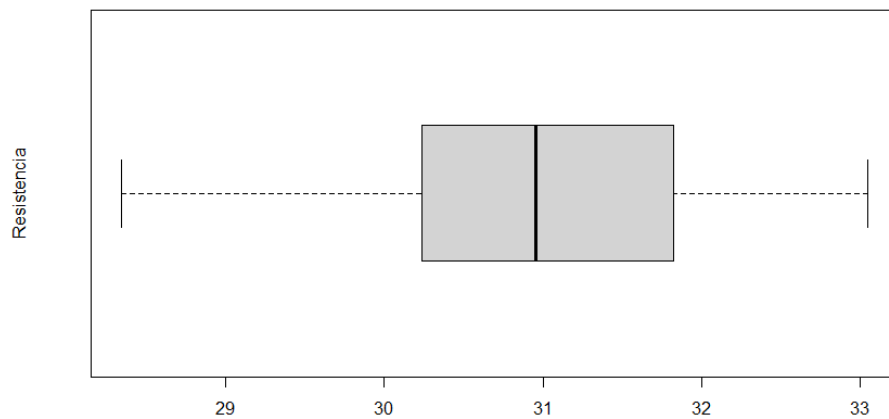
*Para el análisis descriptivo como la variable es cuantitativa continua se agrupó a los diferentes valores en intervalos de clase y se creó una tabla de frecuencias para analizar la misma.*

**Gráficos:**

**Resistencia**

|             | frec_resist_abs | frec_resist_rel | abs_acumuladas_res | rel_acumuladas_res |
|-------------|-----------------|-----------------|--------------------|--------------------|
| (28.3,28.8] | 1               | 0.01            | 1                  | 0.01               |
| (28.8,29.3] | 4               | 0.04            | 5                  | 0.05               |
| (29.3,29.8] | 7               | 0.07            | 12                 | 0.12               |
| (29.8,30.2] | 12              | 0.12            | 24                 | 0.24               |
| (30.2,30.7] | 15              | 0.15            | 39                 | 0.39               |
| (30.7,31.2] | 19              | 0.19            | 58                 | 0.58               |
| (31.2,31.6] | 11              | 0.11            | 69                 | 0.69               |
| (31.6,32.1] | 17              | 0.17            | 86                 | 0.86               |
| (32.1,32.6] | 10              | 0.10            | 96                 | 0.96               |
| (32.6,33]   | 3               | 0.03            | 99                 | 0.99               |

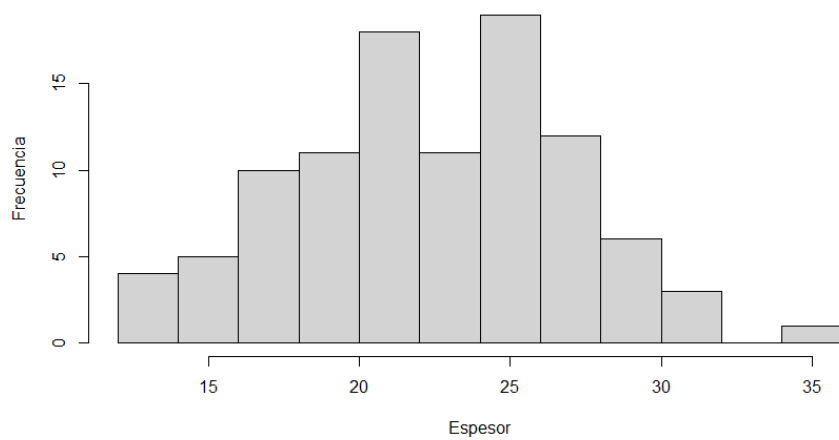
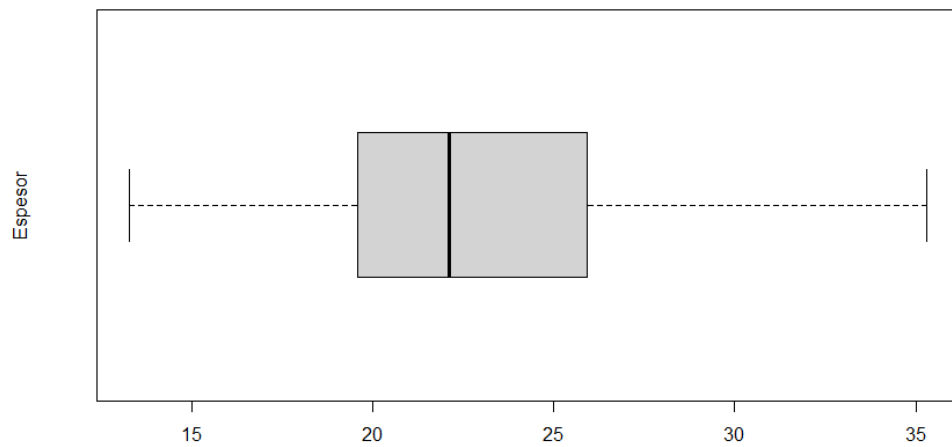




|    |  |                     |
|----|--|---------------------|
| 28 |  | 3                   |
| 28 |  | 6                   |
| 29 |  | 0123333             |
| 29 |  | 667788999           |
| 30 |  | 11122223344         |
| 30 |  | 5555556777778888999 |
| 31 |  | 000011111122334     |
| 31 |  | 55666677788999999   |
| 32 |  | 000111122244        |
| 32 |  | 555669              |
| 33 |  | 0                   |

## Espesor

|             | frec_espesor_abs | frec_espesor_rel | abs_acumuladas_esp | rel_acumuladas_esp |
|-------------|------------------|------------------|--------------------|--------------------|
| (13.3,15.5] | 6                | 0.06             | 6                  | 0.06               |
| (15.5,17.7] | 9                | 0.09             | 15                 | 0.15               |
| (17.7,19.9] | 12               | 0.12             | 27                 | 0.27               |
| (19.9,22.1] | 21               | 0.21             | 48                 | 0.48               |
| (22.1,24.3] | 13               | 0.13             | 61                 | 0.61               |
| (24.3,26.5] | 19               | 0.19             | 80                 | 0.80               |
| (26.5,28.7] | 12               | 0.12             | 92                 | 0.92               |
| (28.7,30.9] | 5                | 0.05             | 97                 | 0.97               |
| (30.9,33.1] | 1                | 0.01             | 98                 | 0.98               |
| (33.1,35.3] | 1                | 0.01             | 99                 | 0.99               |



## Medidas resumen:

### De localización:

#### Resistencia

- *Mínimo*: 28.34 MPa
- *Máximo*: 33.04 MPa
- *Promedio*: 30.96 MPa
- *Moda (intervalo modal)*: (19.9; 22.1] con una frecuencia absoluta de 21.

#### Espesor:

- *Mínimo*: 13.26 cm
- *Máximo*: 35.28 cm
- *Promedio*: 22.41 cm
- *Moda (intervalo modal)*: (6.75; 6.99] con una frecuencia absoluta de 29.

### De dispersión:

#### Resistencia

- *Rango*: 4.69 MPa
- *Desvío estándar*: 1.02 MPa

#### Espesor

- *Rango*: 22.02 cm
- *Desvío estándar*: 4.56 cm

### De la muestra podemos concluir:

- La ausencia de valores atípicos
- La distribución es casi simétrica para espesor y resistencia. Se puede observar en los boxplots.
- El 48% de los espesores (*48 en total*) miden 22.1 cm o menos. Y el 58% de las muestras (*58 en total*) tienen una resistencia de 31.2 MPa
- La mayoría de espesores (*21%*) miden entre 19.9 cm y 22.1 cm (*intervalo modal*), y la mayoría de resistencias (*19%*) se encuentran entre 30.7 MPa y 31.2 MPa (*intervalo modal*).
- Todos los espesores están dispersos en un rango de 22.02 cm y las resistencias en un rango de 4.69 MPa.
- En promedio los espesores tienen una medida de 22.41 cm con una distancia promedio de estos al promedio de 4.56 cm.
- En promedio las resistencias tienen una medida de 30.96 MPa con una distancia promedio de estos al promedio de 1.02 MPa.

Todas las conclusiones mencionadas anteriormente son sobre la muestra y no pueden aplicarse sin herramientas de análisis inferencial a la población.

### Análisis Inferencial:

- a) ¿La proporción de puntos donde la resistencia a la compresión es menor a 30 MPa es menor o igual a 5%?

Partiendo de que en la muestra un 18% de los puntos tenían menos de 30 MPa de resistencia a la compresión, podemos imaginarnos que es bastante poco probable que en la población de todos los puntos haya como mucho un 5%.

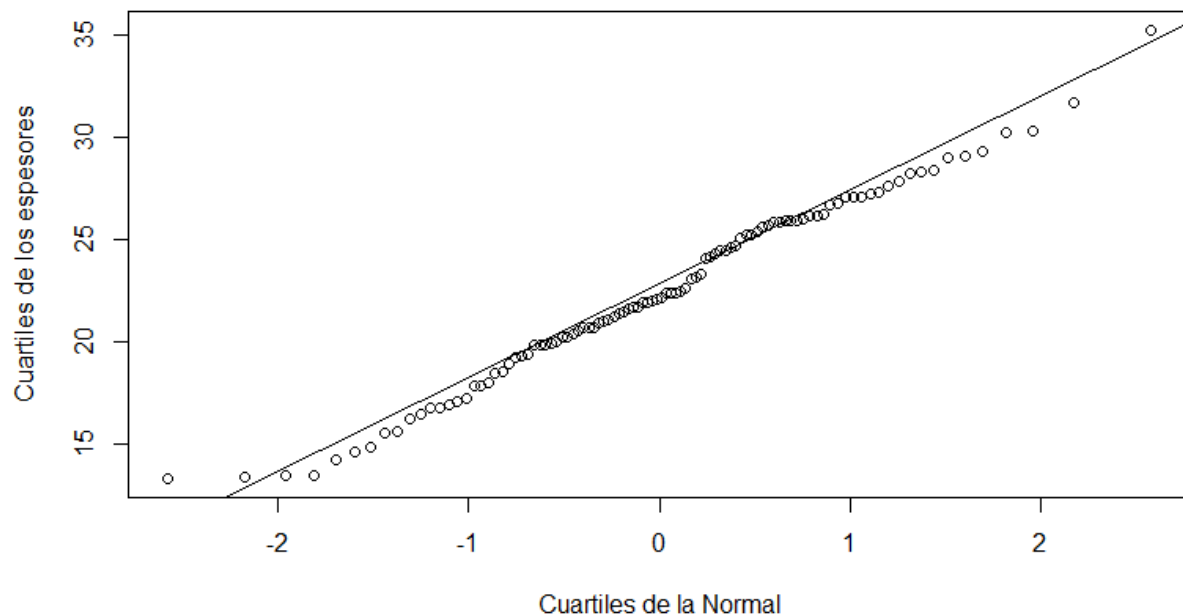
```
> BinomCI(menores_a_30, n, conf.level = 0.99, method="clopper-pearson")
      est      lwr.ci      upr.ci
[1,] 0.18 0.09332736 0.2983509
```

$IC_{99\%}; \pi = (0,09; 0,29)$

Como vemos luego de realizar los cálculos podemos afirmar con una confianza del 99% que los puntos del tramo de ruta que exceden los 30 MPa deben ser mayores a un 5%, más exactamente estar entre 9,33% y 29,83%.

- b) ¿El espesor promedio es igual a 22 cm?

**Q-Q Plot de espesores con la Normal**



```
> ad.test(datos$Espesor)

Anderson-Darling normality test

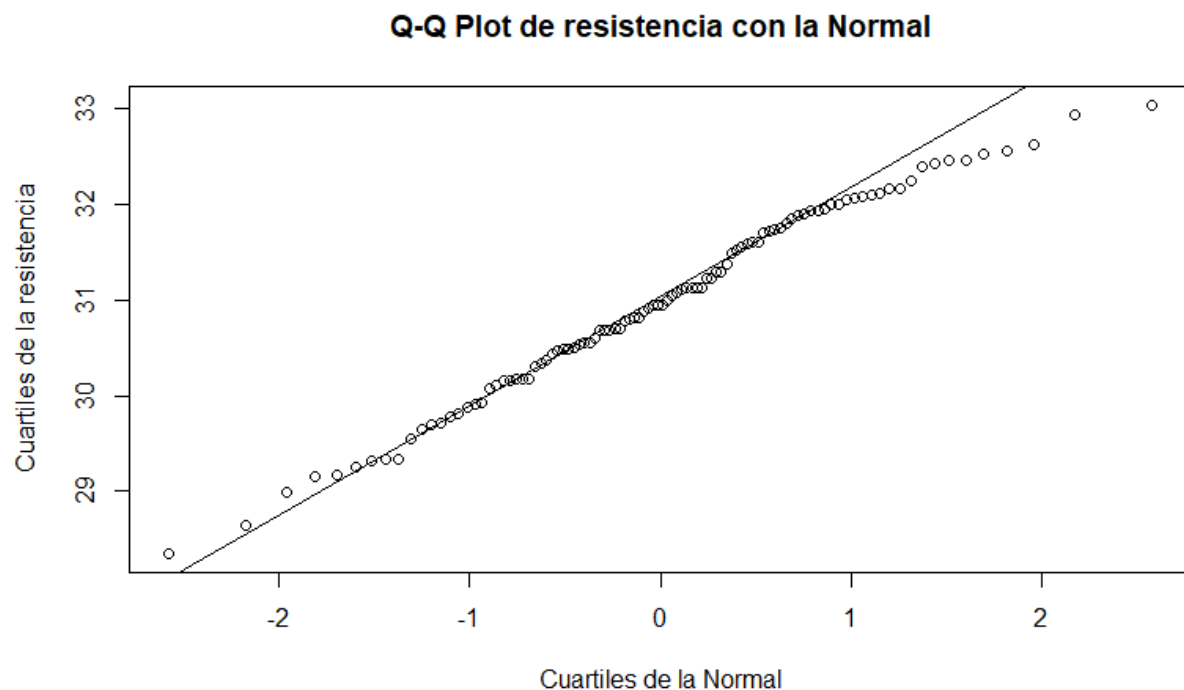
data:  datos$Espesor
A = 0.34251, p-value = 0.485
```

Como se puede ver, los puntos del gráfico están cerca de la recta y el p-value es 0,49, mayor a 0,1, por lo que se pueden analizar los datos como si tuviesen una distribución normal.

```
> MeanCI(datos$Espesor, method="classic", conf.level = 0.95)
      mean   lwr.ci   upr.ci
22.41197 21.50664 23.31730
```

Con un 95% de confianza podemos decir que el promedio se encuentra entre 21,50 y 23,31cm, por lo tanto es posible que el promedio sea 22cm, pero no es algo que podamos asegurar.

**c) Análisis de la homogeneidad de la ruta, en relación al espesor y a la resistencia a la compresión.**



```
> ad.test(datos$Resistencia)

Anderson-Darling normality test

data:  datos$Resistencia
A = 0.37047, p-value = 0.4181
```

Como se puede ver, los puntos del gráfico están cerca de la recta y el p-value es 0,42, mayor a 0,1, por lo que se pueden analizar los datos como si tuvieran una distribución normal.

```
> VarCI(datos$Resistencia, method="classic", conf.level = 0.95)
      var      lwr.ci      upr.ci
1.0456448 0.8060834 1.4110866
```

$IC_{95\%; \sigma^2} = (0,81; 1,41)$

```
> VarCI(datos$Espesor, method="classic", conf.level = 0.95)
      var      lwr.ci      upr.ci
20.81788 16.04842 28.09351
```

$IC_{95\%; \sigma^2} = (16,05; 28,09)$

Con una confianza del 95%, podemos decir que la varianza de la resistencia a la compresión está entre 0,81 y 1,41 MPa<sup>2</sup> y del espesor está entre 16,05 y 28,09 cm<sup>2</sup>. O en otras palabras, que el desvío estándar de la resistencia a la compresión está entre 0,9 y 1,19 MPa y del espesor está entre 4,01 y 5,3 cm